



Structure des disques d'accrétion autour des étoiles jeunes de faible masse

Régis Lachaume

► To cite this version:

Régis Lachaume. Structure des disques d'accrétion autour des étoiles jeunes de faible masse. Astrophysique [astro-ph]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2003. Français. NNT: . tel-00006474

HAL Id: tel-00006474

<https://theses.hal.science/tel-00006474>

Submitted on 15 Jul 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER

Thèse de Doctorat

Spécialité: **Astrophysique**

présentée par **Régis Lachaume**

pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Joseph Fourier

Structure des disques d'accrétion autour des étoiles jeunes de faible masse

Soutenue le 4 avril 2003 devant le jury composé de

Claude Bertout,	président du jury
Antonella Natta,	rapporteuse
Gerd Weigelt,	examineur
France Allard,	examinatrice
Jean-Louis Monin,	directeur de thèse
Fabien Malbet,	codirecteur de thèse

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble

Résumé

Il est actuellement admis que la formation des étoiles de faible masse à partir d'un nuage de gaz passe par une étape où l'objet central est entouré d'un disque de matière dans lequel les planètes peuvent ensuite se former. L'étude d'un tel disque a deux objectifs principaux : comprendre la séquence évolutive de formation stellaire et la formation des planètes. Le transfert radiatif dans cet objet revêt une importance primordiale : en raison du frottement visqueux ou de l'éclairement par l'étoile notamment, le disque est chauffé. Les processus de production et de propagation de l'énergie thermique dans ce disque en conditionnent ainsi les propriétés physico-chimiques, ce qui a de multiples conséquences sur sa structure.

Je présente une étude de ces disques fondée sur une description analytique poussée du transfert radiatif, afin de retarder l'étape de mise en œuvre numérique. Cette méthode possède l'avantage de permettre une meilleure compréhension des processus et des conditions physiques dans ces objets. Afin de contraindre les paramètres du modèle, j'ai choisi d'établir un diagnostic observationnel novateur sur la base de la distribution spectrale d'énergie, technique bien connue, et des visibilités obtenues en interférométrie optique à longue base, récentes et prometteuses car elles permettent d'obtenir des informations spatiales à l'échelle de l'unité astronomique pour les étoiles jeunes les plus proches.

Je commence par une généralisation des approches analytiques du transfert dans les atmosphères stellaires, en reliant la température en tout point à la profondeur optique, avec deux différences notables : le chauffage visqueux a lieu sur l'ensemble du disque et la surface est éclairée par l'étoile. Ce formalisme est ensuite employé dans une simulation numérique de disque chauffé par la viscosité seule. Ensuite, j'élabore une version simplifiée du transfert dans un disque à deux couches : une surface chauffée par la couche interne et par l'étoile, et un intérieur chauffé par la viscosité et par la couche externe. Cette version permet d'obtenir des formules analytiques simplifiées décrivant les conditions physiques dans un disque présentant les deux sources de chauffage énoncées.

Enfin, je m'attèle à l'interprétation des observations. Après une étude prospective concernant les possibilités ouvertes par l'interférométrie pour les objets marginalement résolus, je présente des ajustements du modèle à deux couches aux étoiles jeunes de faible masse déjà observées en interférométrie.

Abstract

It is nowadays widely accepted that low mass star formation initiated from a molecular cloud undergoes a phase where the central object is surrounded by a disc, in which planets may form later. The study of such a disc mainly aims at the understanding of the evolutionary sequence of star formation and of planet formation. Radiative transfer in this disc is of high importance, for it is heated by viscous dissipation or stellar irradiation for instance. The production and transportation of thermal energy in this disc therefore conditions its chemical and physical properties inside. It has countless consequences in terms of structure.

I shall present a study of the discs based on a deep analytical description of the radiative transfer and a delay of the numerical implementation. This method allows a better grasp on processes and physical conditions in these objects. I shall constrain model parameters and establish a new diagnosis combining the spectral energy distribution and the visibilities obtained with optical long-baseline interferometers. The former observable is a well known technique, and the latter new and promising: it provides information at the scale of one astronomical unit for the closest star forming regions.

I shall start a generalisation of the analytical studies of the radiative transfer in stellar atmospheres, with two striking discrepancies: viscous heating occurs everywhere in the disc and the surface is illuminated by the star. I apply this formalism in a numerical simulation of a disc heated by viscosity alone. I then develop a simplified version of this transfer in a two-layer disc: the surface is heated by the interior and by the star, and the interior by viscosity and by the surface. This simplification allow to derive a simplified analytical description of the physical conditions in a disc heated by the two processes mentioned above.

I shall tackle the interpretation of observations in the end. I shall of the possibilities brought by interferometry concerning marginally resolved objects, as most young star will be. I then shall present best fits of the two-layer models for low mass young stars already observed by interferometers.

Table des matières

I	Introduction	21
I.1	Petit rappel historique	21
I.2	La formation des étoiles de faible masse	23
I.3	Techniques de haute résolution angulaire	26
I.3.1	L'imagerie à la limite de diffraction	26
I.3.1.1	L'optique adaptative	27
I.3.1.2	Observation dans l'espace	27
I.3.2	L'interférométrie optique à longue base	27
I.4	Mon travail de thèse	30
II	Le disque d'accrétion	31
II.1	Des observations pour contraindre la structure des disques	31
II.1.1	Résultats observationnels	31
II.1.2	Interprétation : deux approches distinctes	33
II.1.3	Modèles empiriques	34
II.2	Panorama des modèles de structure	35
II.2.1	Quelques éléments de terminologie	36
II.2.2	Modèle standard	36
II.2.3	Viscosité	37
II.2.4	Structure verticale et phénomènes de transport	38
II.2.5	Éjection de matière	41
II.2.6	Évolution du disque et formation des planètes.	42

II.3	Des hypothèse simplificatrices	42
II.3.1	Hypothèses courantes	42
II.3.2	Le disque est aplati	43
II.3.3	Le transfert radiatif dans le disque est essentiellement vertical . . .	43
II.3.4	Le disque n'est pas auto-gravitant	44
II.4	Mécanique du disque d'accrétion stationnaire	45
II.4.1	Accrétion et densité de surface	45
II.4.2	Équilibre hydrostatique vertical	47
II.5	Processus de chauffage	48
II.5.1	Chauffage par dissipation visqueuse	48
II.5.2	Chauffage par l'étoile centrale	50
II.5.3	Prise en compte approchée du transfert horizontal	50
II.6	Objectifs et plan de travail	51
III	Un modèle semi-analytique de structure verticale	53
III.1	Une résolution formelle du transfert radiatif plan-parallèle	54
III.1.1	Lien entre source de chauffage et profil de température	55
III.1.1.1	Les équations fondamentales	55
III.1.1.2	Dissipation de l'énergie	56
III.1.1.3	Transfert de l'intensité diffuse et profil de température . .	57
III.1.1.4	Comparaison avec une atmosphère stellaire	59
III.1.2	Présence d'une source de radiation extérieure au milieu	60
III.1.2.1	Position du problème	61
III.1.2.2	Dissipation d'énergie et profil de température	61
III.1.2.3	Transfert de la radiation incidente	64
III.1.2.4	Interprétation	65
III.2	Application au chauffage dans les disques	67

III.3 L'approche numérique	67
III.3.1 Disque actif	68
III.3.2 Prise en compte de l'irradiation stellaire	70
III.4 Résultats	72
III.5 Perspective	76
IV Un modèle de disque à deux couches	77
IV.1 Description du modèle	78
IV.2 Température centrale et de surface	80
IV.3 Évasement	84
IV.3.1 Épaisseur proportionnelle à l'échelle de hauteur	84
IV.3.2 Évasement paramétrique	86
IV.3.2.1 Évasement auto-cohérent	87
IV.4 Disque d'épaisseur optique quelconque	88
IV.5 Mise en œuvre numérique	91
IV.5.1 Méthode itérative	91
IV.5.2 Opacités	92
IV.5.3 Poids moléculaire moyen	92
IV.6 Analyse du modèle	93
IV.6.1 Comparaison entre modèles de disques	93
IV.6.2 Influence des hypothèses du modèle	96
IV.6.3 Influence comparée des processus de chauffage	98
IV.6.4 Importance relative des rayonnements thermique et diffusé	99
IV.6.5 Influence de l'auto-gravité	100
IV.7 Perspective	101

V	Observables et contraintes observationnelles	103
V.1	Objets marginalement résolus en interférométrie	103
V.1.1	Visibilités et géométrie de l'objet	104
V.1.2	Interprétation physique et conséquences observationnelles	106
V.1.3	Conséquences en termes d'ajustement de modèles	107
V.1.4	Domaine de résolution marginale	109
V.1.5	Cas d'un disque d'accrétion	110
V.1.5.1	Rayonnement thermique et diffusé	110
V.1.5.2	Profil radial de température	112
V.2	Méthode d'obtention des observables à partir de la structure du disque . .	115
V.3	Influence des paramètres du disque	117
V.3.1	Taux d'accrétion	118
V.3.2	Paramètre de viscosité	118
V.3.3	Albédo moyen de la surface du disque	120
V.3.4	Rayon interne du disque	121
V.3.5	Contraintes observationnelles sur les modèles	122
V.4	Interprétation des observations	123
V.4.1	FU Orionis	124
V.4.2	SU Aurigae	125
V.4.3	T Tauri	127
V.5	Perspective	128
	Conclusion	131
	Remerciements	135
A	structure verticale II	151
B	Structure verticale III	167

<i>Structure des disques d'accrétion autour des étoiles jeunes de faible masse</i>	11
C Objects arginalement résolus	189
D YSOs by IR interferometry	201
E Projet du groupe scientifique d'AMBER : cinématique de FU Ori	213

Table des figures

I.1	Scénario de la nébuleuse primitive de Laplace (1796)	22
I.2	Scénario de formation stellaire	25
I.3	Interféromètre de Michelson	28
I.4	Phase de clôture en interférométrie	29
II.1	Performances comparées des techniques observationnelles actuelles	32
II.2	Disque d'accrétion et spectre observé	32
II.3	Physique des disques : quelques ingrédients putatifs.	35
II.4	Modèles radiaux de disques d'accrétion T Tauri	38
II.5	Chauffage d'un élément de matière infinitésimal par le flux horizontal . .	44
II.6	Lois de conservation dans un disque présentant de l'éjection.	46
II.7	Profil radial de rotation dans le disque	46
II.8	Transfert radial de moment cinétique dans un écoulement cylindrique . .	48
II.9	Équilibre en un point du disque entre pression, force centrifuge et poids .	49
II.10	Incidence de la lumière stellaire sur un disque	50
III.1	Géométrie du milieu plan-parallèle	55
III.2	Transfert radiatif plan-parallèle	57
III.3	Flux absorbé, diffusé et ré-émis dans un milieu plan-parallèle	63
III.4	Profil vertical de température dans un disque passif	66
III.5	Méthode de résolution numérique pour le disque actif	68
III.6	Méthode de résolution numérique tentée pour un disque passif	70
III.7	Instabilité d'un disque passif vis-à-vis de l'effet d'ombre	71

III.8	Structure d'un disque d'accrétion actif	73
III.9	Profils radiaux dans un disque d'accrétion actif standard	74
III.10	Profils radiaux dans un disque d'accrétion actif présentant de l'éjection	75
IV.1	Vue par la tranche d'un disque à deux couches	78
IV.2	La position de la surface du disque croît plus vite que r	84
IV.3	Fonctions F et η	89
IV.4	Variation de l'indice d'évasement en fonction de l'épaisseur optique	91
IV.5	Comparaison entre modèles de disques	95
IV.6	Influence des hypothèses du modèle	97
IV.7	Contribution des sources de chauffage dans le disque	98
IV.8	Profil radial des flux thermique et diffusé	99
IV.9	Influence de l'auto-gravité du disque	100
V.1	Moments d'inertie et théorème de König	105
V.2	Distribution de flux	106
V.3	Mesure de la visibilité et de la phase de clôture	107
V.4	Nombre de points modélisant un objet marginalement résolu	109
V.5	Visibilité : domaine de validité de l'approximation	110
V.6	Phase de clôture : domaine de validité de l'approximation	111
V.7	Profil de visibilité d'un objet marginalement résolu	112
V.8	Disque vu de face et de biais : conséquence sur les moments.	113
V.9	Pente apparente de la loi de température	115
V.10	Obtention des observables du disque	116
V.11	Influence du taux d'accrétion sur la structure et les observables	117
V.12	Influence du paramètre de viscosité α sur la structure et les observables	119
V.13	Influence de l'albédo sur la structure et les observables	120
V.14	Influence du rayon interne du disque sur la structure et les observables	122

V.15	Ajustement du modèle à deux couches aux observations de FU Ori	124
V.16	Ajustement du modèle à deux couches aux observations de SU Aur	126
V.17	Ajustement du modèle à deux couches aux observations de T Tau N	127
V.18	Sensitivité des interféromètres présents et à venir	128

Liste des tableaux

III.1	Système d'équations résolu numériquement par Dullemond et coll. (2002)	54
III.2	Principales grandeurs couramment utilisées en transfert radiatif.	56
III.3	Paramètres standard servant au calcul de la structure verticale	72
IV.1	Cinq régimes d'opacité dans le disque.	88
IV.2	Paramètres du disque-étalon	93
IV.3	Différents modèles de disques avec les principaux principes physiques pris en compte.	94
IV.4	Différentes hypothèses considérées pour le modèle à deux couches	96
V.1	Paramètres du modèle à deux couches ajustant les observations	123

Liste des abréviations

ALMA	<i>Atacama Large Millimetre Array</i> voir Guilloteau (2001)
AMBER	<i>Astronomical Multiple BEam Recombiner</i> Instrument du VLTI en infrarouge proche (Petrov et coll., 2001)
AT	<i>Auxiliary Telescope</i> Télescope auxilaire du VLTI
CFHT	<i>Canada France Hawaii Telescope</i>
CHARA	<i>Center for High Angular Resolution Astronomy</i> (ten Brummelaar et coll., 2000)
DARWIN	voir IRSI
ÉTL	Équilibre Thermodynamique Local Hypothèse selon laquelle la température en tout point d'un milieu est la même que celle du rayonnement en ce point.
FUORS	<i>FU ORionis Star</i> Étoile de type FU Orionis
HST	<i>Hubble Space Telescope</i> Télescope spatial Hubble.
IOTA	<i>Infrared Optical Telescope Array</i> voir Carleton et coll. (1994)
IRSI	<i>InfraRed Space Interferometre</i> communément appelé DARWIN
KI	<i>Keck Interferometer</i> voir Booth et coll. (1999)
MIDI	<i>MID-Infrared interferometric instrument of the VLTI</i> voir Leinert et coll. (2000)
NPOI	<i>Navy Prototype Optical Interferometer</i> voir Armstrong et coll. (1998)
OHANA	<i>Optical Hawaiian Array for Nanoradian Astronomy</i> voir Perrin et coll. (2000)
PTI	<i>Palomar Testbed Inteferometer</i> voir Colavita et coll. (1999)
TTS	<i>T Tauri Star</i> Étoile de type T Tauri, classification spectrale de Herbig (1962).
u.a.	Unité astronomique
UT	<i>Unit Telescope</i> Télescope principal du VLT (8m)

VLT

Very Large Telescope Interferometer
voir Glindemann et coll. (2000)

Chapitre Premier

Introduction

Si les étoiles jeunes connaissent un certain succès en astronomie, ce n'est pas tant que les techniques instrumentales nous permettent enfin de les observer, ce n'est pas tant qu'elles constituent un objet d'étude difficile et un défi pour l'homme de science, mais probablement parce que nous assistons, en les regardant, à une naissance, celle d'étoiles et de systèmes de planètes putatifs, peut-être similaires à celui qui nous abrite. Que la formation du Soleil et de la Terre, puis l'apparition de la vie et de l'intelligence, soit le fruit du hasard ou une règle générale dans l'univers constitue une question à portée scientifique et métaphysique qui a fait couler beaucoup d'encre et continuera de le faire.

Dans la section I.1 je présenterai le contexte historique amenant à la conception actuelle de formation stellaire, puis les grandes lignes du scénario menant à la naissance des étoiles de faible masse, similaires aux Soleils, dans la section I.2. Ensuite (section I.3), j'évoquerai les techniques de haute résolution angulaire, récentes, dont on attend des résultats majeurs dans les prochaines années.

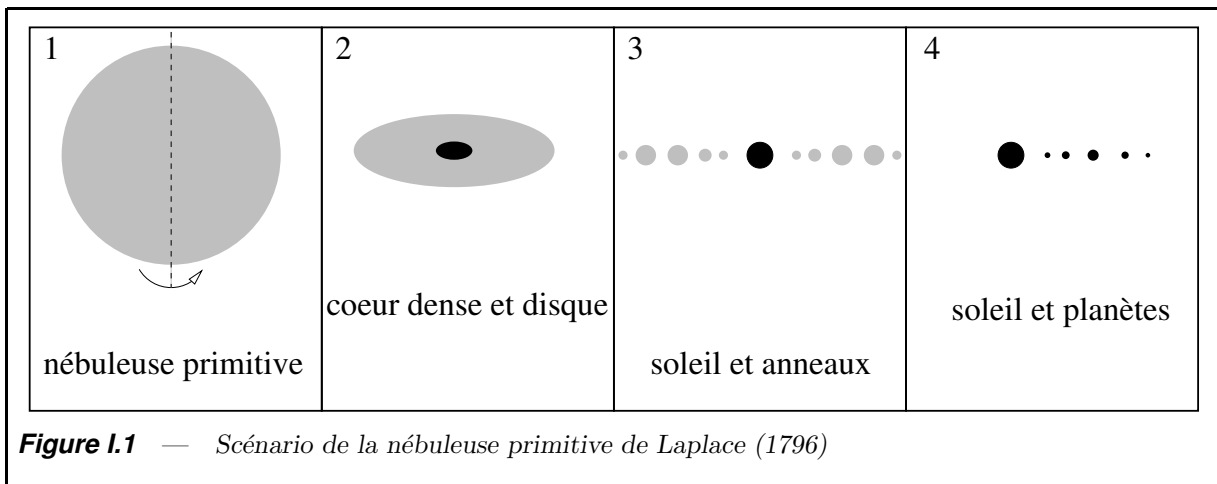
I.1 Petit rappel historique

L'étude de la formation stellaire, sous sa forme moderne, est récente mais les idées principales remontent à la remise en cause de la vision aristotélicienne du monde durant la renaissance. Tycho Brahe porta un coup fatal à l'immuabilité de la voûte céleste par sa démonstration du caractère translunaire de la supernova de 1572 et d'une comète apparue en 1577, en notant qu'un objet proche devrait changer de position par rapport au fond du ciel selon l'endroit d'où il est observé.

Now it is quite clear to me that there are no solid spheres in the heavens, and those that have been devised by authors to save the appearances, exist only in their imagination, for the purpose of permitting the mind to conceive the motion which the heavenly bodies trace in their courses.

Tycho Brahe

Mais la grande avancée est avant tout la remise en cause du géocentrisme avec Copernic, Galilée et Kepler sur la base, notamment, des observations de Tycho Brahe : la description du mouvement des planètes se simplifie avec une vision héliocentrique, d'une part, et, d'autre part, Galilée observe des satellites de Jupiter. Dès lors, la formation du système solaire devint un objet d'étude non plus théologique mais scientifique. Descartes (1664), repris par Kant (1755), conjecturait que soleil et planètes ont même origine et se sont



formés à partir d'une nébuleuse unique qui se serait contractée. En son sein se serait condensé le Soleil au centre et les planètes dans un disque nébulaire l'environnant. Laplace (1796, *cf.* figure I.1) reprit et améliora le scénario : la nébuleuse solaire primitive voit sa rotation accélérer à mesure qu'elle se contracte, ce qui produit un disque tournant autour d'un cœur dense en son centre. Ce disque, en se refroidissant, est le siège d'instabilités et se divise en anneaux qui forment par la suite les planètes ; le cœur devient le Soleil. Cette théorie se heurte toutefois à un problème de taille, à savoir que la conservation du moment angulaire prédit un Soleil tournant beaucoup trop rapidement. L'hypothèse concurrente du scénario catastrophique, suggérée par Buffon (XVIII^e siècle) dans son *Histoire Naturelle*, acquiert une certaine popularité vers la fin du XIX^e siècle ; elle postule que le passage d'une étoile au voisinage du soleil en aurait arraché un filament de matière générant les planètes. Elle est reprise et formalisée par Jeffreys (1918). Cette hypothèse s'avéra par la suite douteuse. Russell (1935) montra qu'une collision avec les vitesses stellaires observées, de l'ordre de quelques dizaines de km/s, ne peut permettre d'arracher au Soleil de la matière possédant suffisamment de moment cinétique et Spitzer (1939) que le filament de matière supposément obtenu est instable. Ces études sonnèrent le glas du scénario catastrophique et annoncèrent un retour vers la théorie nébulaire (Weizsäcker, 1943).

Le milieu du siècle dernier marqua le début d'une vision moderne de la genèse du système solaire, en particulier, et de la formation stellaire en général, avec la confirmation de la théorie nébulaire. Dans les années quarante, Joy (1942, 1945, 1949) découvrit des étoiles possédant un comportement déviant dans le nuage sombre du Taureau et du Cocher : d'un type spectral caractéristique d'étoiles froides et de très faible masse, elles présentent des raies en émission, de fortes variations photométriques et une connexion manifeste avec des nébuleuses en absorption ou en émission. Bien que leur nature ne fût pas comprise d'emblée, la découverte allait enfin apporter du grain à moudre, des éléments observationnels, pour la compréhension de la formation stellaire. Leur extrême jeunesse fut rapidement suggérée par Ambartsumian (1947, 1957), mais cela prit un certain temps pour qu'elle fût confirmée et acceptée (Herbig, 1962). Ces étoiles constituent aujourd'hui la classe observationnelle des T Tauri, fondée sur leur spectroscopie dans le domaine visible. Un nouveau bond en avant fut permis par le progrès des détecteurs infrarouges dans les années soixante : Mendoza V. (1966) découvrit chez les T Tauri un excès infrarouge important difficile à expliquer du seul fait de l'extinction et Vrba et coll. (1975) identifièrent des sources infrarouges enfouies dans les régions nébulaires à la périphérie desquelles les T Tauri avaient été trouvées. À partir de cette époque, différentes classes d'objets allaient

y être découvertes, menant à l'élaboration d'un scénario de formation stellaire, comme le relate un article de revue de Bertout (1989). En particulier, les T Tauri constituent une des étapes de la formation des étoiles jeunes de faible masse : l'étoile centrale est alors entourée d'un disque de matière à partir duquel des planètes peuvent se former. La structure et l'évolution de ce disque ont déjà été abondamment étudiées, et ce travail de thèse constitue une brique supplémentaire dans la compréhension de cette matière circumstellaire.

I.2 La formation des étoiles de faible masse

Les grandes lignes du scénario de formation stellaire et planétaire sont les suivantes : à partir d'un nuage moléculaire, l'instabilité gravitationnelle procède à une fragmentation qui conduit à la formation de cœurs pré-stellaires dans lesquels se forment une proto-étoile, éventuellement multiple. En raison de la conservation du moment cinétique la contraction produit des proto-étoiles en rotation rapide, qui évacuent leur moment cinétique pour former des étoiles en rotation relativement lente entourées de matière qui contient la plupart du moment cinétique. Cette matière se retrouve en partie sous la forme d'un disque en rotation autour de l'étoile, où les poussières s'agrègent jusqu'à donner des planétésimaux suffisamment massifs pour accréter une partie de la matière du disque et devenir des planètes. Si ces grandes lignes sont généralement acceptées, de nombreux points restent en suspens, qui nécessitent une compréhension du mécanisme de fragmentation d'une part, puis des interactions entre ou dans les systèmes formés.

- La durée de l'effondrement du nuage et de la formation stellaire reste controversée : Elmegreen (2000); Hartmann et coll. (2001) proposent un effondrement rapide sous l'action de la gravité, avec une formation stellaire concentrée dans le temps, tandis que Palla & Stahler (1999, 2000) soutiennent un effondrement lent, l'énergie gravitationnelle étant compensée par l'énergie cinétique d'une turbulence entretenue.
- Les mécanismes d'évacuation du moment cinétique sont encore partiellement compris. Le disque d'accrétion est généralement évoqué (Lynden-Bell & Pringle, 1974) ainsi que l'éjection de matière. (Voir section II.2).
- La distribution en masse des étoiles formées, dite fonction de masse initiale, suit des caractéristiques communes aux différentes régions observées, à savoir qu'elle suit *grosso modo* une loi de puissance, dite de Salpeter.
- Le taux de multiplicité des étoiles jeunes plus élevé que pour les étoiles du champ ou celles dans des amas plus âgés (Reipurth & Zinnecker, 1993; Ghez et coll., 1993) prête à controverse, comme Bouvier et coll. (2001) le résument : cette différence tient-elle d'une différence dans le mode de formation (fragmentation) ou d'une évolution temporelle, liée à des mécanismes d'interaction détruisant les binaires ?
- La formation des objets de masse substellaire, les naines brunes, est également mal comprise : la faible proportion de naines brunes dans des systèmes binaires serrés semble établir que ces objets ne se forment pas comme les planètes (Mayor et coll., 1992); en revanche la fonction de masse initiale s'écarter de la loi de Salpeter (*e.g.* Luhman et coll., 2000). ce qui semble indiquer que la formation de ces objets diffère de celle des étoiles.
- Les planètes extra-solaires détectées sont des planètes joviennes situées très près de l'étoile (quelques dixièmes d'u.a.) et/ou sur des orbites très excentriques, contraire-

ment au cas du système solaire, ce qui pose la question des mécanismes responsables du fait.

Des éléments de réponse ont été apportés par des simulations numériques récentes, à l'aide d'une description de la turbulence dans les nuages moléculaires et de leur fragmentation. Par exemple, Bate et coll. (2002) abordent la formation des binaires serrées et concluent que la fragmentation n'est pas nécessairement en cause : les interactions dans les systèmes multiples ou celles dans des binaires larges avec la matière en accrétion peut produire ces binaires serrées. D'autres auteurs ont également commencé à simuler turbulence ou dynamique dans les nuages moléculaires en effondrement et les systèmes jeunes (*e.g.* Padoan & Nordlund, 2002).

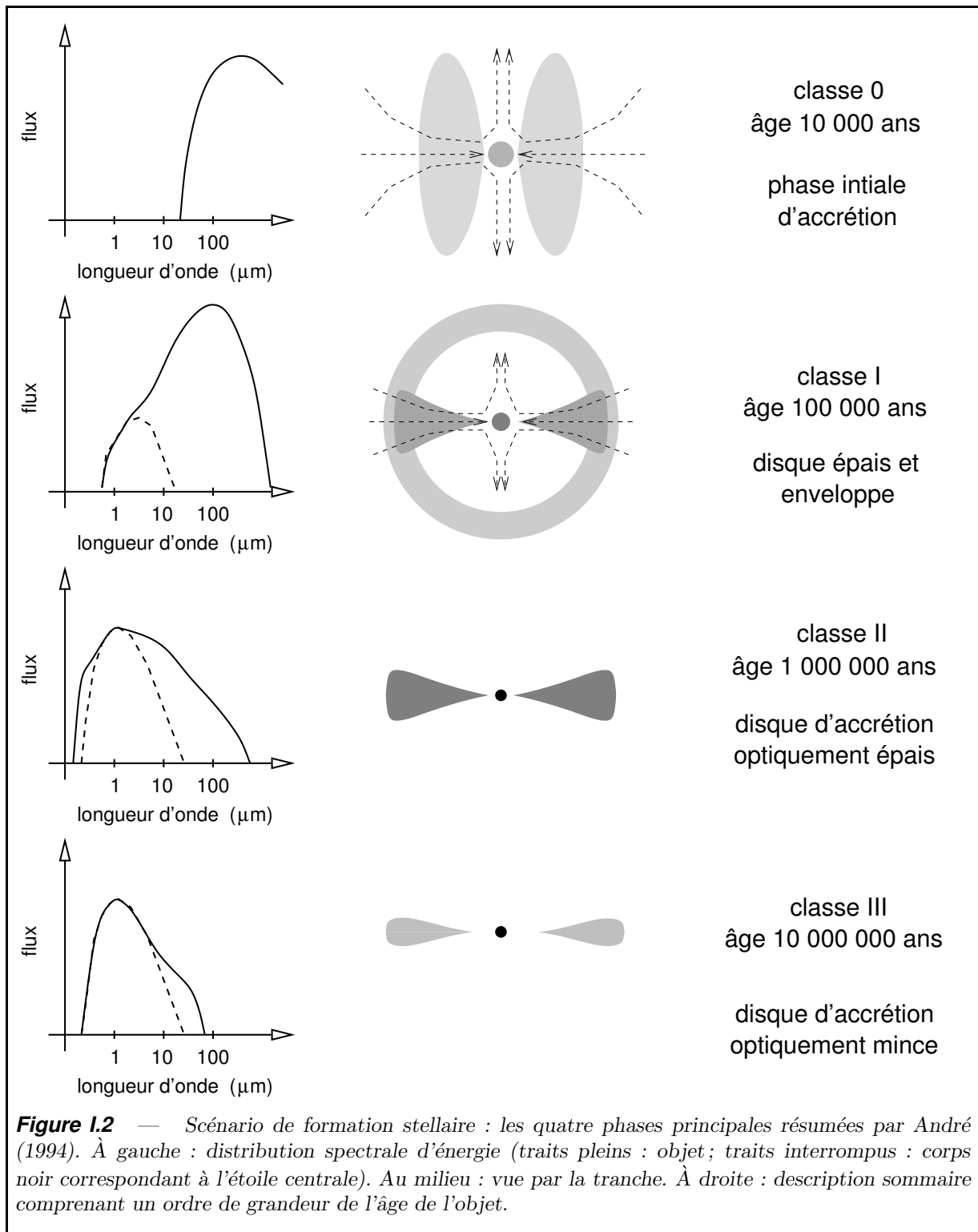
Malgré ces problèmes non résolus, la genèse des étoiles est souvent étudiée selon deux schémas distincts, la formation isolée et celle en amas. Adams & Myers (2001) nuancent le propos, en constatant qu'il existe plutôt un continuum dans les conditions de formation, et en dégagent trois modes principaux :

- (i) une formation sporadique en systèmes de petite taille, de une à quelques étoiles.
- (ii) une formation en groupes d'étoiles d'une dizaine à une centaine de membres, comme dans la région du Taureau et du Cocher.
- (iii) une formation en amas, dans des nuages moléculaires géants, où un grand nombre d'étoiles naissent dans un système dense et gravitationnellement lié, comme dans Orion B.

La différence entre les deux premiers modes et le troisième tient à la densité d'étoiles qui est susceptible d'influer sur le processus de formation stellaire et des premières phases de leur évolution : dans un amas dense, la probabilité est élevée de former des étoiles massives, qui influencent leur environnement par un champ UV intense et par l'onde de choc au stade de supernova. De plus, les interactions dynamiques menant à la destruction des disques, la création et la destruction de système multiples ou la diffusion des planètes sur des orbites excentriques sont importantes.

La phase de formation stellaire proprement dite, où un fragment du nuage se contracte pour donner une étoile éventuellement multiple, a été divisée par Adams et coll. (1987) en trois étapes-clefs en ce qui concerne les étoiles jeunes de faible masse, c'est-à-dire de type solaire ou moins massives. Ces étapes, fondées sur le spectre infrarouge de l'objet (Lada & Wilking, 1984; Myers et coll., 1987), se voient adjoindre une phase initiale de cœur dense par André (1994, voir figure I.2 page suivante) :

- (i) Durant la première phase, la classe 0, une proto-étoile est entourée d'une quantité de matière circumstellaire comparable à sa propre masse. L'extinction est alors très élevée et la température de l'ordre de quelques dizaines de Kelvins : l'objet est essentiellement observable dans le submillimétrique.
- (ii) Les objets de classe I sont enfouis dans une enveloppe sphérique contenant quelques dixièmes de masse stellaire et sont entourés d'un disque accrétant de la matière sur l'étoile centrale. Des flots polaires puissants éjectent de la matière. Ces sources présentent un spectre centré sur l'infrarouge moyen et lointain.
- (iii) Les objets de classe II voient leur enveloppe en grande partie vidée, de sorte que l'étoile centrale et le disque sont observables sur toute la gamme du spectre. L'étoile centrale produit un rayonnement de corps noir centré aux alentours du micron et le disque est responsable d'un fort excès infrarouge. La chute résiduelle de matière



sur l'étoile est caractérisée par l'excès ultraviolet. Des flots polaires d'éjection sont généralement observés. La matière circumstellaire ne représente plus que quelques centièmes de masse stellaire.

- (iv) Les objets de classe III, ne présentent généralement plus de signature d'accrétion et d'éjection, mais dans certains cas un léger excès en infrarouge moyen et lointain ou en millimétrique. Cet excès est imputé à un disque résiduel mince, comportant quelques millièmes de masse stellaire. On estime généralement que ce disque abrite déjà des planètes et des astéroïdes.

En ce qui concerne l'évolution de la matière circumstellaire, le disque d'accrétion entourant les classes II donne probablement lieu par la suite à la formation de planètes, d'abord par agrégation de grains de poussière pour former de petits corps, puis par accrétion de la matière du disque lorsque la gravité de ces corps devient suffisante. On pense que les systèmes planétaires jeunes possèdent encore un disque. Il est beaucoup plus ténu et possède des poussières plus grosses que les disques de classe II, ses propriétés physico-chimiques ayant été modifiées par agrégation, collision et photo-évaporation. Ces disques sont dits de seconde génération, par opposition aux disques entourant les classe II. Un exemple désormais célèbre est le cas de β Pictoris, disque observé par la tranche (Smith & Terrile, 1984). Des raies spectrales présentant un décalage vers le bleu sont interprétées comme provenant du dégazage des comètes passant près de l'étoile (*falling evaporating bodies*, e.g. Beust et coll., 1994; Karmann et coll., 2001) La présence d'une planète est de plus suggérée par le gauchissement du disque (Mouillet et coll., 1997).

Les techniques d'observation classiques combinent l'imagerie à l'échelle d'une seconde d'arc ainsi que la photométrie et la spectrométrie qui permettant, sans information spatiale, d'obtenir des renseignements sur les zones centrales de ces objets. À la distance des régions de formation stellaires les plus proches, elles ne révèlent aucune information spatiale moins d'une centaine d'unités astronomiques de l'objet, or, par ironie du sort, l'on pense que la plupart des phénomènes excitants comme la formation planétaire, la connexion entre disque et étoile ou la création des flots d'éjection se déroulent à des échelles de 0.1 à 10 u.a.. Aussi les techniques récentes de haute résolution angulaire sont-elles très utiles et très prometteuses.

I.3 Techniques de haute résolution angulaire

Les techniques classiques d'observation optique sont limitées par la turbulence atmosphérique à une résolution typique d'une seconde d'arc, soit environ 150 unités astronomiques à la distance du Taureau. Deux techniques importantes ont permis de pallier cette limitation, l'imagerie à la limite de diffraction, d'une part, et, d'autre part, l'interférométrie optique à longue base.

I.3.1 L'imagerie à la limite de diffraction

Pour circonvenir à la turbulence atmosphérique, deux méthodes ont été développées : l'optique adaptative et l'observation dans l'espace.

I.3.1.1 L'optique adaptative

L'optique adaptative consiste à corriger en temps réel la turbulence atmosphérique à l'aide d'un miroir déformable et permet, en théorie, d'attendre la limite de diffraction des télescopes. Pour des instruments dans la classe des 8 – 10 m, cela revient à une résolution de 0.04'' en bande K (2.2 μ m). Dans la pratique, des images ont été obtenues avec une résolution de l'ordre de 0.1'', révélant des détails d'une dimension de 20 u.a. dans le Taureau.

Un problème demeure cependant : l'éblouissement par l'étoile centrale souvent beaucoup plus lumineuse que les zones sondées, à quelques dizaines ou centaines d'u.a.. Pour le circonvenir, la coronagraphie est appelée à la rescousse. Elle permet d'éteindre les parties centrales, mais a le fâcheux inconvénient de ne permettre d'observer des zones qu'au-delà d'une centaine d'u.a.. (Pour plus de détails concernant la coronagraphie, on pourra se reporter à Malbet, 1996).

L'optique adaptative a permis beaucoup de progrès dans la compréhension de l'environnement extérieur des étoiles jeunes : par exemple, elle a permis sur le *Canada France Hawaii Telescope* (CFHT) de résoudre et d'étudier un grand nombre de binaires jusqu'à une séparation de 0.08'' dans Praesepe, binaires auparavant inaccessibles (Bouvier et coll., 2001). Les parties externes de certains disques ont également été imagées, notamment un anneau autour de la binaire GG Tau (Roddiier et coll., 1996) et des disques vus par la tranche comme HK Tau (Stapelfeldt et coll., 1998) ou HV Tau (Monin & Bouvier, 2000).

I.3.1.2 Observation dans l'espace

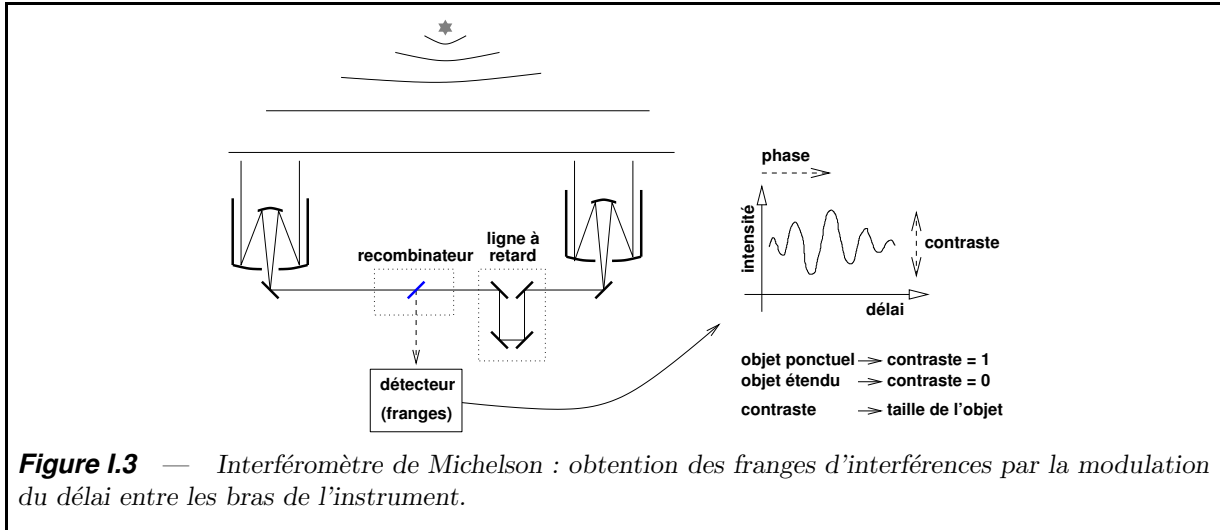
L'espace permet également de s'affranchir de l'atmosphère. Le *Hubble Space Telescope* (HST) fonctionnant dans le visible permet de descendre à une résolution de 0.05'' en V. Deux résultats saillants sont d'une part l'étude des binaires dans les régions jeunes (par exemple Ghez et coll., 1997) et la détection directe de disques circumstellaires dans Orion (McCaughrean & O'dell, 1996), vus en absorption sur une région brillante d'arrière-plan.

I.3.2 L'interférométrie optique à longue base

Elle est utilisée pour pallier la limitation de diffraction d'un télescope. Le principe consiste à combiner la lumière provenant de deux télescopes ou plus et d'observer les franges d'interférences obtenues. Cette méthode est suggérée dès le XIX^e siècle par Fizeau en 1868 pour la mesure de diamètres stellaires et mise en pratique par Michelson (1920). Un schéma de principe d'un interféromètre de type Michelson est présenté figure I.3 page suivante. Le contraste Γ et le déphasage des franges φ constituent la visibilité

$$V(\lambda^{-1}\mathbf{B}) = \Gamma \exp i\varphi, \quad (\text{I.1})$$

où \mathbf{B} est le vecteur distance entre les télescopes (dit ligne de base) projeté sur le ciel et λ la longueur d'onde. Cette visibilité contient de l'information sur la distribution angulaire



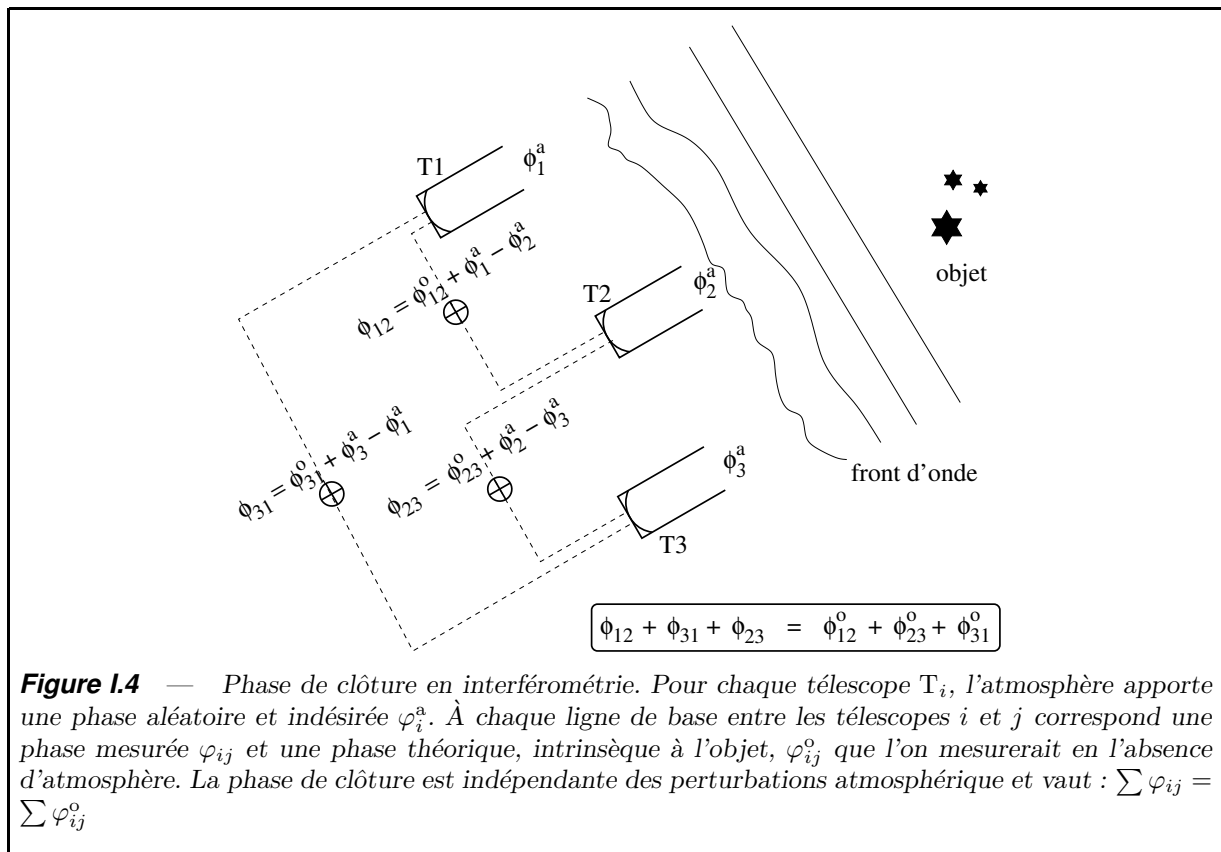
de brillance de l'objet I par le biais du théorème de Zernike-van Cittert :

$$V(\mathbf{u}) = \frac{\tilde{I}(\mathbf{u})}{\tilde{I}(\mathbf{0})}, \quad (\text{I.2})$$

où \tilde{I} est la transformée de Fourier de I .

Un objet de faible taille angulaire par rapport à λ/B est caractérisé par une visibilité unité $V \approx 1$; il est alors dit non résolu. $V \approx 0$ lorsque l'objet possède une dimension de l'ordre de λ/B ou plus. En imagerie, on définit généralement le pouvoir de résolution selon le critère de Rayleigh, à savoir à partir la largeur à mi-hauteur de la réponse impulsionnelle. L'équivalent en interférométrie est de le définir comme la dimension angulaire pour laquelle la visibilité chute au voisinage de zéro, à savoir λ/B . Pour une distance entre télescopes de 100 m dont les instruments récents disposent, le pouvoir de résolution selon le critère de Rayleigh descend à 0.004" en bande K, soit 0.5 u.a. dans les zones de formation stellaire les plus proches. En revanche, si une précision importante est obtenue sur la visibilité et que l'on est capable de mesurer une chute de visibilité de 5%, alors le pouvoir de résolution est de l'ordre de 0.001" soit 0.1 u.a. dans le Taureau. Les objets pour lesquels une faible chute du contraste des franges est observée sont dit marginalement résolus et les conséquences que l'on peut tirer de telles observations sont abordée dans la section V.1.

Le déplacement des télescopes ainsi que la rotation de la terre permettent de déduire V en tout point du plan des lignes de base ; il est alors théoriquement possible de remonter à la distribution de brillance I de l'objet en inversant le théorème de Zernicke-van Cittert. Plus précisément, si l'on mesure V pour un grand nombre de lignes de bases inférieures à B on peut retrouver la distribution de brillance I avec une résolution typique d'un télescope équivalent de diamètre B . Actuellement, l'interférométrie dans le domaine millimétrique produit de telles images de façon routinière. Pour élégante et simple qu'apparaisse cette méthode, il a fallu nombre d'années avant qu'elle ne puisse être appliquée dans le domaine optique. Après les mesures du diamètre angulaire des satellites de Jupiter (Michelson, 1891) et de diamètres stellaires (Michelson & Pease, 1921), les premières avancées en interférométrie optique à longue ligne base datent des années soixante-dix (Hanbury Brown et coll., 1974; Labeyrie, 1975; Bonneau et coll., 1981), essentiellement en raison des difficultés rencontrées :



- (i) Les interféromètres optiques actuels permettent de ne mesurer V que pour quelques valeurs de la ligne de base \mathbf{B} ; aussi devons-nous trouver des moyens d'interpréter ces données parcellaires et nous cantonner à des modèles faisant intervenir un nombre limité de paramètres. En particulier, la reconstruction d'image $I \propto \tilde{V}$ devra attendre encore quelques années avant de se généraliser, car elle nécessite une bonne couverture du plan des lignes de bases, avec au minimum 6 télescopes. Aujourd'hui les instruments qui l'autorisent n'ont pas la sensibilité requise pour l'étude des étoiles jeunes.
- (ii) L'atmosphère induit un changement de phase rapide, aléatoire, et nettement supérieur à 2π dans l'optique, de sorte que mesurer φ directement relève de la gageure. Un artifice, utilisé de longue date en interférométrie millimétrique, permet cependant de conserver une information partielle sur la phase, lorsque trois télescopes sont utilisés simultanément : les phases mesurées suivant les trois lignes de base ont une somme indépendante des perturbations atmosphériques (voir figure I.4), somme que l'on désigne par phase de clôture :

$$\bar{\varphi} = \varphi_{12} + \varphi_{23} + \varphi_{31}, \quad (\text{I.3})$$

où φ_{ij} est la phase mesurée entre les télescopes i et j . Cette phase ne contient malheureusement qu'une partie de l'information et se révèle assez délicate à interpréter.

- (iii) La transformée de Fourier est facile d'emploi si l'échantillonnage en ligne de base permet de résoudre l'objet, en d'autres termes si λ/B est plus grand que sa taille angulaire. C'est rarement le cas pour un disque circumstellaire ou une photosphère d'étoile, par exemple.

De plus, jusqu'à très récemment, les instruments ne possédaient qu'une faible sensibilité,

à savoir une magnitude 5 en K et 7 en V, ce qui est insuffisant pour la grande majorité des étoiles jeunes.

Les nouveaux instruments comme le VLTI et le *Keck Interferometer* (KI) permettent de repousser cette limite ; aussi espéré-je de nombreux progrès en formation stellaire provenant de ces instruments dans les toutes prochaines. Tout comme l'avènement des détecteurs infrarouges dans les années soixante a permis de notables progrès avec la mise en évidence des disques, tout comme la percée de l'interférométrie radio dans les années quatre-vingts a conduit à l'imagerie de disques circumstellaires dans la décennie suivante, tout comme la mise au point de l'optique adaptative a permis de sonder la nature des grains dans les disques en lumière diffusée au cours des dernières années, nous attendons des résultats majeurs de l'interférométrie optique : l'essor de cette technique durant les dernières années et l'avènement d'instruments à haute sensibilité comme le VLTI ou le KI est très prometteuse pour les disques, car elle permettra, pour la première fois, d'obtenir une information spatiale à l'échelle de l'unité astronomique pour au moins une centaine de disques. En ce qui concerne les étoiles jeunes de masse intermédiaire (quelques masses solaires), l'interférométrie a déjà permis de faire de nombreux progrès (voir Millan-Gabet et coll., 2001, j'en reparlerai dans le chapitre suivant). Cependant, je ne compte pas abandonner l'étude classique de la distribution spectrale d'énergie, d'autant plus que l'interférométrie optique ne permet pas encore d'imager le disque, juste d'obtenir une information spatiale parcellaire. Pour cette raison, je mettrai au point un diagnostic observationnel sur la base

- (i) de la distribution spectrale d'énergie dans le domaine optique, qui sonde indirectement le disque depuis le bord interne jusqu'à une dizaine d'unités astronomiques.
- (ii) des observations interférométriques optiques à longue base, donnant une information spatiale à l'échelle de l'u.a.

I.4 Mon travail de thèse

J'ai étudié les disques de classe II autour des étoiles jeunes de faibles masse en utilisant un formalisme analytique du transfert radiatif et un diagnostic observationnel combinant la distribution spectrale d'énergie, observable aujourd'hui bien défrichée, et les visibilités en interférométrie optique à longue base afin d'adjoindre des contraintes spatiales. Le chapitre II aborde les connaissances actuelles que nous possédons au sujet de ces disques.

Chapitre Deux

Le disque d'accrétion

La compréhension de la formation des étoiles et surtout celle des planètes est intimement reliée à la compréhension du disque d'accrétion, notamment la quantité de matière qu'il comprend et les conditions physico-chimiques en son sein. J'ai mené une modélisation de la structure des disques de classe II et j'ai regardé les conséquences sur les observables, notamment la prometteuse interférométrie optique.

Je présenterai un aperçu des résultats observationnels concernant ces disques d'accrétion dans la section II.1. Ensuite (section II.2), je passerai une revue des modèles de la structure des disques, puis aborderai les ingrédients physiques standard que nous utiliserons par la suite : les hypothèses simplificatrices (II.3), le bilan des forces exercées (II.4) et les processus de chauffage (II.5). Je conclurai en présentant les objectifs et le plan de travail de ma thèse.

II.1 Des observations pour contraindre la structure des disques

À partir des observations, dont je résume les résultats dans la section II.1.1, les modélisateurs ont généralement recours à des modèles empiriques qui visent à déterminer le flux sortant de l'objet dont la structure est arbitrairement posée (section II.1.3). Cette approche permet de contraindre la nature et la géométrie des sources observées et peu servir, ensuite, de source d'inspiration à une modélisation auto-cohérente de la structure.

II.1.1 Résultats observationnels

L'étude des disques s'est longtemps contentée d'une mise en évidence indirecte, sans information spatiale, à partir de la photométrie et la spectrométrie. L'excès infrarouge a permis de mettre en évidence la matière circum-stellaire qui rayonne à des températures de 10 à quelques milliers de Kelvins. Les premiers modèles de disques de Shakura & Sunyaev (1973); Lynden-Bell & Pringle (1974) ont permis d'expliquer certains excès infrarouges chez les T Tauri, comme le montre la figure II.2 page suivante : les parties centrales du disque, plus chaudes, contribuent au flux en infrarouge proche et les parties éloignées de l'étoile au flux submillimétrique et millimétrique. L'excès ultraviolet est interprété comme une chute sur l'étoile de la matière du disque qui libère d'un coup son énergie cinétique

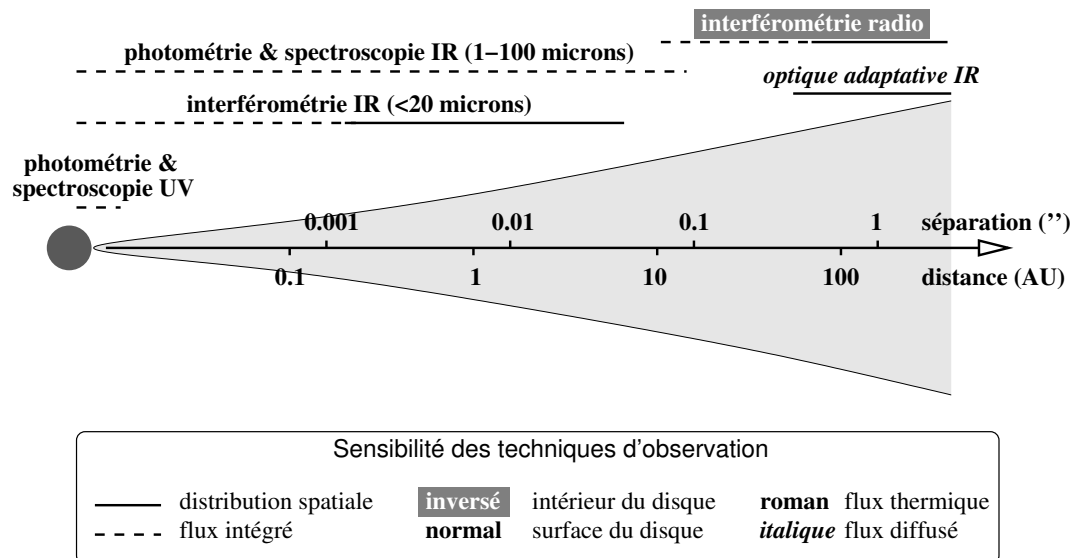


Figure II.1 — Performances comparées des techniques observationnelles actuelles, pour un disque T Tauri typique situé à la distance du Taureau : capacités de résolution spatiale et domaines du disque sondés.

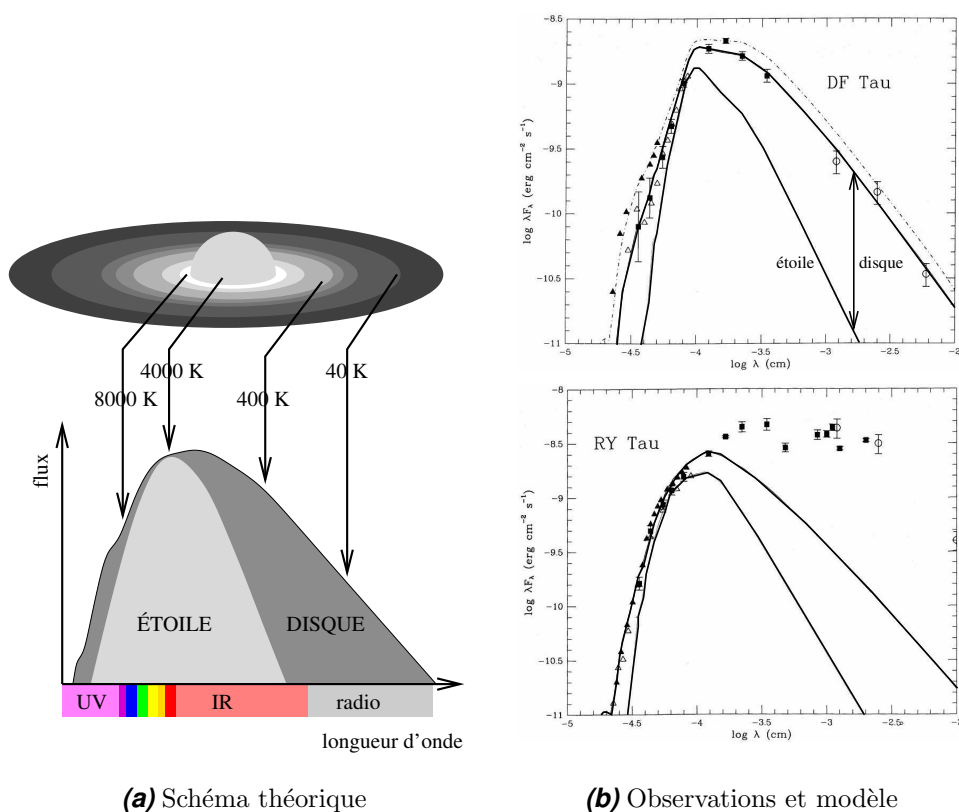


Figure II.2 — Disque d'accrétion et spectre observé : à gauche un schéma de principe indique la contribution du disque au flux infrarouge et de l'accrétion sur l'étoile au flux ultraviolet. À droite, un exemple tiré de Bertout et al. (1988) présente deux observations d'étoiles T Tauri ainsi qu'une comparaison avec leur modèle.

(*e.g.* Bertout et coll., 1988). Parallèlement, (Jankovics et coll., 1983; Appenzeller et coll., 1984) observent chez les T Tauri des raies interdites décalées vers le bleu, interprétées comme la signature d'un jet peu dense de matière orienté dans notre direction et dont la contrepartie, en éloignement et décalée vers le rouge, est cachée par un disque d'accrétion optiquement épais. De plus, Bastien & Ménard (1988) observent la polarisation de la lumière et établissent qu'elle est compatible avec une diffusion de la lumière stellaire sur des grains concentrés dans un disque. Enfin, la haute résolution spectrale a permis d'établir que de la matière était présente en rotation autour des T Tauri : les raies spectrales présentant un élargissement Doppler, à la fois en millimétrique (Weintraub et coll., 1989) et en infrarouge (Kenyon & Hartmann, 1989). Ces observations sont compatibles avec un disque de matière en rotation képlérienne autour de l'étoile centrale.

À ces éléments de preuve s'ajoutent ensuite les méthodes de haute résolution angulaire, comme signalé dans la section I.3.2. D'une part, l'optique adaptative permet d'approcher la limite de résolution théorique des télescopes en infrarouge proche : des images en lumière diffusée de disques vus par la tranche ont fait leur apparition (Rodder et coll., 1996; Stapelfeldt et coll., 1998), avec une résolution de 20 u.a. pour un objet à la distance du Taureau (150 pc). L'interférométrie radio est également très prometteuse : cette technique a permis d'obtenir des cartes du flux thermique en millimétrique avec une résolution inférieure à 100 u.a., ainsi qu'une carte de la cinématique grâce à l'élargissement Doppler des raies (*e.g.* Dutrey et coll., 1994, 1998). Plus récemment, l'interférométrie optique a permis de sonder des disques en infrarouge proche à l'échelle de l'unité astronomique (Malbet et coll., 1998; Akeson et coll., 2000; Millan-Gabet et coll., 2001; Akeson et coll., 2002).

Cet ensemble de méthodes apporte diverses connaissances à propos des disques en raison des différents domaines qu'elle sondent, comme le synthétise la figure II.1 page précédente. Aux échelles inférieures à la dizaine d'unités astronomiques, les observations en photométrie infrarouge et, plus récemment, en interférométrie, sondent la surface du disque et permettent principalement de remonter en premier lieu à la distribution de brillance ; elles sont très peu sensibles à l'épaisseur du disque et n'en sondent aucunement l'intérieur. À grande échelle les observations en polarimétrie et en optique adaptative permettent de sonder la surface du disque en lumière diffusée ; elles nous donnent une information sur la nature des grains ainsi que sur la géométrie de la surface. Les observations en interférométrie radio complètent l'étude en sondant les conditions physiques et chimiques sur toute l'épaisseur du disque.

II.1.2 Interprétation : deux approches distinctes

Il me semble utile, avant d'aller plus avant, de préciser la notion de modèle. Un modèle cohérent comprend deux composantes (parfois impossibles à séparer) :

- (i) La modélisation de la structure. Par exemple, elle vise à déterminer la carte de densité $\rho(x, y, z)$ et de température $T(x, y, z)$ à partir des processus physiques en jeu, comme la gravité, la pression ou le champ magnétique.
- (ii) La modélisation des observables. Par exemple, elle vise à déterminer le flux théorique sortant, sous forme d'images ou de spectres, à partir de la structure donnée lors de l'étape précédente (i). Une méthode possible est l'intégration des équations du

transfert radiatif sur une ligne de visée ; hormis ledit transfert, cette étape n'inclut pas d'ingrédients physiques.

Les observateurs peuvent avoir recours des modèles empiriques lorsqu'ils cherchent à interpréter des observations : à partir d'une structure *ad hoc*, les observables du disque sont calculées (ii) et comparées aux observations. En tâtonnant, une ou plusieurs structures compatibles sont trouvées sans hypothèse ni connaissance des processus physiques en jeu.

L'approche cohérente consiste à considérer les processus physiques, de la manière la plus réaliste possible, et de calculer la structure (i) puis les observables (ii). La comparaison aux observations permet alors de discriminer les processus physiques en jeu et d'en contraindre l'intensité. C'est cette approche que j'ai employée au cours de ma thèse.

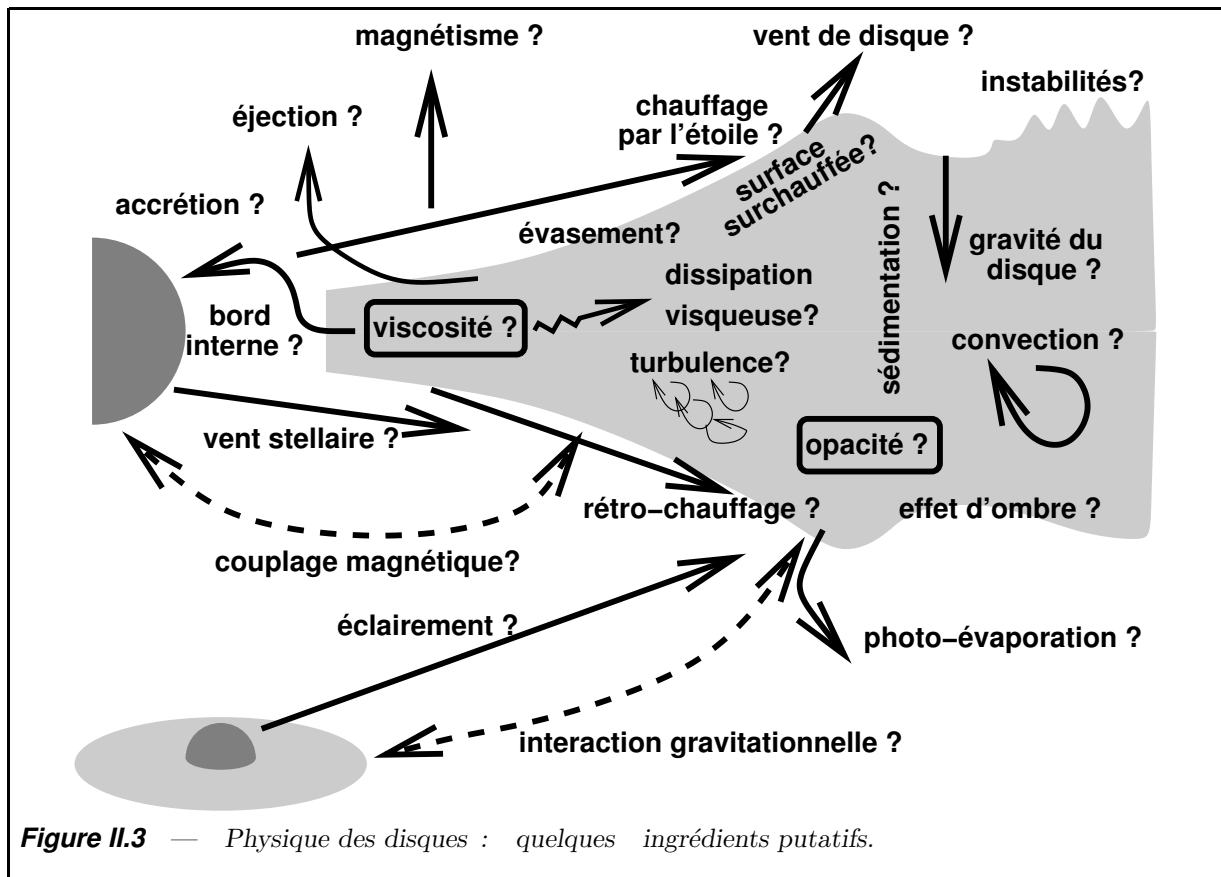
II.1.3 Modèles empiriques

Notamment, les observateurs ajustent souvent aux observations de disques des loi de puissance radiales. Dans le domaine infrarouge, la distribution spectrale peut permettre d'ajuster une loi de température effective $T(r) \propto r^{-q}$ (Beckwith et coll., 1990). La valeur de l'exposant q permet de discriminer les processus physiques en jeu ; notamment, un disque chauffé par l'étoile et optiquement épais pour sa propre radiation est décrit par $q = -3/4$ et un disque passif évasé par $q \approx -1/2$. Dans le domaine millimétrique, où le disque est optiquement mince, le flux sonde à la fois la température et la densité de surface Σ : ainsi, Dutrey et coll. (1998) ajustent aux observations $T(r) \propto r^{-q}$ et $\Sigma(r) \propto r^{-p}$ et en déduisent la $p + q \leq 1.5$ pour GM Aurigae.

Un certain nombre de modèles observationnels ont été conçus pour obtenir une information sur la diffusion multiple, généralement non prise en compte dans le calcul de la structure, ou de la polarisation. La méthode utilisée est généralement de type Monte-Carlo (Bastien & Ménard, 1988) et permet de contraindre la densité de surface et l'épaisseur des parties extérieures du disque. Plus récemment, cette méthode a été utilisée de manière totalement cohérente pour déterminer la distribution de température et le rayonnement émis par un structure passive quelconque, pour un problème à deux dimensions possédant une symétrie cylindrique (Bjorkman & Wood, 2001) ou à trois dimensions (Wolf et coll., 1999). Men'shchikov & Henning (1997) ont obtenu un résultat similaire à deux dimensions par une méthode plus classique de transfert radiatif. Wolf (2001), en utilisant une méthode inverse à partir du modèle de Wolf et coll. (1999), ont montré qu'il était possible d'obtenir la structure d'un disque à partir d'une carte de flux mais que cela n'admet cependant pas une solution unique.

D'autres modèles Hogerheijde & van der Tak (*e.g.* 2000) traitent le transfert radiatif hors Équilibre thermodynamique local (ÉTL), c'est-à-dire qu'ils prennent en compte les raies d'émission et d'absorption du gaz constituant le disque. Ces études sont importantes pour un diagnostic de la chimie et sont utilisées en spectroscopie millimétrique ou en infrarouge.

Toutes ces études ne constituent en rien une explication convaincante des phénomènes en jeu, car la physique qui induit la structure n'est pas considérée. Elles peuvent être utilisées quand les processus physiques sont inconnus afin d'obtenir une information



qui guide le modélisateur. Elles peuvent par ailleurs venir en complément des modèles de la structure : la prise en compte du transfert dans les raies ou de la diffusion multiple n'est pas essentielle pour la détermination de la structure et est trop coûteuse à coupler avec la dynamique ; en revanche elles sont nécessaires à l'étape suivante, à savoir l'obtention de certaines observables comme les cartes de flux diffusé infrarouge ou les cartes de cinématique en radio.

II.2 Panorama des modèles de structure

Les processus que le physicien peut invoquer dans l'étude de la matière circumstellaire sont légion : hydrodynamique, champ magnétique stellaire ou produit par le disque, transfert radiatif de la lumière stellaire, chimie de la matière circumstellaire, dynamique des corps formés dans le disque, influence d'un compagnon, etc., comme l'explique la figure II.3. Aucun modèle actuellement n'a englobé tous ces ingrédients et les auteurs se concentrent sur un petit nombre de phénomènes physiques. Il n'est dès lors pas étonnant que les pistes suivies aient été nombreuses... après avoir présenté quelques éléments de terminologie, je dresserai un panorama des points abordés dans ces modèles, en commençant par le modèle standard de Shakura & Sunyaev (1973); Lynden-Bell & Pringle (1974) qui a servi, et sert encore, de point de départ aux modélisateurs.

II.2.1 Quelques éléments de terminologie

Les disques rayonnent parce qu'ils sont chauffés, or, en fonction de la source de chaleur dominante, les conséquences sur la structure et les observables sont très différentes, comme nous le verrons bientôt (II.2.4). Pour cette raison deux catégories sont utilisées :

- (i) Les disques actifs, surtout chauffés par frottement visqueux (*cf.* section II.2.3).
- (ii) Les disques passifs, essentiellement chauffés par le rayonnement de l'étoile centrale (*cf.* section II.2.4).

On peut ensuite distinguer les disques en fonction de la masse de l'étoile centrale (qui influe par la puissance du rayonnement, par exemple) et de l'état d'activité du disque. Cela conduit aux classes observationnelles suivantes :

- (i) Les étoiles T Tauri (TTS). Ce sont des étoiles jeunes de faible masse de classe II. Elles présentent un taux d'accrétion modéré de 10^{-9} à $10^{-6} M_{\odot}/\text{an}$ environ. Le flux visible est généralement dominé par celui de l'étoile, tandis que le disque est prépondérant en infrarouge (*e.g.* Bertout et coll., 1988).
- (ii) Les étoiles FU Orionis (FUOrs), que l'on considère comme des T Tauri ayant connu un sursaut d'accrétion (Hartmann & Kenyon, 1996). Elles présentent des taux d'accrétion élevés de 10^{-5} à $10^{-4} M_{\odot}/\text{an}$. Le flux est dominé par celui du disque à toutes les longueurs d'onde.
- (iii) Les étoiles de Herbig Ae/Be (HAe/Be), de masse plus importante avec un type spectral A à B, présentent des raies en émission. Une partie d'entre elles présentent un excès en infrarouge, que l'on peut interpréter comme témoignant d'un disque (Natta et coll., 2001), mais cela a été longtemps controversé. (Nous en reparlerons dans la section II.2.4).

II.2.2 Modèle standard

Au commencement était le modèle standard de Shakura & Sunyaev (1973); Lynden-Bell & Pringle (1974), destiné à expliquer les excès infrarouges ainsi que le transport de moment cinétique. La matière en rotation quasi-keplérienne autour de l'étoile est supposée concentrée dans un disque à symétrie cylindrique et infiniment fin. La viscosité induit d'une part un freinage de la matière, de ce fait animée mouvement radial lent par rapport à la vitesse de rotation, ce qui explique l'accrétion. D'autre part, le frottement entre les anneaux concentriques constituant le disque accélère les parties extérieures, qui orbitent plus lentement, tandis que les parties centrales, rapides, sont freinées : il en résulte un transfert centrifuge de moment cinétique. Enfin, la viscosité induit un chauffage de la matière.

Indépendamment de la nature de la viscosité, le modèle prévoit un chauffage proportionnel du taux d'accrétion et un profil radial de température effective $T(r) \propto r^{-3/4}$. Un tel profil induit une distribution spectrale d'énergie $\lambda F_{\lambda} \propto \lambda^{-4/3}$, ce qui permet d'expliquer, par exemple, le spectre de DF Tau sur la figure II.2.

II.2.3 Viscosité

Dès lors que l'on s'intéresse à la structure du disque, par exemple à la température dans le plan médian ou à la quantité de matière disponible afin d'aborder la formation des planètes, la connaissance de la viscosité devient nécessaire. En effet, le modèle standard prédit que densité de colonne Σ , viscosité cinématique ν et taux d'accrétion \dot{M} sont étroitement reliés :

$$\Sigma \propto \frac{\dot{M}}{\nu}, \quad (\text{II.1})$$

sur l'ensemble du disque. En ce qui concerne la température centrale, elle est reliée à la profondeur optique et par là même à cette densité de colonne.

La nature de la viscosité pose problème. En effet, la viscosité moléculaire est beaucoup trop faible pour être en cause : avec des taux d'accrétion typiques de 10^{-9} à $10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$ dans les objets jeunes, elle impliquerait une quantité de matière Σ de nombreux ordres de grandeurs supérieure à la masse du système (au plus quelques masses solaires), comme l'expliquent Frank et coll. (1992). De plus, un disque avec la viscosité moléculaire seule présenterait un nombre de Reynolds très élevé, ce qui indique que de la turbulence s'établit ; elle est alors responsable de la viscosité.

On peut établir de manière intuitive la façon dont la turbulence permet d'induire la viscosité. C'est d'ailleurs ce qu'ont fait les astrophysiciens pour contourner les difficultés théoriques soulevées par cette turbulence : si l'on considère un fluide turbulent avec des éléments de taille caractéristique l mis à une vitesse typique v , on s'attend à une viscosité cinématique $\nu = lv$. En considérant que v doit être celle du son c et que l ne saurait dépasser quelques échelles de hauteur h dans un disque fin, on peut établir, à l'instar de Shakura & Sunyaev (1973), la prescription suivante

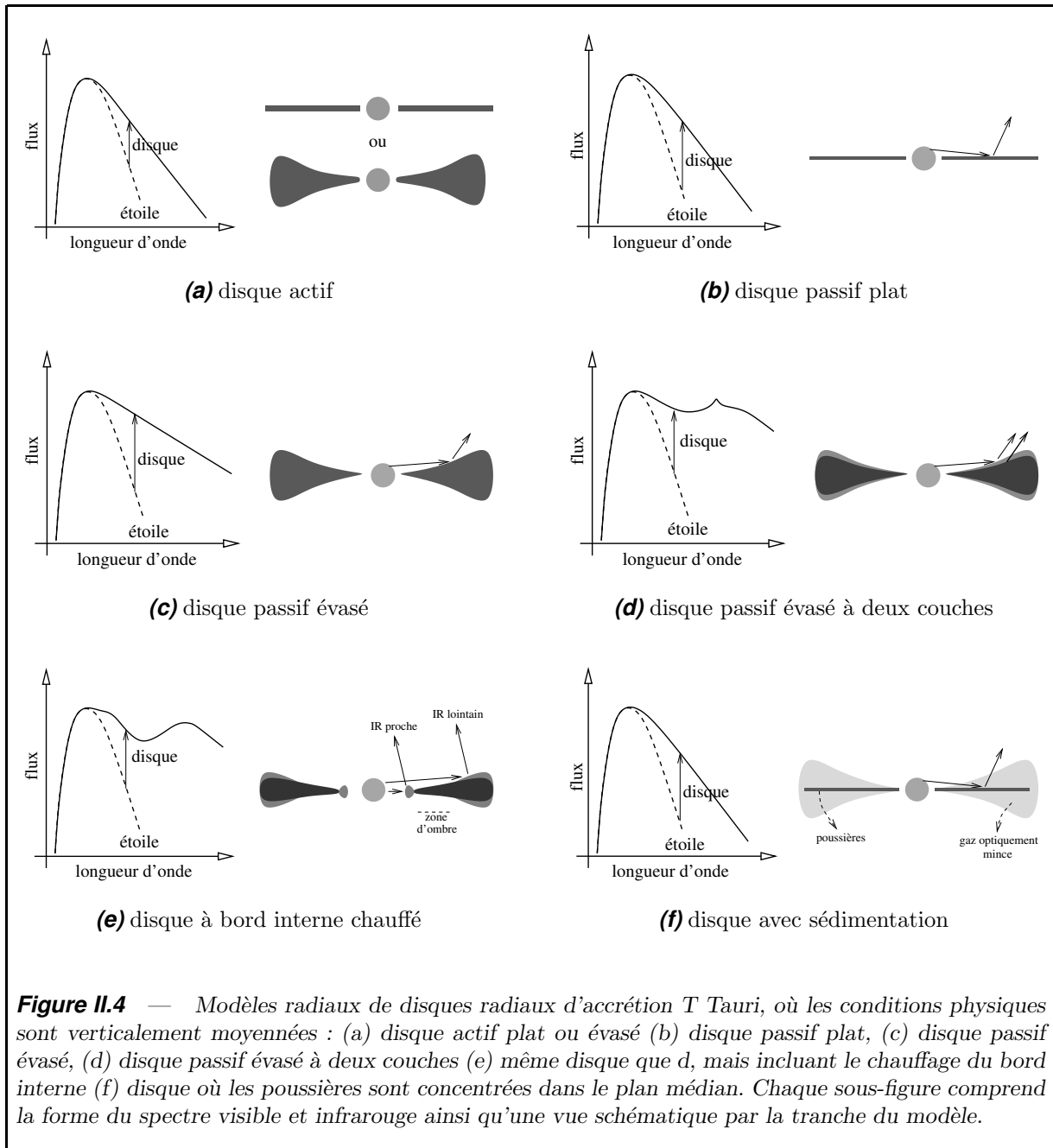
$$\nu = \alpha c_s h \quad (\text{prescription } \alpha) \quad (\text{II.2})$$

où $\alpha \lesssim 1$ est uniforme dans le disque. La valeur de α , très incertaine, a une influence primordiale sur la structure du disque puisqu'alors $\Sigma \propto \alpha^{-1}$. À partir d'expériences en laboratoire sur des écoulements cylindriques plans et inspirés de Lynden-Bell & Pringle (1974), Richard & Zahn (1999) ont proposé une prescription alternative où la viscosité est proportionnelle au moment cinétique spécifique :

$$\nu = \beta \Omega r^2 \quad (\text{prescription } \beta), \quad (\text{II.3})$$

avec $\beta \ll 1$ constant sur l'ensemble du disque. Dans le cas des disques, Huré et coll. (2001) ont montré qu'elle apportait des prédictions très différentes de celles issues la prescription α , avec, notamment, un profil radial de densité de colonne moins pentu et un disque plus massif.

Ces prescriptions ne sont que des ordres de grandeur et nécessitent d'être vérifiés. De plus, elles laissent un goût d'insatisfaction au physicien qui préfère comprendre la nature même de la turbulence. Aussi de nombreux auteurs se sont-ils attelés à la tâche, mais à ce jour aucun consensus ne s'est dégagé entre partisans d'une turbulence induite par une instabilité hydrodynamique des disques (*e.g.* Scott, 1990; Morozov & Hopperskov,



1990; Goldman & Wandel, 1995; Longaretti, 2002) et les défenseurs d'une instabilité magnétohydrodynamique (voir par exemple Hawley & Balbus, 1995; Nakao, 1996; Balbus & Hawley, 1998). Ces études reproduisent en général une valeur faible de α , aux alentours de 10^{-3} .

II.2.4 Structure verticale et phénomènes de transport

Il apparaît que le scénario d'un disque actif n'est pas apte à reproduire les distributions spectrales d'énergie plates (Kenyon & Hartmann, 1987), comme celle de RY Tau sur la figure II.2 page 32. Le chauffage par l'étoile centrale est alors invoqué, mais il ne peut produire ce genre de spectre que si le disque est évasé (Adams et coll., 1987, et figure II.4) :

dans ce cas, les parties externes du disque reçoivent davantage de lumière stellaire et sont plus chaudes, d'où un spectre en infrarouge moyen et lointain plus important. Le calcul de l'évasement apparaît alors indispensable au calcul des conditions dans le disque et la notion de structure verticale s'impose.

Par ailleurs, la détermination de la température dans le plan médian est cruciale pour les prédictions observationnelles, et cela nécessite d'aborder les phénomènes de transport d'énergie perpendiculairement au plan du disque. En effet, nous venons de voir que le spectre est fortement influencé par l'évasement du disque, or, un disque est d'autant plus épais, et donc évasé, qu'il est chaud en son centre. Il se trouve, par ailleurs, que, dans un disque optiquement épais, on s'attend à ce que la température puisse être plus élevée dans le plan médian qu'à la surface, comme la théorie mieux connue du transfert dans les atmosphères stellaires nous pousse à le croire ; une étude plus rigoureuse des phénomènes de transport est donc requise. Comme les disques sont, en règle général, peu épais, les phénomènes de transport sont essentiellement verticaux, hypothèse qui est utilisée dans la grande majorité des études. Les premiers modèles, y compris le modèle standard, utilisent des conditions verticalement moyennées afin de rendre le calcul du transfert analytique, comme le relatent Frank et coll. (1992) pour un disque actif : l'épaisseur du disque est calculée à partir d'un équilibre hydrostatique vertical isotherme à la température médiane, supposée proportionnelle à la profondeur optique comme dans une atmosphère stellaire.

Hubeny (1990) propose un formalisme analytique du transfert dans le cas d'un disque chauffé par viscosité et relie la température en tout point à la distribution du chauffage visqueux et à la profondeur optique. Il appert que le résultat diffère de celui d'une atmosphère stellaire, en raison de la présence de chauffage sur toute la hauteur du disque alors que l'atmosphère stellaire n'est chauffée qu'à sa base : le plan médian dans un disque est moins chaud que prévu. Malbet & Bertout (1991) traitent similairement le cas d'un disque passif et établit que la surface du disque est surchauffée, à savoir que sa température est supérieure à la température effective correspondante et que l'intérieur est moins chaud que la température effective. Ces modèles ne traitant pas l'équilibre hydrostatique vertical, ils ne permettent pas une prédiction de la structure verticale.

Plus récemment, Bell et coll. (1997), dans le cadre du disque actif, ont proposé un modèle numérique couplant le transfert radiatif vertical gris et le transport par convection avec l'équilibre hydrostatique vertical. Il convient pour les disques où le chauffage est dominé par la dissipation visqueuse, ce qui est le cas pour une forte accrétion, comme dans les FU Orionis. D'Alessio et coll. (1998) ont réalisé un travail similaire, incluant également l'éclairement par l'étoile, ce qui convient aux disques T Tauri, pour lesquels le chauffage par l'étoile peut être important. Cette étude confirme et précise les tendances prévues par les auteurs précédents, à savoir le chauffage en surface et le calcul de la température centrale. Elle est également en bon accord avec la moyenne des observations photométriques visibles et infrarouges des T Tauri du Taureau, ce que les modèles à structure verticalement moyennée ne pouvaient reproduire : la figure II.4 page ci-contre montre l'influence de la couche de surface surchauffée, seule à même de produire un spectre bosselé. Dans le même but, Chiang & Goldreich (1997) ont proposé un modèle entièrement analytique pour un disque éclairé par l'étoile : ils considèrent une structure simplifiée à deux couches, où les conditions sont verticalement moyennées ; la surface est éclairée directement et l'intérieur par la couche de surface.

Enfin, Dullemond et coll. (2002) se sont affranchis des opacités de Planck et Rosseland pour obtenir une solution cohérente du transfert vertical dans un disque passif : les études précédentes ne prenaient que de manière approchée le fait que l'opacité de la matière dépende de la longueur d'onde. Les auteurs trouvent que l'incidence sur le profil vertical de température est importante dans certaines zones du disque, ce qui a pour conséquence de modifier les conditions physico-chimiques. En revanche l'influence sur la distribution spectrale d'énergie est faible.

Une hypothèse simplificatrice courante est de considérer que la matière du disque est homogène, à savoir que gaz et poussière sont mélangés. Il est possible, en revanche, de penser que les poussières, découplées du gaz, sont concentrées dans le plan médian du disque comme le montre la figure II.4f. Une conséquence de cette sédimentation est que le gaz, optiquement mince, laisse passer la lumière stellaire qui est absorbée et ré-émise par les poussières dans le plan médian ; il en résulte que le disque apparaît plat, avec un spectre $\lambda F_\lambda \propto \lambda^{4/3}$. Les mécanismes invoqués pour expliquer le mélange sont la convection et la turbulence, mais la réalité de l'hypothèse est incertaine. D'une part, les observations semblent valider le scénario du disque évasé avec un bon mélange de gaz et de poussières. D'autre part, une simulation numérique récente de Maddison (2002, communication privée) établit que ce n'est pas nécessairement le cas et que cela dépend de la taille des poussières : seuls les petits grains se trouvent bien mélangés. Le modèle de Chiang et coll. (2001), fondé sur le principe du modèle à deux couches, prend en compte, mais de manière empirique, une sédimentation partielle, en supposant que la surface ne comprend pas de gros grains ; il se trouve que cette hypothèse n'affecte pas outre mesure la forme de la distribution spectrale d'énergie, qui reste caractéristique d'un disque évasé, parce que ce sont surtout les petits grains qui sont responsables de l'absorption et de l'émission.

Récemment des modèles numériques ont pris en compte la gravité du disque en sus du champ de gravité stellaire, dans le cas d'un disque actif. Ce phénomène avait été longtemps ignoré en raison de la faible masse des disques de type T Tauri. Les conséquences trouvées sont de deux ordres : d'une part le disque contribue au champ de gravité vertical dans les parties éloignées de l'étoile, ce qui a tendance à comprimer le disque, à le rendre le disque moins épais (Hure, 1998; Huré, 2000). D'autre part, le disque devient alors instable vis-à-vis de la gravité Toomre (1964), ce qui pourrait induire une turbulence génératrice de chaleur (Bertin & Lodato, 1999). En appliquant ce chauffage putatif aux FU Orionis, Lodato & Bertin (2001) ont réussi à reproduire la distribution spectrale d'énergie de ces disques, présentant un très fort excès en infrarouge moyen et lointain, ce qu'un modèle plus classique ne sait faire. Ce phénomène commence à prendre de l'importance au-delà d'une dizaine ou d'une centaine d'unités astronomiques selon la masse du disque et pourrait influencer les conclusions tirées d'observations à grande échelle, notamment en flux diffusé.

La présence de disques autour des étoiles plus massives, les étoiles de Herbig, a été moins rapide à établir, parce que certaines d'entre elles ne présentent aucun excès infrarouge ou parce que les modèles précédents n'arrivent pas à reproduire correctement leur spectre, en particulier un excès infrarouge trop important et une déficience en infrarouge moyen. L'existence du disque a été mis en doute par Boehm & Catala (1994); Boehm & Hirth (1997) sur les bases de l'absence de décalage vers le bleu des raies interdites (voir section II.1.1), tandis que Hillenbrand et coll. (1992); Ghandour et coll. (1993) soutiennent la présence d'un disque massif ($\dot{M} \sim 10^{-6} - 10^{-5} M_\odot/\text{an}$) autour d'une partie des HAe/Be sur la base de l'intensité des raies d'émission et du spectre. D'autres étoiles de Herbig de

leur échantillon ont cependant des caractéristiques qui suggèrent une enveloppe circumstellaire. Plus récemment, Dullemond et coll. (2001) ont proposé un modèle de disque passif permettant de reproduire les observations en photométrie visible et infrarouge (figure II.4e page 38) : en raison du flux important de l'étoile, le bord interne du disque, directement chauffé par l'étoile est renflé. Il met alors dans l'ombre le disque interne. Les conséquences sont, d'une part, un fort excès infrarouge lié à ce bord renflé et, d'autre part, une déficience en infrarouge moyen en raison des régions plongées dans l'ombre. Les observations en interférométrie à longue base de Millan-Gabet et coll. (2001), en infrarouge proche, semblent, par ailleurs, voir ce bord interne : elles sont compatibles avec un anneau entourant l'étoile centrale, pas avec un disque.

II.2.5 Éjection de matière

La présence de raies interdites décalées vers le bleu chez beaucoup d'objets jeunes, ainsi que de flots d'éjection polaires à grande échelle fait de l'éjection un processus-clé de la formation stellaire. La collimation à grande échelle de ces jets penche en faveur de la présence de champ magnétique. De plus, coïncidence troublante, leur axe est parallèle à celle du champ magnétique dans le disque (Strom et coll., 1986; Novak et coll., 1990) : les observations en lumière polarisée permettent de déduire l'alignement des grains, qui, eux, permettent de remonter à la direction du champ magnétique (selon les conditions soit parallèle, soit perpendiculaire à la première).

En termes de modélisation, bien que certains auteurs pensent que ces jets sont issus d'un vent stellaire (e.g. Trussoni & Tsinganos, 1993), nombreux sont ceux qui voient en ceux-ci de la matière éjectée du disque. Shu et coll. (1994), par exemple, supposent que le champ magnétique stellaire est responsable de l'éjection au niveau de l'interface entre disque et étoile, à quelques rayons stellaires. Ferreira & Pelletier (1995); Casse & Ferreira (2000) proposent *a contrario* qu'un champ magnétique est présent dans le disque et expulse de la matière de la surface de celui-ci.

Si ce dernier modèle est valable, il remet en cause les modèles de disques purement hydrodynamiques, du moins dans les parties proches de l'étoile : l'éjection déplete la matière contenue dans le disque et enlève de l'énergie de la surface du disque. De plus, la présence d'un champ magnétique fort couple le disque et l'étoile : si ce disque est présent très près de l'étoile, alors ce couplage ralentit le disque et accélère l'étoile, car le disque interne tourne plus rapidement que l'étoile. Cela implique un transfert de moment centripète, alors même qu'une des questions théoriques cruciales est d'arriver à extraire le moment des parties centrales. Aussi pense-t-on que le disque comporte un trou en son centre, c'est-à-dire que le bord interne est loin de l'étoile, mais la déplétion des zones centrales devrait amoindrir l'excès en infrarouge proche, contrairement à ce que l'on observe dans de nombreux cas.

Nous paramètrons cette éjection de matière (voir section II.4.1) afin d'étudier son influence sur la structure du disque dans le chapitre III.

II.2.6 Évolution du disque et formation des planètes.

Les classes II et III diffèrent par l'intensité de l'excès infrarouge et, ainsi qu'on l'explique, par la quantité de matière contenue dans le disque. Par ailleurs, les observations montrent que la fréquence des disques circumstellaires diminue avec l'âge des systèmes (notamment Haisch et coll., 2001). Aussi de nombreuses études ont-elles été destinées à décrire l'évolution des disques de type T Tauri, et les pistes suivies sont assez nombreuses.

La solution de simplicité est de considérer que les disques conservent une structure à symétrie cylindrique et évoluent lentement, de sorte qu'on puisse à tout instant les modéliser par un disque stationnaire. Par exemple, Clarke et coll. (2001) abordent de cette manière la photo-dissociation des disques par le flux ultraviolet provenant de l'étoile. Drouart et coll. (1999); Hersant et coll. (2001) étudient un disque qui se déplete de manière paramétrée, avec un taux d'accrétion croissant avec le temps. En considérant l'évolution des conditions physico-chimiques, ces modèles permettent de remonter aux conditions dans la nébuleuse solaire primitive à partir des abondances actuelles dans le système solaire : ils contraignent ainsi le taux d'accrétion initial et le paramètre de viscosité α . En ce qui concerne la formation des planètes, certains modèles étudient l'interaction entre disque et planètes et montrent que les planètes formées peuvent migrer vers l'étoile Del Popolo & Eksi (par exemple 2002).

Ce genre de méthode ne prend pas en compte la possibilité d'une évolution vers une structure asymétrique, ce qui peut être le cas pour des disques entourant une binaire serrée, perturbés par un compagnon proche ou une étoile passant à proximité ou dans lequel des planètes massives se forment. Les simulations numériques de type *Smooth Particle Hydrodynamics* (SPH) commencent à se développer pour ce genre de problématique.

II.3 Des hypothèses simplificatrices

II.3.1 Hypothèses courantes

Le transfert radiatif est un problème ardu, et quasiment inaccessible aux ordinateurs actuels, si l'on ne procède pas à des simplifications : en ce qui concerne les disques, aucun code à trois dimensions couplant transfert radiatif et hydrodynamique n'a encore vu le jour. La plupart des travaux se concentrent sur un disque à symétrie cylindrique afin de ne garder que deux dimensions. De plus, à moins de modéliser la dynamique du disque, son interaction avec d'éventuelles proto-planètes, la perturbation de compagnons stellaires proches ou la propagation d'instabilités, nous n'avons pas de raisons particulières de vouloir lui donner à tout prix une géométrie alambiquée. C'est dans ce contexte que nous allons faire les hypothèses suivantes : le disque orbite autour d'une étoile simple, sans compagnon proche et est à symétrie cylindrique.

Nous négligeons également l'impact du champ magnétique avec lequel une description analytique deviendrait extrêmement périlleuse. Cette hypothèse peut paraître raisonnable à plusieurs unités astronomiques de l'étoile, *a contrario* elle risque fort d'être inadéquate à quelques rayons stellaires.

II.3.2 Le disque est aplati

Une autre hypothèse concerne l'épaisseur de ce disque. Les observations à large échelle, en lumière diffusée, ou les considérations d'ordre de grandeur des conditions physiques, tendent à prouver que la plupart des disques d'accrétion de type T Tauri sont aplatis, c'est-à-dire que le rapport de leur épaisseur sur la distance est faible, généralement quelques dixièmes. Cela est confirmé *a posteriori* par les modèles analytiques ou numériques existants. Cette hypothèse est utile car on peut alors négliger la variation de la gravité horizontale de l'étoile avec la hauteur dans le disque (voir II.8). En particulier les disques aplatis et peu massifs sont en rotation keplérienne.

II.3.3 Le transfert radiatif dans le disque est essentiellement vertical

Les modèles analytiques et numériques de disque d'accrétion font généralement l'hypothèse que le transfert de rayonnement a lieu suivant une direction perpendiculaire au plan du disque, des couches médianes vers les couches externes. Or, dans les disques, les conditions dépendent de la distance à l'étoile : le champ de gravité local ou l'irradiation stellaire en sont des exemples patents. Aussi nous attendons-nous à ce qu'existe également une composante horizontale du flux radiatif. Nous allons montrer que cette composante peut être négligée dans le cas des disques géométriquement minces, c'est-à-dire que, comparé aux flux radiatif vertical F_z , le flux horizontal F_r contribue de façon négligeable au chauffage de la matière.

L'apport d'énergie par unité de masse des flux verticaux et horizontaux, u_z et u_r s'obtient par un bilan d'énergie sur un élément de matière infinitésimal situé à distance r du centre, d'épaisseur dr , de hauteur dz et de masse volumique ρ . Nous obtenons :

$$u_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_z}{\partial z} \quad (\text{II.4a})$$

$$u_r = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_r). \quad (\text{II.4b})$$

conformément à l'explication de la figure II.5 page suivante

Ensuite, il est possible de relier les flux à la distribution de température T en considérant l'approximation de diffusion : ils sont alors proportionnels au gradient d'énergie radiative σT^4 , ce que la théorie du transfert confirme dans les zones optiquement profondes :

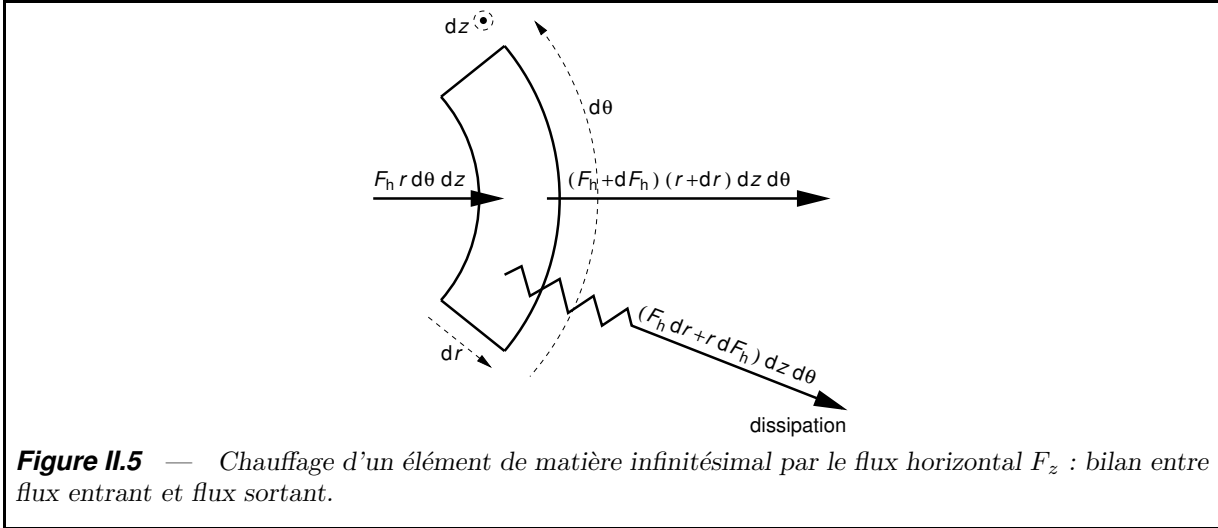
$$F_z \sim \frac{\partial(T^4)}{\partial z}, \quad (\text{II.5a})$$

$$F_r \sim \frac{\partial(T^4)}{\partial r}. \quad (\text{II.5b})$$

Il en résulte que

$$u_z \sim -\frac{\partial^2(T^4)}{\partial z^2}, \quad (\text{II.6a})$$

$$u_r \sim -\frac{\partial^2(T^4)}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial(T^4)}{\partial r} \quad (\text{II.6b})$$



Enfin, l'analyse dimensionnelle nous fournit un ordre de grandeur pour les dérivées spatiales, de sorte que :

$$u_z \sim \frac{T}{h^2}, \quad (\text{II.7a})$$

$$u_r \sim \frac{T}{r^2}, \quad (\text{II.7b})$$

où h est l'échelle de hauteur. Le chauffage de la matière par le flux radiatif horizontal représente une fraction $(h/r)^2$ celui du flux vertical. Dans la plupart des disques T Tauri, h/r est de l'ordre de 0.1, ce qui justifie l'approximation.

II.3.4 Le disque n'est pas auto-gravitant

Le disque devient auto-gravitant lorsque le champ de gravité lié au disque devient du même ordre que celui de l'étoile centrale. Il se produit alors une modification

- (i) du champ de gravité vertical, avec pour conséquences
 - (a) la modification de l'équilibre hydrostatique vertical, avec un disque plus dense et plus fin (*e.g.* Bardou et coll., 1998; Huré, 2000)
 - (b) la génération d'ondes de gravité et d'instabilités qui génèrent une asymétrie (voir par exemple Toomre, 1964) et dissipent de l'énergie (Bertin & Lodato, 1999).
- (ii) du champ de gravité horizontal qui modifie la vitesse de rotation (Bodo & Curir, 1992, *e.g.*) avec des conséquences
 - (a) dynamique, à savoir la modification du profil radial de densité de surface
 - (b) dissipative, à savoir la modification du chauffage visqueux

Ces phénomènes ont lieu dans les parties éloignées de l'étoile où le potentiel de l'étoile devient faible. Les modèles de disques déjà existants tendent à montrer que, pour des taux d'accrétion modérés ($\dot{M} \lesssim 10^{-6} M_\odot/\text{an}$) et une amplitude moyenne de la viscosité $\alpha \sim 10^{-2}$, le phénomène (ii) n'importe qu'au-delà de plusieurs centaines d'unités astronomiques de l'étoile (Bertin & Lodato, 1999). En revanche, Huré (2000) concluent que le premier phénomène a lieu dès une dizaine d'u.a. de l'étoile dans un disque actif. Notons toutefois

qu'un disque α éclairé par l'étoile est beaucoup plus chaud et donc visqueux dans sa partie externe, de sorte que la quantité de matière y est moindre et que ce phénomène n'importe qu'au-delà d'une centaine d'unités astronomiques (D'Alessio et coll., 1999).

Dans la suite, nous négligerons le champ de gravité du disque et en vérifierons *a posteriori* le domaine de validité.

II.4 Mécanique du disque d'accrétion stationnaire

Dans cette section, nous découplons les phénomènes mécaniques verticaux et horizontaux, et faisons l'hypothèse d'un disque d'accrétion stationnaire, c'est-à-dire que les quantités physiques ne dépendent pas du temps. Dans le sens radial (section II.4.1), le phénomène dominant est le couple visqueux exercé sur la matière induisant un transport de moment cinétique centrifuge et un transport de matière centripète, l'accrétion. L'influence de l'épaisseur géométrique du disque est négligeable car ce couple dépend peu de h/z ; aussi supposons-nous un disque infiniment plat. Dans le sens vertical (section II.4.2), la mécanique est dominée par l'équilibre hydrostatique.

II.4.1 Accrétion et densité de surface

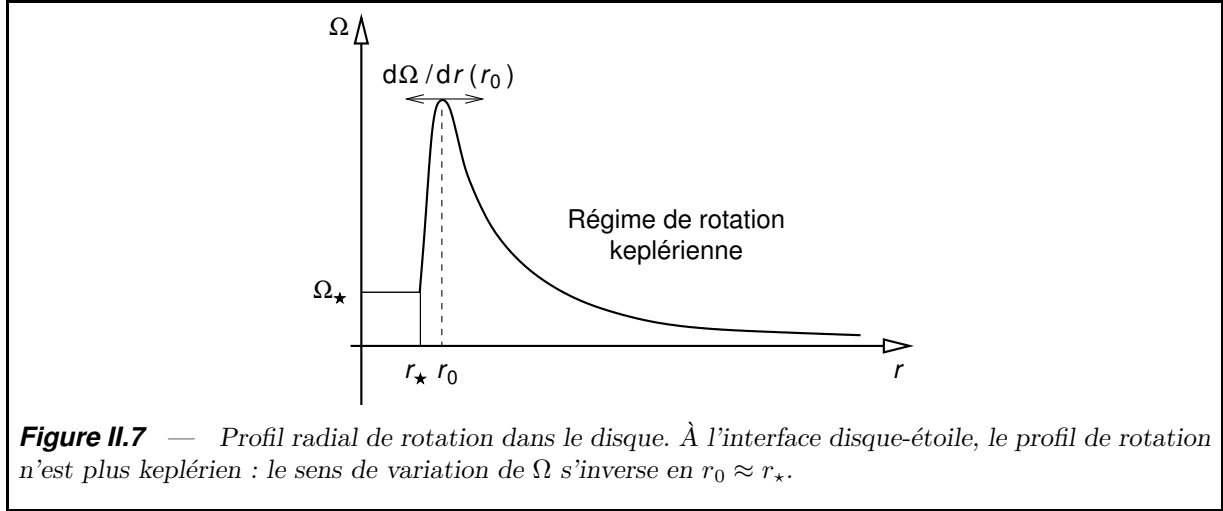
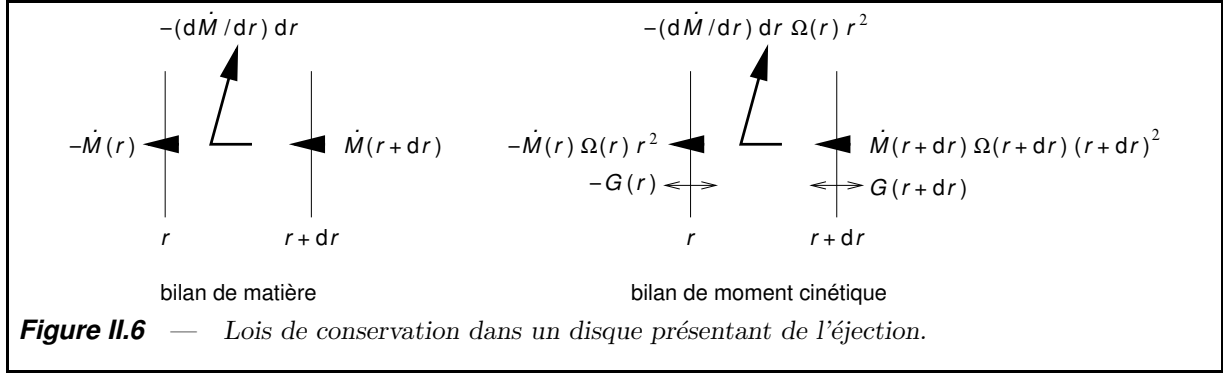
Le modèle standard de disque d'accrétion stationnaire (Shakura & Sunyaev, 1973; Lynden-Bell & Pringle, 1974) prédit une accrétion uniforme, c'est-à-dire que le flux radial de matière à travers un cylindre de rayon r centré sur l'étoile est indépendant de r . Ces modèles n'incluent pas l'éjection de matière observée dans les objets jeunes et prédite par les modèles de disque magnétisé (*e.g.* Blandford & Payne, 1982). Sa description physique nécessite l'étude de l'influence du champ magnétique sur la matière, un problème complexe que nous ne cherchons pas à aborder. Nous avons donc choisi de modéliser cette éjection de manière empirique, afin de pouvoir tout de même étudier les effets éventuels de la perte de masse dans les parties centrales du disque. Aussi posons-nous un taux d'accrétion dépendant de la distance à l'étoile

$$\dot{M}(r) = \begin{cases} \dot{M}_\infty \left(\frac{r}{r_e}\right)^\xi & \text{si } r \leq r_e \\ \dot{M}_\infty & \text{si } r > r_e \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

où r_e est le rayon en-deçà duquel l'éjection a lieu, \dot{M}_∞ le taux d'accrétion au bord externe du disque et ξ l'indice d'éjection (Ferreira & Pelletier, 1995).

La dissipation surfacique d'énergie U_v et la densité de surface Σ se trouvent par conservation radiale de la matière et du moment cinétique, à la manière de Shakura & Sunyaev (1973). La figure II.6 page suivante résume ces arguments de conservation en utilisant un anneau situé entre r et $r + dr$. La masse éjectée n'est autre que la variation radiale du taux d'accrétion, aussi le bilan de moment cinétique s'écrit-il

$$\frac{d}{dr} \left(\dot{M}(r) \Omega(r) r^2 \right) - \frac{d\dot{M}}{dr}(r) \Omega(r) r^2 + \frac{dC}{dr}(r) = 0. \quad (\text{II.9})$$



$C(r)$ est le couple visqueux exercé par les parties du disque situées au-delà de r sur celles situées en-deçà. Il est directement lié au flux radial spécifique de moment cinétique c_r par

$$\begin{aligned} C(r) &= \int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi r c_r(r, \zeta) d\zeta \\ &= 2\pi r^3 \Sigma(r) \nu(r) \frac{d\Omega}{dr}(r), \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

où la viscosité cinématique moyenne $\nu(r)$ est donnée par

$$\nu(r) = \frac{1}{\Sigma(r)} \int_{-\infty}^{+\infty} \nu(r, \zeta) d\zeta. \quad (\text{II.11})$$

L'équation de conservation du moment cinétique (II.9), avec (II.10), devient :

$$\dot{M}(r) \frac{d}{dr} (\Omega(r) r^2) + 2\pi \frac{d}{dr} \left(\Sigma(r) \nu(r) r^3 \frac{d\Omega}{dr}(r) \right) = 0. \quad (\text{II.12})$$

Afin de résoudre cette dernière, il est nécessaire d'obtenir une condition initiale, en général le couple exercé par l'étoile sur le bord interne du disque, et d'explorer pour ce faire la *terra incognita* qu'est l'interface disque-étoile. Si le bord est très proche de l'étoile, cette condition est avantageusement remplacée par $d\Omega/dr(r_\star) = 0$ (Frank et coll., 1992). En effet, la vitesse de rotation du disque, supposée keplérienne, est nettement supérieure à celle de l'étoile ; aussi le profil radial de rotation admet-il un changement de comportement à l'approche de l'étoile, comme l'indique la figure II.7. Après quelques calculs, nous trouvons

que

$$\Sigma(r) = \frac{\dot{M}(r)}{3\pi\nu(r)} f(r), \quad (\text{II.13})$$

$$U_v(r) = \frac{3\mathcal{G}M_*\dot{M}(r)}{8\pi r^3} f(r). \quad (\text{II.14})$$

où

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{1+2\xi} \left[1 - \left(\frac{r_*}{r} \right)^{\xi+1/2} \right] & \text{si } r \leq r_e \\ 1 - \frac{2\xi}{1+2\xi} \sqrt{\frac{r_e}{r}} - \frac{1}{1+2\xi} \left(\frac{r_*}{r_e} \right)^\xi \sqrt{\frac{r_*}{r}} & \text{si } r > r_e. \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

La densité de colonne et le chauffage ont exactement la même allure que dans un disque sans éjection, à ceci près que leur déviation $f(r)$ par rapport à la solution asymptotique

$$\Sigma(r) \sim \frac{\dot{M}_\infty}{3\pi\nu(r)}, \quad (\text{II.16})$$

$$U_v(r) \sim \frac{3\mathcal{G}M_*\dot{M}_\infty}{8\pi r^3} \quad (\text{II.17})$$

est altérée.

II.4.2 Équilibre hydrostatique vertical

Nous notons

$$\rho = \mathcal{S}(P, T) \quad (\text{II.18})$$

la fonction d'état du fluide du disque. L'équilibre hydrostatique dépend de l'accélération verticale du champ de gravité, à savoir $dP = \rho g_z dz$. Nous ré-écrivons cette équation sous une forme moins usuelle,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial m^2} = -\frac{1}{\mathcal{S}(P, T)} \frac{\partial g_z}{\partial z}, \quad (\text{II.19})$$

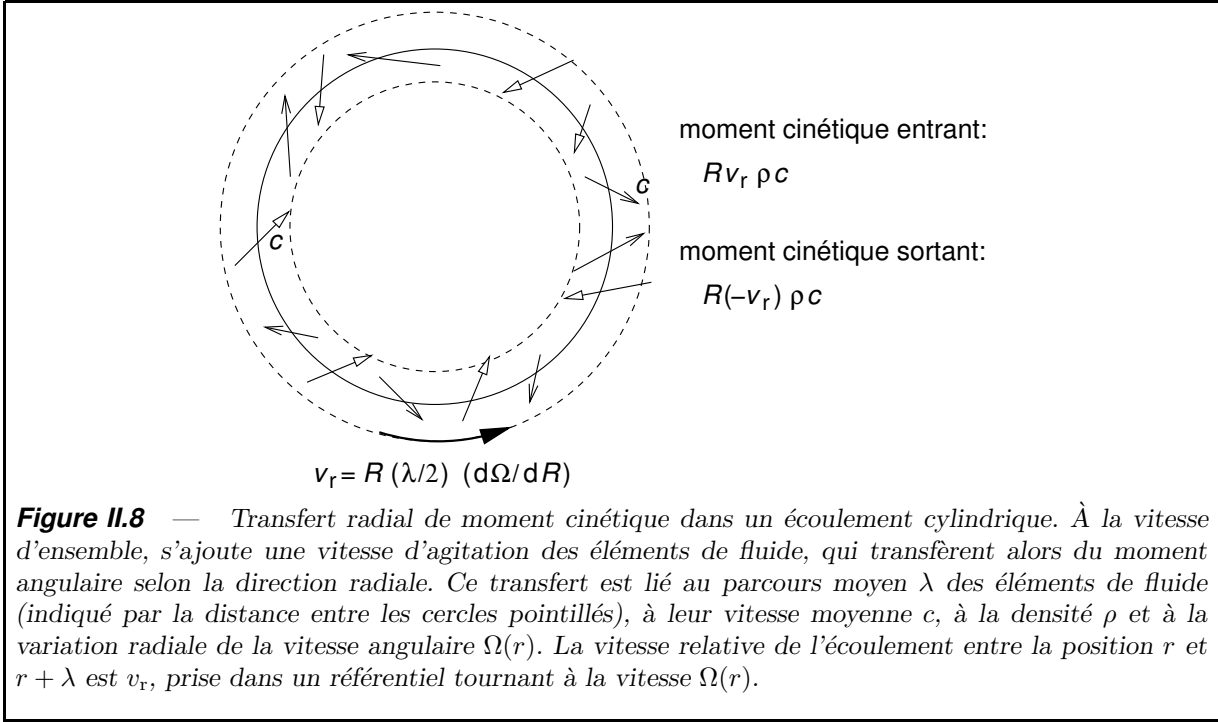
où

$$m(z) = \int_z^{+\infty} \rho(\xi) d\xi. \quad (\text{II.20})$$

est la densité de colonne au-dessus de z . Cela est utile dans le cas d'un disque géométriquement fin où g_z varie peu avec z , de sorte que sa dérivée est sensiblement constante.

D'un point de vue numérique, cette équation se résout de manière itérative. À chaque étape, $\mathcal{S}(P, T)$ est remplacé un développement au premier ordre $a + bP$ et le système matriciel affine $\partial^2 P / \partial m^2 = a + bP$ est résolu. Les deux conditions aux limites suivantes ont été utilisées :

- (i) Dans le plan équatorial du disque, la dérivée première de la pression est nulle par symétrie : $\partial P / \partial m(M) = 0$.
- (ii) À l'extérieur du disque, la pression est celle du milieu ambiant, P_a : $P(0) = P_a$. Sa valeur a , en pratique, une influence très faible sur la solution.



II.5 Processus de chauffage

II.5.1 Chauffage par dissipation visqueuse

Dans le cas des disques d'accrétion, les différentes parties n'orbitent pas à la même vitesse autour de l'étoile de sorte des forces de friction s'exercent au sein de la matière. Il en découle une dissipation d'énergie dont une des conséquences est le chauffage de la matière. La figure II.8 explique le processus de transport de moment angulaire dans le disque, modélisé par écoulement cylindrique. Si l'on note la viscosité cinématique ν comme étant le produit du libre parcours moyen des éléments de fluide par leur vitesse moyenne et $\Omega(r)$ le profil de vitesse angulaire de l'écoulement, nous obtenons les flux spécifiques de moment cinétique, respectivement radial et vertical :

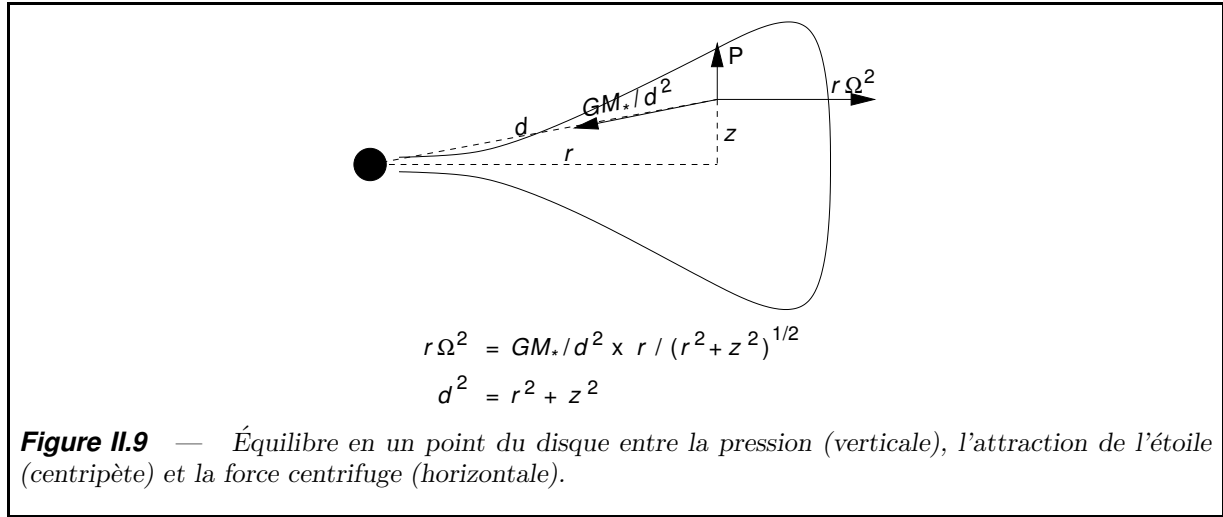
$$c_r = \nu \rho r^2 \frac{\partial \Omega}{\partial r}, \quad (\text{II.21})$$

$$c_z = \nu \rho r^2 \frac{\partial \Omega}{\partial z}. \quad (\text{II.22})$$

Ces flux sont donnés par unité de volume de fluide. Un anneau de matière de largeur dr et d'épaisseur dz est ainsi soumis un couple donné par le flux de moment à travers cet anneau. Le travail de ce couple s'écrit

$$d^2W = \Omega(r, z) \left[\frac{\partial}{\partial r} (2\pi r c_r(r, z)) + \frac{\partial}{\partial z} (2\pi r c_z(r, z)) \right] dz dr \quad (\text{II.23})$$

En intégrant par parties chacun des deux termes de l'équation ci-dessus (de manière similaire à Frank et coll., 1992, page 60), le travail des forces de frottement dans le disque



deviennent

$$\begin{aligned}
 W = & 2\pi \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} [r_{\max}\Omega(r_{\max}, \zeta)c_r(r_{\max}, \zeta) - r_{\min}\Omega(r_{\min}, \zeta)c_r(r_{\min}, \zeta)] d\zeta \\
 & + 2\pi \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} [\Omega(u, z_{\max})c_z(u, z_{\max}) - \Omega(u, z_{\min})c_z(u, z_{\min})] u du \\
 & - 2\pi \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \left[c_r(u, \zeta) \frac{\partial \Omega}{\partial r}(u, \zeta) + c_z(u, \zeta) \frac{\partial \Omega}{\partial z}(u, \zeta) \right] u d\zeta du.
 \end{aligned} \tag{II.24}$$

où r_{\min} et r_{\max} sont les rayons interne et externe du disque et z_{\min} et z_{\max} des bornes d'intégration verticale. Dans l'équation (II.24), le premier terme est un travail correspondant aux conditions aux bords interne et externe du disque et le deuxième correspond aux conditions à la surface du disque. Le dernier terme est une dissipation volumique d'énergie, qui se retrouve sous la forme d'un chauffage local. Donné par unité de masse, ce chauffage s'écrit :

$$u_v = \nu r^2 \left[\left(\frac{\partial \Omega}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)^2 \right] \tag{II.25}$$

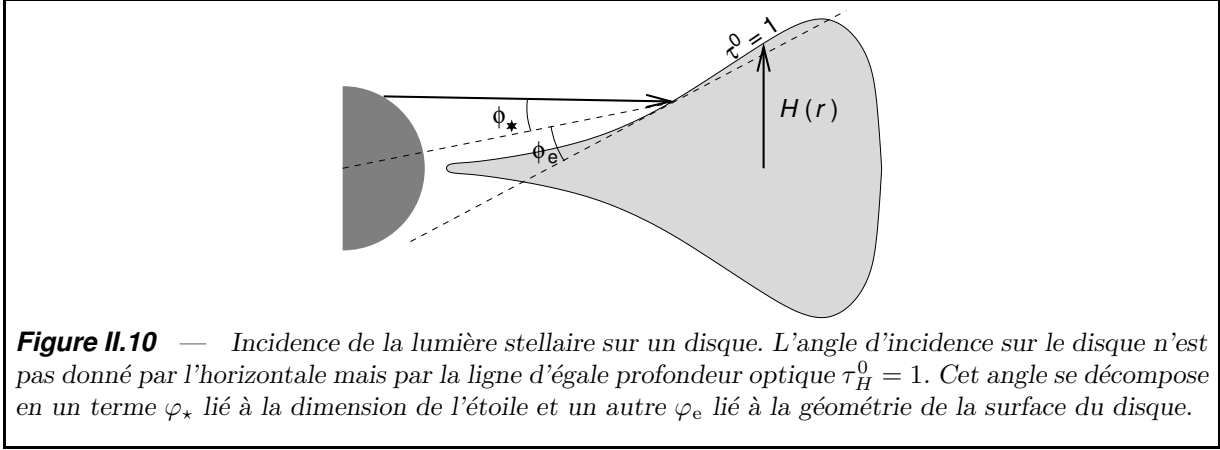
Dans le cas d'un disque géométriquement fin et dominé par le potentiel de l'étoile, la vitesse de rotation est donné par l'équilibre de la force de gravité, de la pression et de la force centrifuge, comme indiqué figure II.9. Ainsi, pour $z/r \ll 1$,

$$\begin{aligned}
 \Omega(r, z) &= \sqrt{\frac{\mathcal{G}M}{r^3}} \left(\frac{r^2}{r^2 + z^2} \right)^{3/4} \\
 &\approx \sqrt{\frac{\mathcal{G}M}{r^3}} \left[1 - \frac{3}{4} \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right],
 \end{aligned} \tag{II.26}$$

de sorte que

$$u_v(r, z) \approx \frac{9}{4} \nu \Omega^2 \left[1 - \frac{19}{6} \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right]. \tag{II.27}$$

L'incidence de l'épaisseur du disque sur le chauffage est ainsi faible, voire négligeable, car en $(h/r)^2$.



II.5.2 Chauffage par l'étoile centrale

L'éclairement par l'étoile, en dépit de son apparente simplicité, nous donne du fil à retordre : il faut en effet localiser la zone d'absorption prédominante pour en déduire l'angle d'incidence, comme le montre la figure II.10. Le milieu plan-parallèle est ainsi pris selon la direction de la surface et non parallèlement au plan médian ; pour les disques géométriquement minces cela résulte en des erreurs systématiques en $(h/r)^2$ qui, heureusement, restent faibles. Connaissant la hauteur $\mathcal{H}(r)$ de la zone d'absorption du rayonnement stellaire, l'intensité diffuse et le flux de la radiation incidente s'écrivent :

$$J = \sigma_B T_\star^4 \frac{1}{4} \sin^2 \varphi_\star, \quad (\text{II.28a})$$

$$F = \sigma_B T_\star^4 \left[\frac{1}{2} \sin \varphi_e \sin^2 \varphi_\star + \frac{1}{\pi} \cos \varphi_e (\varphi_\star - \sin \varphi_\star) \cos \varphi_\star \right], \quad (\text{II.28b})$$

où les angles φ_\star et φ_e , indiqués sur la figure II.10, valent

$$\varphi_\star = \arctan \left(\frac{r_\star}{r} \right), \quad (\text{II.29})$$

$$\varphi_e = \arctan \left(\frac{d\mathcal{H}}{dr} \right) - \arctan \left(\frac{\mathcal{H}}{r} \right), \quad (\text{II.30})$$

et T_\star est la température effective de l'étoile. Le premier est le rayon apparent de l'étoile depuis un point situé à distance r de celle-ci et le second un angle lié à l'évasement du disque, nul dans le cas où la surface est localement plane, c'est-à-dire quand $\mathcal{H} \propto r$.

II.5.3 Prise en compte approchée du transfert horizontal

Il est également possible de traiter le transfert radiatif horizontal de manière perturbative en considérant l'énergie apportée à un élément de fluide par le flux horizontal. Comme le disque est optiquement épais dans la direction radiale, l'approximation de profondeur est justifiée et nous trouvons une dissipation volumique d'énergie

$$u_h = \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\sigma_B T^3}{\rho \kappa_R} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (\text{II.31})$$

II.6 Objectifs et plan de travail

J'ai précédemment soulevé l'importance des phénomènes de transport dans la détermination de la structure des disques. Mais on constate que la littérature fournit, soit des modèles très simples, du type de Chiang & Goldreich (1997), soit des modèles numériques complexes du type de D'Alessio et coll. (1998). Or, ces modèles sont difficiles à interpréter et nous échappe la substantifique moelle. Il est donc nécessaire de développer un modèle introduisant un traitement analytique du transfert, à la manière de Hubeny (1990); Malbet & Bertout (1991), afin de pointer du doigt les mécanismes en jeu. Ce modèle a pour but de prendre en compte en même temps différentes sources de chauffage, dont l'irradiation stellaire et la dissipation visqueuse, et de coupler ce transfert à l'équilibre hydrostatique vertical, afin d'avoir une prédiction de la structure verticale.

Le chapitre III développe le modèle analytique de transfert radiatif vertical précédemment évoqué et publié par Malbet et coll. (2001). Le formalisme employé permet de prendre en compte un nombre quelconque de sources de chauffage : j'aborderai le chauffage par l'étoile, par dissipation visqueuse et montrerai comment traiter de manière perturbative le transfert radiatif horizontal. Ce formalisme, cependant, ne permet pas une détermination directe des conditions physiques, car il fait intervenir des quantités intégrées (*e.g.* profondeur optique) et un couplage avec l'équilibre hydrostatique vertical. J'ai ainsi mis en place une solution numérique dans le cas d'un disque actif. J'ai achoppé sur la mise en œuvre de l'éclairement par l'étoile et ai décidé, pour un temps, de revenir à une structure simplifiée qui serve de premier pas, et, éventuellement, de condition initiale à ce modèle.

Cette structure simplifiée, présentée dans le chapitre IV et publiée par Lachaume et coll. (2003), est une version simplifiée à deux couches du formalisme précédent ; il peut également être vu comme une généralisation du modèle de Chiang & Goldreich (1997) aux disques présentant à la fois irradiation stellaire et dissipation visqueuse. Il est utile en ce sens qu'il permet une description analytique simple des conditions dans le disque, comme la température de surface ou la température médiane en fonction de la distance à l'étoile. Un tel modèle permet de pointer avec acuité les processus dominants et leur influence sur la structure ; il s'agit d'un outil puissant pour établir un diagnostic à partir des observations, d'autant plus que ses prédictions sont proches de celles des modèles numériques plus élaborés.

Je terminerai par une prospective observationnelle, axée sur l'interférométrie optique à longue base dont j'attends des développements majeurs, en raison de la sensibilité accrue des instruments à venir. Le chapitre V (publié par Lachaume, 2003) commence par étudier ce que l'interférométrie optique nous apprend à partir d'objets marginalement résolus, ce qui reste le cas généralement des disques T Tauri : taille apparente, asymétrie et profil radial de brillance. Ensuite, je prospecterai l'influence de quelques paramètres-clefs des disques sur les observables. Enfin, j'ajusterai le modèle à deux couches (chapitre IV) pour quelques étoiles jeunes déjà observées en interférométrie optique. Je montrerai, en particulier, qu'un unique point de visibilité peut s'avérer une contrainte forte sur les modèles qui reposent traditionnellement sur la distribution spectrale d'énergie.

Chapitre Trois

Un modèle semi-analytique de structure verticale

Des conditions physiques dans les disques d'accrétion circumstellaires dépend notre compréhension de la formation des systèmes planétaires. En effet, la quantité de matière disponible dépend de la dynamique, par le truchement de la viscosité. Or, celle-ci dépend *a priori* de la température et de la densité. Aussi semble-t-il obligatoire d'avoir une bonne estimation de ces conditions, particulièrement dans le plan médian, où se concentre la grande partie de la matière. Sans une étude du transfert radiatif, la température médiane n'est pas accessible : dans un disque optiquement épais — propriété courante pour les disques T Tauri dans la zone de formation planétaire (< 20 AU) — elle peut être plus d'un ordre de grandeur supérieure à la température de surface, donnée, elle, par des considérations de bilan énergétique. D'autre part, les modèles isothermes, décrivant une température uniforme sur toute l'épaisseur du disque tendent à reproduire avec difficulté les observations. Notre meilleure compréhension des disques, et la confrontation nécessaire avec les observations, ne peut éviter l'étape théorique du transfert radiatif.

C'est une tâche ardue. En effet, la transmission du rayonnement par la matière dépend de la température et de la pression, or la température dépend elle-même du chauffage par le rayonnement : dans la plupart des cas, ce cercle vicieux se résout de manière itérative. De plus, le rayonnement est une donnée à six dimensions : la position dans l'espace, la direction de propagation et la fréquence... autant dire qu'une solution numérique directe est encore loin de portée des ordinateurs actuels. De nombreux auteurs se sont déjà acharnés à résoudre des versions simplifiées de ce transfert, dans la plupart des cas en intégrant numériquement les équations intégrodifférentielles régissant la dynamique et le rayonnement. Par exemple, Dullemond et coll. (2002) traitent un système que nous présentons dans la table III.1 page suivante, non pour en expliquer la physique mais afin d'en montrer la complexité. Et pourtant ces auteurs traitent un transfert radiatif dans un milieu à symétrie cylindrique, sans composante radiale et omettant volontairement chauffage visqueux, convection et diffusion. Si cette résolution numérique a le mérite de permettre une détermination fiable de la solution, elle ne nous éclaire guère sur les processus en jeu et leur importance. Nous avons ainsi décidé de suivre une approche différente, fondée sur une intégration analytique des équations, à la manière de Hubeny (1990); Malbet & Bertout (1991). Une telle approche n'évite pas l'étape numérique et les difficultés associées, mais permet d'exposer avec plus de clarté les différents phénomènes physiques et leur incidence sur les conditions dans le disque.

Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur un disque géométriquement fin, à géométrie cylindrique où le transfert radiatif est supposé vertical, c'est-à-dire dirigé perpendicu-

Table III.1 — Système d'équations résolu numériquement par Dullemond et coll. (2002) : (a) extinction du rayonnement stellaire incident, (b) profondeur optique pour le rayonnement stellaire, (c) angle d'incidence, (d) indice d'évasement, (e) dissipation locale d'énergie liée à la radiation incidente, (f) transfert du rayonnement émis par le disque, (g) équilibre thermodynamique local, (h) intensité moyenne de rayonnement, (i) équilibre hydrostatique, (j) détermination de la hauteur de la zone éclairée par l'étoile et (k) position verticale le long du rayon incident.

$$F_\nu(r, z) = \frac{L_\nu}{4\pi r^2} \exp\left(-\frac{\tau_\nu(r, z)}{\beta(r)}\right) \quad (\text{a})$$

$$\tau_\nu(r, z) = \int_z^{+\infty} \rho(r, \zeta) \kappa_\nu(\rho(r, \zeta), T(r, \zeta)) d\zeta \quad (\text{b})$$

$$\beta(r) = 0.4 \frac{r_\star}{r} + \xi(r) \frac{H}{r} \quad (\text{c})$$

$$\xi = \frac{d \log(H/r)}{dr} \quad (\text{d})$$

$$q(r, z) = \int_0^{+\infty} \rho(r, z) \kappa_\nu(\rho(r, \zeta), T(r, \zeta)) F_\nu(r, z) d\nu \quad (\text{e})$$

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial z}(r, z, \mu) = \rho(r, z) \kappa_\nu(\rho(r, \zeta), T(r, \zeta)) [B_\nu(T(r, z)) - I_\nu(r, z, \mu)] \quad (\text{f})$$

$$q(r, z) = 4\pi \int_0^{+\infty} \rho(r, z) \kappa_\nu(\rho(r, \zeta), T(r, \zeta)) [B_\nu(T(r, \zeta)) - J_\nu(r, z)] d\nu \quad (\text{g})$$

$$J_\nu(r, z) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I_\nu(r, z, \mu) d\mu \quad (\text{h})$$

$$\frac{dP}{dz}(r, z) = -\rho(r, z) \frac{GM_\star}{r^3} z \quad (\text{i})$$

$$1 - e^{-1} \approx \int_0^r \rho(u, Z(u, H, r)) \kappa_\nu(\rho(u, Z(u, H(r), r), T(u, Z(u, H(r), r))) du \quad (\text{j})$$

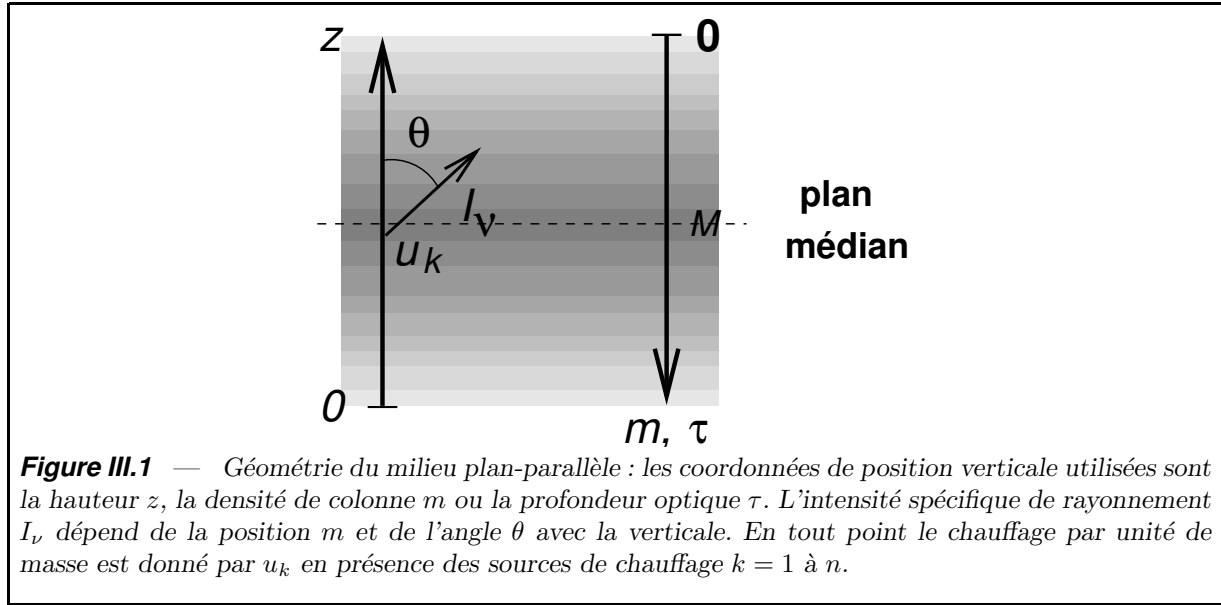
$$Z(u, h, r) = \frac{0.4r_\star(r - u) + hu}{r} \quad (\text{k})$$

lairement au plan du disque. Dans la section III.1, nous étudions l'influence d'une source de dissipation d'énergie quelconque, locale ou liée à une irradiation externe, dans un milieu où le transfert est purement vertical. La section III.2 applique ensuite ces résultats aux disques T Tauri. Enfin la méthode de résolution numérique est exposée dans la section III.3 et les résultats en section III.4.

III.1 Une résolution formelle du transfert radiatif plan-parallèle

Les deux hypothèses précédentes poussent à modéliser le transfert radiatif dans le cas où les conditions ne dépendent pas des positions angulaire et radiale. Aussi considérons-nous un milieu invariant par translation horizontale, dit plan-parallèle, comme indiqué sur la figure III.1 page suivante, et possédant une symétrie selon un plan médian. Nous cherchons à déterminer le flux radiatif en tout point de ce milieu connaissant les sources de chauffage en tout point.

L'intensité spécifique de rayonnement dépend de la position verticale z , de la direction



par rapport à la verticale θ et de la fréquence considérée ν . Nous utilisons la densité de colonne m en guise de coordonnée verticale, et $\mu = \cos \theta$ pour indiquer la direction. Ce choix de variables permet d'alléger les équations à venir. Pour étudier la propagation du rayonnement, il est nécessaire de connaître les conditions physiques de la matière, ses coefficients d'absorption et de diffusion, son émission, etc. Les principales grandeurs usuelles du transfert sont listées dans la table III.2 page suivante.

III.1.1 Lien entre source de chauffage et profil de température

III.1.1.1 Les équations fondamentales

En procédant à la manière de Mihalas (1970), la propagation de l'intensité spécifique de rayonnement dépend d'un terme d'extinction χ_ν et d'un terme source S_ν . Ce terme source est relié à l'émission de la matière et à la diffusion de rayonnement provenant d'autres directions, comme expliqué sur la figure III.2 page 57. Dans l'hypothèse d'un milieu à l'équilibre thermodynamique local diffusant de manière élastique et isotrope, ce terme s'écrit

$$S_\nu = \frac{\kappa_\nu B_\nu + \sigma_\nu J_\nu}{\chi_\nu}, \quad (\text{III.1})$$

où κ_ν , σ_ν et χ_ν sont les sections efficaces d'absorption, de diffusion et d'extinction de la matière par unité de densité de colonne, ρ et T les densité et température du milieu, $B_\nu(T)$ l'émission d'un corps noir et J_ν l'intensité moyenne du rayonnement. L'intensité spécifique I_ν vérifie l'équation de propagation

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial m} = \chi_\nu (S_\nu - I_\nu). \quad (\text{III.2})$$

Enfin, le terme source est relié aux n sources locales de chauffage, données par les

Table III.2 — Principales grandeurs couramment utilisées en transfert radiatif.

Grandeur	Signification
Variables	
m	Densité de colonne au-dessus du point considéré
μ	Cosinus de l'angle de la direction du rayonnement avec la verticale
ν	Fréquence du rayonnement
Conditions physiques	
$T(m)$	Température
$\rho(m)$	Masse volumique
$u_k(m)$	Dissipation d'énergie par unité de masse
Propriétés optiques	
$\kappa_\nu(\rho, T)$	Section efficace d'absorption
$\sigma_\nu(\rho, T)$	Section efficace de diffusion (élastique et isotrope)
$\chi_\nu(\rho, T)$	Section efficace d'extinction (absorption + diffusion)
$\tau_\nu(m)$	Profondeur optique (transmission logarithmique du rayonnement)
Rayonnement	
$I_\nu(m, \mu)$	Intensité spécifique de rayonnement
$B_\nu(T)$	Fonction de Planck (émission d'un corps noir)
$S_\nu(m)$	Fonction source (émission + diffusion isotrope)
$J_\nu(m)$	Intensité diffuse de rayonnement (moyenne sur la direction de I_ν)
$H_\nu(m)$	Flux radiatif vertical ($\times 4\pi$)
$K_\nu(m)$	Pression de radiation ($\times 4\pi/c$)
Quantités bolométriques	
J, H, K, B	Quantités bolométriques correspondant à $J_\nu, H_\nu, K_\nu, B_\nu$
$\chi_J, \kappa_J, \sigma_J$	Opacités bolométriques pondérées par l'intensité diffuse I_ν
$\chi_H, \kappa_H, \sigma_H$	Opacités bolométriques pondérées par le flux H_ν
$\chi_B, \kappa_B, \sigma_B$	Opacités de Planck (pondérées par B_ν)
$\chi_R, \kappa_R, \sigma_R$	Opacités de Rosseland (harmoniquement pondérées par dB_ν/dT)

dissipations volumique d'énergie u_k , par

$$\int_0^{+\infty} \chi_\nu (S_\nu - J_\nu) d\nu = \sum_{k=0}^n u_k, \quad (\text{III.3})$$

si nous considérons le milieu à l'équilibre thermodynamique local (ÉTL). Une telle supposition suppose en particulier que la poussière et le gaz soient thermalisés, en l'occurrence par collision, c'est-à-dire que la densité doit être suffisante. L'hypothèse est globalement vérifiée dans les parties médianes mais devient probablement sujette à caution dans les parties supérieures et ténues.

III.1.1.2 Dissipation de l'énergie

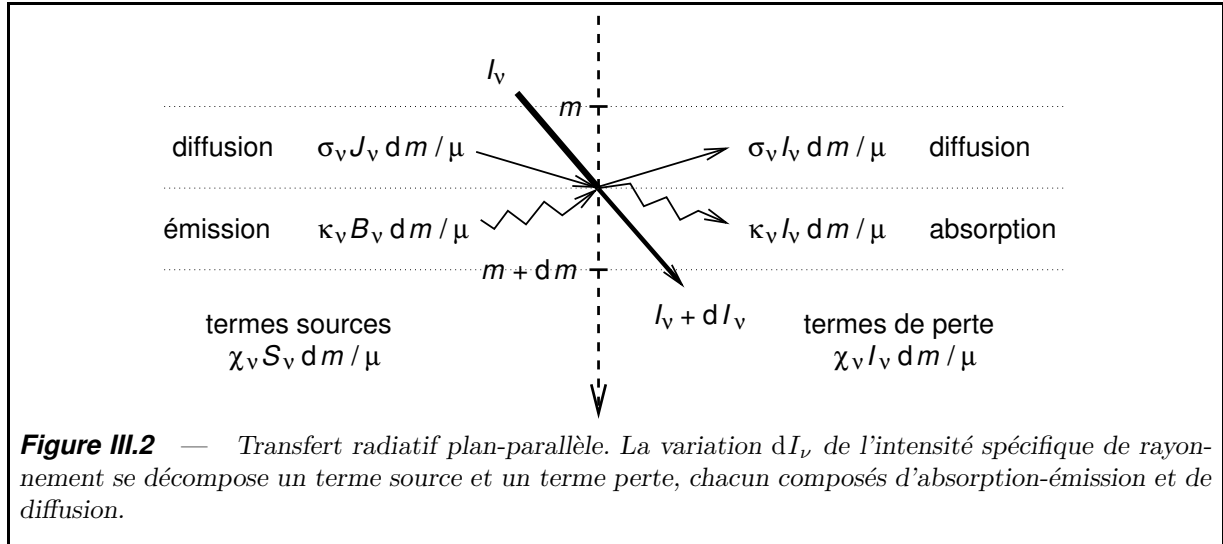
En combinant les équations (III.1) et (III.3) nous obtenons

$$\kappa_B B = \kappa_J J + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^n u_k, \quad (\text{III.4})$$

avec

$$B = \int_0^{+\infty} B_\nu d\nu \quad \kappa_B = \frac{1}{B} \int_0^{+\infty} \kappa_\nu B_\nu d\nu, \quad (\text{III.5a})$$

$$J = \int_0^{+\infty} J_\nu d\nu \quad \kappa_J = \frac{1}{J} \int_0^{+\infty} \kappa_\nu J_\nu d\nu. \quad (\text{III.5b})$$



Les coefficients d'absorption κ_B et κ_J sont des coefficients d'absorption pondérés, respectivement, par l'émission et par l'intensité diffuse.

Comme $\pi B = \sigma_B T^4$ à l'ÉTL, nous obtenons

$$T^4 = \frac{\pi}{\sigma_B} \frac{\kappa_J}{\kappa_B} \left(J + \frac{1}{4\pi\kappa_J} \sum_{k=0}^n u_k \right). \quad (\text{III.6})$$

La température du milieu est la somme de deux termes : (i) un terme de chauffage local proportionnel à la somme des u_k et (ii) un terme proportionnel à l'intensité diffuse de rayonnement J , lié au chauffage par le rayonnement des couches adjacentes

III.1.1.3 Transfert de l'intensité diffuse et profil de température

Le résultat précédent lie la température au chauffage local et à l'intensité diffuse de rayonnement. Nous cherchons à présent à déterminer cette intensité, en utilisant la méthode suivie par Hubeny (1990), généralisée à un nombre arbitraire de sources de chauffage.

L'équation de transfert de l'intensité diffuse (III.2) est peu pratique car elle fait intervenir trois variables : la fréquence du rayonnement, sa direction et la position verticale. Afin de pallier cette complexité, il est possible d'éliminer l'angle et la fréquence par intégration, ce qui est suggéré par l'équation sur la température (III.6) : elle fait intervenir uniquement une quantité intégrée, J . On fait usuellement intervenir les premiers moments (par rapport à μ) de l'intensité spécifique

$$H_\nu(m) = \int_{-1}^{+1} I_\nu(m, \mu) \mu d\mu, \quad (\text{III.7})$$

$$K_\nu(m) = \int_{-1}^{+1} I_\nu(m, \mu) \mu^2 d\mu. \quad (\text{III.8})$$

$4\pi H_\nu$ est le flux radiatif dans la direction verticale et $4\pi K_\nu/c$ la pression de radiation (Mihalas, 1970). En moyennant sur la direction μ l'équation (III.2), préalablement multipliée

par μ^0 et μ^1 , nous obtenons respectivement

$$\frac{dH_\nu}{dm}(m) = \chi_\nu(m) (S_\nu(m) - J_\nu(m)), \quad (\text{III.9})$$

$$\frac{dK_\nu}{dm}(m) = -\chi_\nu(m) H_\nu(m). \quad (\text{III.10})$$

Enfin, grâce aux quantités bolométriques,

$$H(m) = \int_0^{+\infty} H_\nu(m) d\nu, \quad (\text{III.11})$$

$$K(m) = \int_0^{+\infty} K_\nu(m) d\nu, \quad (\text{III.12})$$

l'équation (III.3) intégrée sur la fréquence devient

$$\frac{dH}{dm}(m) = -\frac{1}{4\pi} \sum_0^n u_k(m), \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{dK}{dm}(m) = \chi_H H(m), \quad (\text{III.14})$$

où χ_H est le coefficient d'extinction pondérée par le flux :

$$\chi_H = \frac{1}{H} \int_0^{+\infty} \chi_\nu H_\nu d\nu. \quad (\text{III.15})$$

L'équation (III.13) signifie que la variation du flux radiatif vertical entre deux positions est égale à l'énergie apportée par les sources de chauffage entre ces deux positions. En particulier, le flux est constant en absence de source locale d'énergie. L'équation III.14 stipule que la variation de la pression de radiation est d'autant plus importante que le flux et l'opacité de la matière sont élevés.

Nous pouvons à présent déduire explicitement $H(m)$ à partir de III.13 :

$$H(m) = H(0) - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^n \frac{\sigma_B}{T_k^4} \theta_k(m) \quad (\text{III.16})$$

où

$$\sigma_B T_k^4 = \int_0^M u_k(\zeta) d\zeta, \quad (\text{III.17})$$

$$\theta_k(m) = \frac{1}{\sigma_B T_k^4} \int_0^m u_k(\zeta) d\zeta. \quad (\text{III.18})$$

Dans les équations ci-dessus, M représente la densité de colonne jusqu'au plan médian du milieu plan-parallèle, T_k la température effective liée au processus de chauffage k , et $\theta_k(m)$ la proportion de l'énergie dissipée dans les couches supérieurs par ce processus. Enfin, le plan médian du disque étant un axe de symétrie, $H(M) = 0$ et, comme $\theta(M) = 1$,

$$4\pi H(0) = \sum_{k=0}^n \sigma_B T_k^4. \quad (\text{III.19})$$

On constate que le flux radiatif est nul dans le plan médian et croît jusqu'à une valeur maximale à la surface. En effet, le flux au niveau d'une couche donnée doit évacuer l'ensemble de l'énergie produite entre cette couche et le plan médian. Le flux n'est donc pas

constant, contrairement à l'exemple d'une atmosphère stellaire purement radiative, parce que de l'énergie est dissipée dans le milieu. En particulier, le flux à la surface doit permettre d'évacuer l'ensemble de l'énergie produite et se trouve directement lié aux températures effectives des processus dissipatifs.

À présent nous pouvons nous attaquer à la pression de radiation, donnée par l'équation (III.14), pour aboutir à

$$K = K(0) + \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0}^n \sigma_B T_k^4 (\tau_H - (\Delta\tau_H)_k), \quad (\text{III.20})$$

avec la profondeur optique pondérée par le flux

$$\tau_H = \int_0^m \chi_H(\zeta) d\zeta \quad (\text{III.21})$$

et la profondeur optique pondérée par la dissipation d'énergie

$$(\Delta\tau_H)_k = \int_0^m \chi_H(\zeta) \theta_k(\zeta) d\zeta. \quad (\text{III.22})$$

Enfin, il nous faut en déduire J . Malheureusement, cela s'avère impossible sans recourir à une hypothèse supplémentaire. Aussi invoquons-nous une relation de clôture souvent utilisée, donnée par les coefficients d'Eddington

$$f_K = \frac{K}{J}, \quad (\text{III.23})$$

$$f_H = \frac{H(0)}{J(0)}. \quad (\text{III.24})$$

Ces deux quantités sont généralement de l'ordre de l'unité. Plus précisément, dans les zones optiquement profondes, f_K est de l'ordre de $1/3$ et f_H de $1/2$. Nous pouvons en conclure que

$$T^4 = \frac{1}{4f_K} \frac{\kappa_J}{\kappa_B} \sum_{k=0}^n \left\{ T_k^4 \left[\left(\tau_H - (\Delta\tau_H)_k + \frac{f_K(0)}{f_H} \right) + \frac{f_K}{\sigma_B T_k^4 \kappa_J} u_k \right] \right\}. \quad (\text{III.25})$$

La température peut s'écrire comme somme des différentes températures induites par chaque processus de chauffage.

III.1.1.4 Comparaison avec une atmosphère stellaire

Afin de mieux appréhender le profil vertical de température (équation III.25), nous nous limitons au cas où un seul processus de chauffage est présent. De plus, nous utilisons les approximation de profondeur ($f_K = 1/3$ et $f_H = 1/2$) et d'opacité grise (κ_ν indépendant de ν) pour alléger les notations. Ainsi,

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^4 \left[(\tau_H - \Delta\tau_H) + \frac{2}{3} + \frac{1}{3M\kappa_J} \frac{u}{U} \right]. \quad (\text{III.26})$$

La température effective liée au processus a été écrite T_{eff} et le dernier terme remanié en utilisant la dissipation d'énergie moyenne

$$U = \frac{1}{M} \int_0^M u(\zeta) d\zeta \quad (\text{III.27})$$

L'équation (III.26) est une généralisation du profil de température dans une atmosphère stellaire, classiquement donné par :

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^4 \left[\tau_H + \frac{2}{3} \right] \quad (\text{III.28})$$

D'une part un terme local de chauffage local apparaît dans le profil de température du disque mais pas dans celle de l'atmosphère stellaire purement radiative : elle ne connaît pas de dissipation d'énergie. D'autre part, la profondeur optique τ_H de l'atmosphère stellaire est remplacée par $\tau_H - \Delta\tau_H$. Pour mieux analyser ce terme, deux situations extrêmes peuvent nous guider :

- (i) L'énergie est totalement dissipée à la surface, ce qui advient si le milieu est éclairé par un rayonnement extérieur peu pénétrant. Dans ce cas, $u(m) = 0$ et $\theta(m) = 1$ dès que $m > 0$ et il résulte que $\Delta\tau_H = \tau_H$. Le seul terme non nul de l'équation (III.26) est le terme constant $T_{\text{eff}}^4/2$. La température dans le disque est alors uniforme et de l'ordre de $T_{\text{eff}}/\sqrt[4]{2}$. D'un point de vue physique, l'absence de chauffage en tout point du milieu implique qu'aucun flux n'est nécessaire pour la dissiper radiativement, d'où un profil de température plat.
- (ii) L'énergie est totalement dissipée dans le plan médian. Il s'agit d'un cas limite ; dans la pratique il arrive que la production d'énergie soit liée à la densité ou la température et se fasse principalement aux alentours du plan équatorial. Alors, $u(m) = 0$ et $\theta(m) = 0$ pour $m < M$. De cela découle $\Delta\tau_H = 0$. L'équation (III.26) se réduit alors à celle d'une atmosphère stellaire (équation III.28). Autrement dit, tout le flux est produit à la base du milieu plan-parallèle, de pareille manière que dans une enveloppe radiative.

Ces deux termes supplémentaires ont des comportements différents : le terme de dissipation locale est proportionnel à $u/(\kappa_J M) \sim u/\tau_H$, c'est-à-dire qu'il devient important lorsque le milieu est optiquement mince. *A contrario*, le terme $\Delta\tau_H$ est souvent du même ordre que τ_H si la dissipation n'est pas concentrée dans le plan médian. Il est ainsi prédominant dans les zones optiquement épaisses du disque.

III.1.2 Présence d'une source de radiation extérieure au milieu

Un rayonnement incident peut être, du point de vue du milieu, considéré comme une dissipation locale d'énergie, et être traitée conformément à la section III.1.1. Dans la présente section, nous explicitons le chauffage induit par ce rayonnement, ce qui nécessite également de déduire la manière dont il pénètre dans le milieu et son absorption par celui-ci.

III.1.2.1 Position du problème

Dans le cas où le chauffage du milieu est lié à une source de rayonnement extérieure, trois approches sont possibles :

- (i) considérer comme un tout le rayonnement incident et le rayonnement produit dans le milieu ;
- (ii) partir du rayonnement total, incident et produit dans le milieu, puis lui retrancher *a posteriori* le rayonnement incident ;
- (iii) considérer à part rayonnement incident et produit, et considérer l'absorption du rayonnement incident par le milieu comme un terme de chauffage — une source pour le rayonnement produit et une perte pour le rayonnement incident.

La première méthode peut être d'utilité dans un cadre numérique, mais les résultats analytiques présentés jusqu'ici ne permettent pas de jongler avec sa complexité : les deux types de rayonnements sont très dissemblables car leurs températures peuvent être différentes, et le rayonnement incident est souvent directionnel. Par voie de conséquence, l'ÉTL n'est plus vérifié et le rayonnement n'est plus en premier ordre isotrope. Or, l'ÉTL permettait d'utiliser des opacités moyennées selon le rayonnement thermique $B_\nu(T)$ et l'isotropie d'approcher les facteurs d'Eddington par $f_H = 1/2$ et $f_K = 1/3$ dans les zones optiquement profondes. Nous voyons là surgir la difficulté d'obtenir une description analytique à partir de la méthode (i). La seconde méthode a été employée par Chandrasekhar (1960), Hubeny (1990) et Malbet & Bertout (1991) dans des cas particulier, mais nous n'avons pas été séduits par son formalisme ; nous avons préféré laisser nos pas nous guider vers la troisième méthode, strictement équivalente du point de vue formel.

Nous avons tenu compte à la fois de la directionnalité et des problèmes de thermalisation ; aussi trois types de rayonnement sont-ils considérés :

- (i) $I_\nu^0(m, \mu)$, le rayonnement provenant de la source sans être diffusé (anisotrope et non thermalisé), que nous appellerons par la suite rayonnement incident non diffusé ;
- (ii) $I_\nu^s(m, \mu)$, le rayonnement provenant de la source après diffusion dans le milieu (isotrope et non thermalisé), que nous nommerons rayonnement incident diffusé ;
- (iii) $I_\nu(m, \mu)$, le rayonnement émis par le milieu plan-parallèle (isotrope et thermalisé), que nous qualifierons de rayonnement ré-émis

III.1.2.2 Dissipation d'énergie et profil de température

L'absorption du rayonnement incident induit un chauffage du milieu

$$u_r = 4\pi \int_0^{+\infty} \int_{-1}^{+1} \kappa_\nu \left(I_\nu^0(m, \mu) + I_\nu^s(m, \mu) \right) d\mu d\nu \quad (\text{III.29})$$

ce qui peut s'écrire

$$u_r = 4\pi (\kappa_J^0 J^0 + \kappa_J^s J^s), \quad (\text{III.30})$$

en utilisant les quantités moyennées suivantes :

$$J_\nu^0(m) = \int_{-1}^{+1} I_\nu^0(m, \mu) d\mu, \quad J_\nu^s(m) = \int_{-1}^{+1} I_\nu^s(m, \mu) d\mu, \quad (\text{III.31})$$

$$J^0(m) = \int_{-1}^{+1} J_\nu^0(m) d\mu, \quad J^s(m) = \int_0^{+\infty} J_\nu^s d\nu, \quad (\text{III.32})$$

$$\kappa_J^0 = \frac{1}{J^0} \int_0^{+\infty} \kappa_\nu J_\nu^0 d\nu, \quad \kappa_J^s = \frac{1}{J^s} \int_0^{+\infty} \kappa_\nu J_\nu^s d\nu. \quad (\text{III.33})$$

La dissipation d'énergie est ainsi proportionnelle à l'intensité diffuse incidente et au coefficient d'opacité moyen du milieu pour ce rayonnement.

Afin de déterminer le chauffage u_r et son incidence sur la température du milieu, nous nous penchons à présent sur le transfert du rayonnement incident. Dans le cas d'une diffusion isotrope et élastique,

$$\mu \frac{\partial I_\nu^0}{\partial m}(m, \mu) = -\chi_\nu I_\nu^0(m, \mu), \quad (\text{III.34a})$$

$$\mu \frac{\partial I_\nu^s}{\partial m}(m, \mu) = -\chi_\nu I_\nu^s(m, \mu) + \sigma_\nu J_\nu^s(m) + \sigma_\nu J_\nu^0(m). \quad (\text{III.34b})$$

Dans la première équation, toute diffusion ou absorption est une perte pour le rayonnement incident non diffusé (extinction de I_ν^0). Dans la seconde équation, les diffusion et absorption sont également des pertes pour le rayonnement incident diffusé I_ν^s (premier terme, extinction de I_ν^s), mais il y a un gain provenant de la diffusion simple du rayonnement incident non diffusé (second terme, diffusion de J_ν^0) et de sa diffusion multiple (troisième terme, rediffusion du rayonnement incident diffusé J_ν^s). En s'inspirant du transfert du rayonnement émis par le milieu, nous introduisons les quantités radiatives intégrées

$$H^0 = \int_0^{+\infty} H_\nu^0 d\nu, \quad H^s = \int_0^{+\infty} H_\nu^s d\nu, \quad (\text{III.35})$$

$$K^0 = \int_0^{+\infty} K_\nu^0 d\nu, \quad K^s = \int_0^{+\infty} K_\nu^s d\nu, \quad (\text{III.36})$$

et les opacités moyennes

$$\chi_J^0 = \frac{1}{J^0} \int_0^{+\infty} \chi_\nu J_\nu^0 d\nu, \quad \chi_J^s = \frac{1}{J^s} \int_0^{+\infty} \chi_\nu J_\nu^s d\nu, \quad (\text{III.37a})$$

$$\chi_H^0 = \frac{1}{H^0} \int_0^{+\infty} \chi_\nu H_\nu^0 d\nu, \quad \chi_H^s = \frac{1}{H^s} \int_0^{+\infty} \chi_\nu H_\nu^s d\nu, \quad (\text{III.37b})$$

$$\sigma_J^0 = \frac{1}{J^0} \int_0^{+\infty} \sigma_\nu J_\nu^0 d\nu. \quad (\text{III.37c})$$

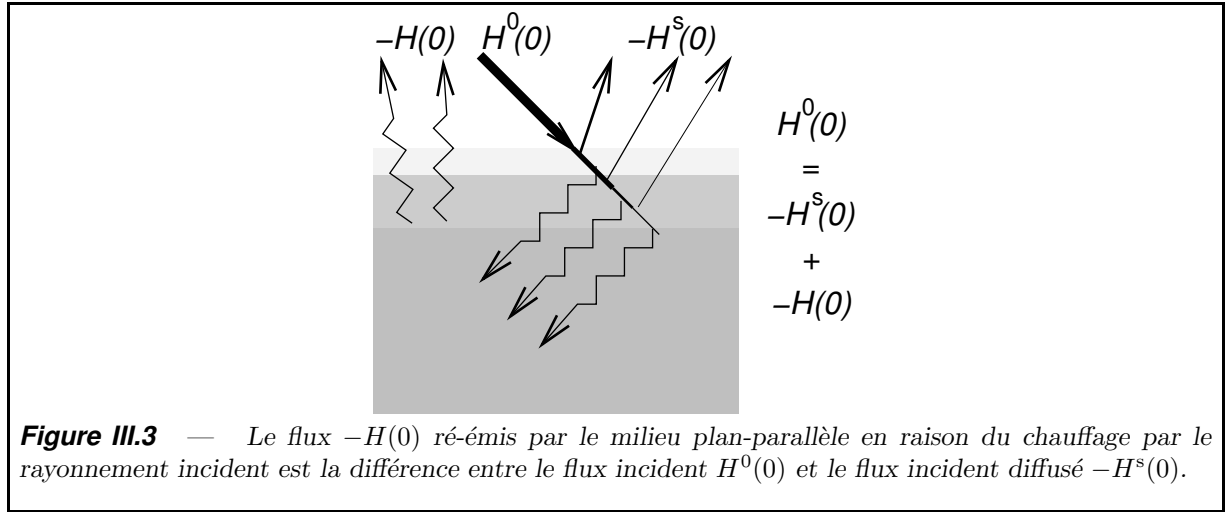
Les moments des intensités spécifiques incidentes sont donnés par les équations

$$\frac{dH^0}{dm} = -\chi_J^0 J^0, \quad \frac{\partial H^s}{\partial m} = -\kappa_J^s J^s + \sigma_J^0 J^0, \quad (\text{III.38})$$

$$\frac{dK^0}{dm} = -\chi_H^0 H^0, \quad \frac{\partial K^s}{\partial m} = -\chi_H^s H^s. \quad (\text{III.39})$$

Aussi

$$u_r = -4\pi \left(\frac{dH^0}{dm} + \frac{dH^s}{dm} \right). \quad (\text{III.40})$$



Cette équation signifie que le chauffage est donné par le bilan du flux incident entrant et sortant d'un élément de matière. En supposant que le flux incident est nul dans le plan équatorial, c'est-à-dire

$$H^0(M) = 0, \quad H^s(M) = 0, \quad (\text{III.41})$$

nous obtenons la distribution du chauffage θ_r et la température effective associée à ce chauffage T_r :

$$\theta_r(m) = 1 - \frac{H^0(m) + H^s(m)}{H^0(0) + H^s(0)}, \quad (\text{III.42})$$

$$\sigma_B T_r^4 = 4\pi (H^0(0) + H^s(0)). \quad (\text{III.43})$$

L'équation (III.43) stipule que le flux ré-émis par le milieu en raison du chauffage par le rayonnement incident est la différence entre le flux incident ($H^0(0) > 0$) et le flux du rayonnement diffusé ($H^s(0) < 0$, voir équations III.38 et III.41), comme expliqué figure III.3.

Enfin, en utilisant l'équation (III.18) dans le cas de la distribution de chauffage θ_r , nous obtenons :

$$(\Delta\tau_H)_r = \tau_H + \frac{\omega^0 [K^0 - K^0(0)] + \omega^s [K^s - K^0(0)]}{H^0(0) + H^s(0)} \quad (\text{III.44})$$

où

$$\omega^0 = \frac{\int_0^m \chi_H(\zeta) H^0(\zeta) d\zeta}{\int_0^m \chi_H^0(\zeta) H^0(\zeta) d\zeta}, \quad \omega^s = \frac{\int_0^m \chi_H(\zeta) H^s(\zeta) d\zeta}{\int_0^m \chi_H^s(\zeta) H^s(\zeta) d\zeta}. \quad (\text{III.45})$$

Si la radiation est principalement absorbée dans une couche mince du milieu, où les densité et température sont sensiblement constantes, alors $\omega^0 \approx \chi_H/\chi_H^0$ et $\omega^s \approx \chi_H/\chi_H^s$. Ces quantités sont alors les rapport de l'extinction pour le rayonnement ré-émis à l'extinction pour le rayonnement diffusé.

Finalement, le profil de température peut s'écrire explicitement en fonction des quan-

tités radiatives associées au rayonnement incident :

$$T^4 = \frac{1}{4f_K} \frac{\kappa_J}{\kappa_B} T_r^4 \left\{ \frac{\omega^0 [K^0(0) - K^0] + \omega^s [K^s(0) - K^0]}{H^0(0) + H^s(0)} + \frac{f_K(0)}{f_H} + \frac{f_K}{M\kappa_J} \frac{\kappa_J^0 J^0 + \kappa_J^s J^s}{H^0(0) + H^s(0)} \right\}. \quad (\text{III.46})$$

III.1.2.3 Transfert de la radiation incidente

Afin de déduire la température en tout point du milieu, il nous reste à déterminer le flux et la pression de radiation du rayonnement incident, H^s , H^0 , K^0 et K^s . Nous faisons l'hypothèse d'une source ponctuelle à l'infini afin de simplifier considérablement l'étude sans nuire nonobstant à sa généralité : toute source étendue peut être considérée comme un ensemble de sources ponctuelles. Ce faisant, nous assurons que la radiation incidente non diffusée est unidirectionnelle, autrement dit que

$$I_\nu^0(0, \mu) = \frac{F_\nu^0}{4\pi\mu^0} \delta_\mu^{\mu^0}, \quad (\text{III.47})$$

où F_ν^0 est le flux incident et μ^0 la position angulaire de la source avec la verticale. Le rayonnement incident non diffusé étant unidirectionnel, il résulte que

$$J^0 = H^0 \mu^0, \quad (\text{III.48})$$

$$K^0 = \frac{H^0}{\mu^0}, \quad (\text{III.49})$$

$$\chi_H^0 = \chi_J^0. \quad (\text{III.50})$$

L'équation (III.38) s'intègre alors aisément et donne :

$$J^0(m) = \frac{F_\nu^0}{4\pi\mu^0} \exp\left(-\frac{\tau_H^0}{\mu^0}\right), \quad (\text{III.51})$$

$$H^0(m) = \frac{F_\nu^0}{4\pi} \exp\left(-\frac{\tau_H^0}{\mu^0}\right), \quad (\text{III.52})$$

$$K^0(m) = \frac{F_\nu^0 \mu^0}{4\pi} \exp\left(-\frac{\tau_H^0}{\mu^0}\right), \quad (\text{III.53})$$

où la profondeur optique τ_H^0 s'écrit

$$\tau_H^0(m) = \int_0^m \chi_J^0(\zeta) d\zeta. \quad (\text{III.54})$$

Le cas du rayonnement incident diffusé est plus délicat à établir : il n'existe pas d'écriture simple du rayonnement diffusé en fonction du rayonnement incident non diffusé. En utilisant la méthode d'intégration de Mihalas (1970, pages 21–22) à partir de

l'équation (III.34b), nous pouvons établir que

$$J_\nu^s(\tau_\nu) = \Lambda_{\tau_\nu}^1 \left[\frac{\sigma_\nu}{\chi_\nu} (J_\nu^s + J_\nu^0) \right], \quad (\text{III.55})$$

$$H_\nu^s(\tau_\nu) = \Lambda_{\tau_\nu}^2 \left[\frac{\sigma_\nu}{\chi_\nu} (J_\nu^s + J_\nu^0) \right], \quad (\text{III.56})$$

$$K_\nu^s(\tau_\nu) = \Lambda_{\tau_\nu}^3 \left[\frac{\sigma_\nu}{\chi_\nu} (J_\nu^s + J_\nu^0) \right], \quad (\text{III.57})$$

où l'opérateur Λ s'écrit

$$\Lambda_t^n(f) = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} f(u) E_n(|u-t|) \operatorname{sgn}^n(u-t) du, \quad (\text{III.58})$$

avec l'intégré-exponentielle

$$E_n(x) = \int_1^{+\infty} u^{-n} \exp(-xt) dt. \quad (\text{III.59})$$

Il est à noter que les équations donnant J_ν^s , H_ν^s et K_ν^s sont difficilement exploitables car

- (i) la diffusion multiple entraîne la présence de J_ν^s dans l'argument de l'opérateur Λ , ce qui rend l'équation implicite,
- (ii) l'intégration du rayonnement incident non diffusé est nécessaire pour obtenir J_ν^s , ce que la pondération par σ_ν/χ_ν empêche de mener à terme analytiquement et
- (iii) la formulation empêche d'exprimer de la même façon les quantités bolométriques J^s , H^s et K^s .

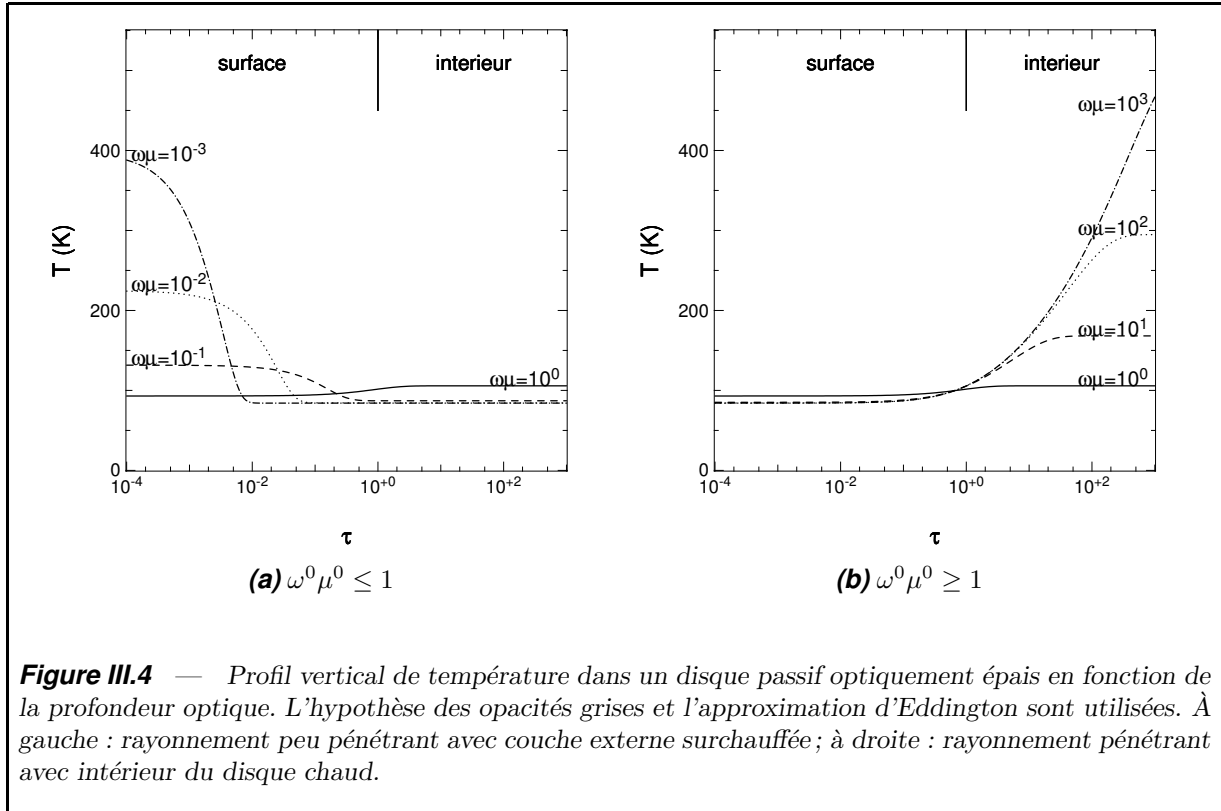
III.1.2.4 Interprétation

Avec ce qui précède, l'équation (III.46) peut être simplifiée dans le cas où la diffusion est ignorée et où χ_H^s/χ_H est uniforme sur toute l'épaisseur du disque. Dans ce cas $\tau_H = \omega^0 \tau_H^0$ et

$$T^4 = \frac{T_r^4}{4f_K} \frac{\kappa_B}{\kappa_J} \left\{ \omega^0 \mu^0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau_H}{\omega^0 \mu^0}\right) \right] + \frac{f_K(0)}{f_H} + \frac{f_K}{\omega^0 \mu^0} \exp\left(-\frac{\tau_H}{\omega^0 \mu^0}\right) \right\}. \quad (\text{III.60})$$

Il s'agit d'un résultat similaire à Malbet & Bertout (1991), à ceci près que nous avons considéré des opacités non grises, menant à l'apparition du terme ω^0 . Afin d'en mieux comprendre le sens, nous allons étudier deux cas particuliers :

- (i) Le milieu est éclairé de façon rasante en lumière visible et ré-émet en infrarouge. Dans ce cas, l'opacité pour le rayonnement incident est supérieure à l'opacité pour le rayonnement ré-émis de sorte que $\omega^0 \ll 1$. La profondeur optique moyenne de pénétration du rayonnement, le $\omega^0 \mu^0$ intervenant dans les exponentielles, est alors très petite. Le premier terme de l'équation (III.60) correspondant au transfert de la radiation incidente est négligeable, car de l'ordre de $\omega^0 \mu^0$. Il s'agit du terme $\tau_H - \Delta\tau_H$ qui sature dès que $\tau_H \sim \omega^0 \mu^0$ car presque toute l'énergie est déposée en surface.



Le troisième terme correspond au chauffage local et est inversement proportionnel à $\omega^0 \mu^0$: plus la couche chauffée est fine, plus la température de cette couche optiquement fine est élevée. C'est le terme prépondérant à la surface. Le second terme de l'équation est une constante, dominante à l'intérieur du disque : la température y est uniforme puisqu'il n'y a presque pas de transfert de radiation incidente. Le cas général d'un rayonnement peu pénétrant $\omega^0 \mu^0 \leq 1$ est présenté figure III.4a dans le cadre des opacités grises et de l'approximation d'Eddington.

- (ii) Le milieu est éclairé par un rayonnement très pénétrant. Dans ce cas, le terme prépondérant est le premier terme de l'équation, car de l'ordre de $\omega^0 \mu^0 \gg 1$. Dans ce cas la température est proportionnelle à $\tau_H + f_K(0)/f_H$ pour une profondeur optique inférieure à la pénétration du rayonnement ($\tau_H \ll \omega^0 \mu^0$), car, vu de ces couches superficielles, le flux de chauffage semble provenir de la base du disque comme dans une atmosphère stellaire. Dans les zones plus profondes ($\tau_H \gg \omega^0 \mu^0$), la température sature et présente un profil constant, comme l'indique la figure III.4b.

Nous venons de montrer que le profil de température d'un disque éclairé par l'étoile a une expression analytique approchée, nécessitant la connaissance des opacités κ_B , κ_J et χ_H , et des facteurs d'Eddington. La formulation est exacte moyennant les hypothèses posées, contrairement à ce que l'étude multi-longueur d'onde de Dullemond et coll. (2002) pourrait laisser croire. En revanche — et c'est là la limitation de notre méthode — la connaissance de κ_J nécessite de déterminer J_ν que, justement, nous voulons éviter de calculer. C'est par la suite, par le truchement d'une hypothèse empirique sur la valeur de κ_J , contournant le calcul de J_ν , que nous commettrons une approximation, induisant un biais que les auteurs remarquent.

III.2 Application au chauffage dans les disques

Nous rappelons ici des éléments plus classiques concernant les processus de chauffage dans les disques, qui ont été abordés dans le chapitre II.

Le chauffage par dissipation visqueuse est un terme local que l'on peut écrire

$$u_v(r, z) \approx \frac{9}{4} \nu \Omega^2, \quad (\text{III.61})$$

dans le cas d'un disque géométriquement mince. Comme nous l'avons déjà abordé, le dernier obstacle est la connaissance de la viscosité. Ce phénomène physique encore mal compris est souvent paramétré. Nous suivrons Shakura & Sunyaev (1973) et poserons

$$\nu = \alpha c_s h, \quad (\text{III.62})$$

où c_s est la vitesse du son et $\alpha \lesssim 1$ un facteur sans unité uniforme sur l'ensemble du disque.

Pour déterminer le chauffage par l'étoile, nous devons connaître les quantités $J^0(0)$, $H^0(0)$ et μ^0 . Les expressions du flux et de l'intensité diffuse du rayonnement provenant de l'étoile ont été données en fonction de la dimension de l'étoile et de l'angle d'évasement du disque dans le chapitre précédent (équations II.28). En théorie, nous devrions considérer l'étoile comme une somme de source ponctuelles, mais nous décidons de nous ramener de manière approchée à une ponctuelle en posant

$$J^0(0) = J, \quad (\text{III.63})$$

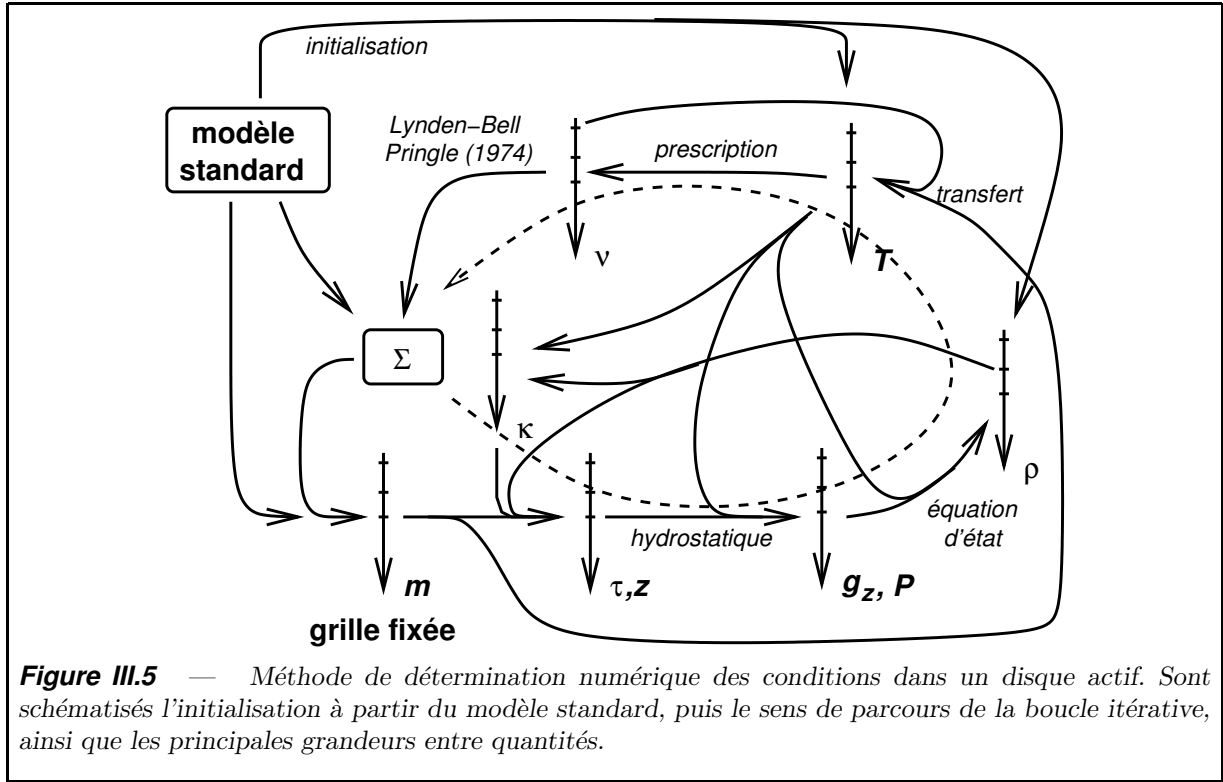
$$H^0(0) = F, \quad (\text{III.64})$$

$$\mu^0 = \frac{F}{J}. \quad (\text{III.65})$$

Nous avons modélisé le chauffage par le milieu ambiant de manière empirique en ajoutant une contribution T_a à la température en tout point du disque, en adjoignant un terme T_a^4 à l'équation (III.25).

III.3 L'approche numérique

Les développements théoriques précédents, s'ils ont le mérite de clarifier les phénomènes en jeu dans le transfert radiatif, revêtent l'apparence fallacieuse d'une solution analytique simple. En effet, les grandeurs moyennées κ_B , κ_J , etc. ne sont pas exprimables simplement puisqu'il s'agit de moyennes pondérées dont le coefficient pondérateur n'est autre que l'intensité spécifique locale à déterminer et, de plus, dépendent des conditions physiques locales; τ_H est une grandeur intégrée qui nécessite de connaître les conditions en tout point situé au-dessus du point considéré; f_K et f_H sont des coefficients dont la détermination invoque une intégration sur le profil vertical. Aussi voyons-nous se profiler une solution itérative à ce problème, où les conditions physiques à une étape donnée permettent de déduire le transfert radiatif déterminant ces dites conditions à l'étape suivante.



Nous avons commencé par mettre en œuvre une solution numérique au problème pour un disque actif où seuls le chauffage visqueux et la thermalisation avec le milieu ambiant (section III.3.1). Nous n'avons pas encore mis en place une solution prenant en compte le chauffage par l'étoile et en présentons les difficultés ainsi que des éléments de réponse dans la section III.3.2.

III.3.1 Disque actif

Une approximation de κ_J et χ_H est possible dans deux cas :

- (i) dans les zones optiquement profondes des parties optiquement épaisses, nous recourons à l'approximation de diffusion

$$J_\nu \approx B_\nu(T) \quad (\text{III.66})$$

$$H_\nu \approx \frac{dB_\nu}{d\tau_\nu} = \frac{1}{\chi_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} \frac{dT}{dz}. \quad (\text{III.67})$$

de sorte que

$$\kappa_J \approx \kappa_B \quad \& \quad \chi_H \approx \chi_R \quad (\text{III.68})$$

Les opacités κ_J et χ_H sont respectivement celle de Planck (κ_B) et celle de Rosseland, donnée par

$$\chi_R = \frac{\int_0^{+\infty} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\int_0^{+\infty} \frac{1}{\chi_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}. \quad (\text{III.69})$$

(ii) à la surface des parties optiquement profondes, où

$$J_\nu(\tau) \approx B_\nu(\tau + \frac{2}{3}) \quad (\text{III.70})$$

$$H_\nu(\tau) \approx B_\nu(\tau + \frac{2}{3}). \quad (\text{III.71})$$

Aussi obtenons-nous

$$\kappa_J(\tau) \approx \kappa_B(\tau + \frac{2}{3}), \quad (\text{III.72})$$

$$\kappa_H(\tau) \approx \chi_B(\tau + \frac{2}{3}). \quad (\text{III.73})$$

Dans ce cas κ_J et χ_H sont liées aux opacités de Planck.

Dans la pratique, nous avons recours à

$$\kappa_H = \begin{cases} \chi_R & \text{si } \tau > 1 \\ \chi_B & \text{si } \tau < 1 \end{cases} \quad (\text{III.74})$$

Dans l'approximation grise et en l'absence de diffusion, la détermination numérique itérative des coefficients d'Eddington est possible à l'aide des Λ (Mihalas, 1970) :

$$f_K(\tau) = \frac{\Lambda_\tau^3 B}{\Lambda_\tau^1 B}, \quad (\text{III.75})$$

$$f_H = \frac{\Lambda_0^2 B}{\Lambda_0^1 B}. \quad (\text{III.76})$$

Afin de résoudre les équations ci-dessus, nous adoptons un disque standard comme solution initiale, caractérisé par les conditions physiques dans le plan médian. Cela revient à résoudre le système

$$T(r) = \begin{cases} \frac{3}{4} F(r) \left(\tau(r) + \frac{2}{3} \right) & \text{si } \tau(r) \geq 1.229 \\ \frac{F(r)}{1 - \exp(-\tau(r))} & \text{si } \tau(r) < 1.229 \end{cases}, \quad (\text{III.77})$$

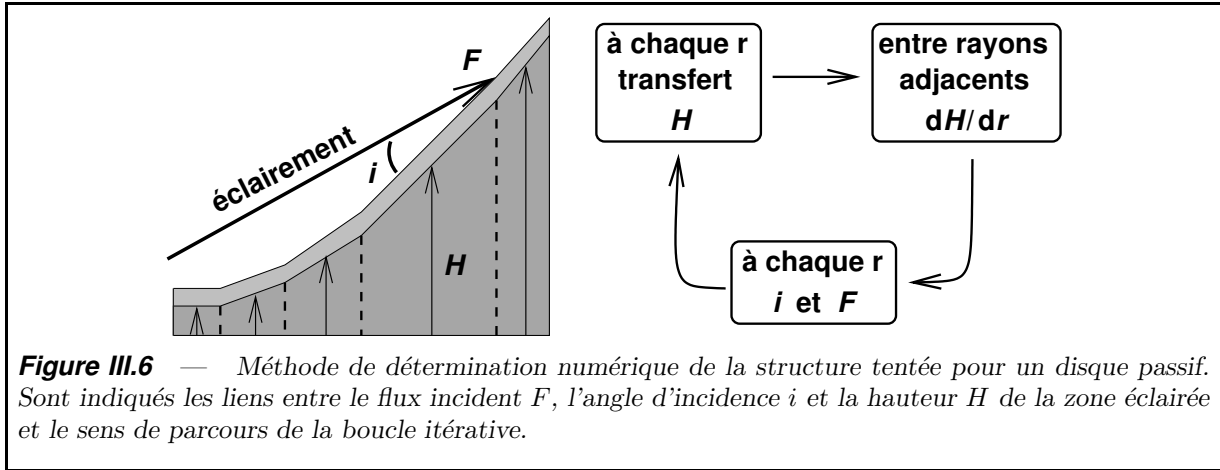
$$P(r) = -c_z(r, h(r)) \Sigma(r), \quad (\text{III.78})$$

$$\rho(r) = \mathcal{S}(P(r), T(r)), \quad (\text{III.79})$$

$$h(r) = \frac{\Sigma(r)}{\rho(r)}, \quad (\text{III.80})$$

$$\tau(r) = \Sigma(r) \kappa_R(T(r), \rho(r)) \quad (\text{III.81})$$

de manière numérique. Une approche itérative fonctionne parfaitement. À partir de ce disque standard, nous déterminons l'équilibre hydrostatique pour une structure verticale isotherme possédant les mêmes température et densité de surface. Cette structure sert de point de départ à la détermination itérative de la structure verticale. L'échantillonnage radial est logarithmique et, pour chaque rayon, l'échantillonnage vertical est adaptatif, de sorte qu'il soit logarithmique en m . Un schéma de principe de l'algorithme est exposé sur la figure III.5 page précédente.



III.3.2 Prise en compte de l'irradiation stellaire

Une des difficultés dans la prise en compte de l'irradiation stellaire est la détermination de la surface du disque, c'est-à-dire la zone où $\tau_H^0 = 1$: dans le cas du disque actif, il était possible de calculer les différents rayons du disque indépendamment ; maintenant, la pente de la surface est nécessaire si l'on veut obtenir l'angle d'incidence du rayonnement stellaire. La figure III.6, présente les dépendances mutuelles entre flux, l'angle d'incidence et la hauteur de cette couche de surface.

Dans notre élan, nous avons pensé à une mise en œuvre directe, suivant le cycle de dépendances de la figure III.6. Le calcul de la structure du disque est calculée en commençant par l'intérieur du disque. À chaque itération dans le calcul de la structure verticale, et pour un rayon donné, la pente de la surface est déterminé comme suit :

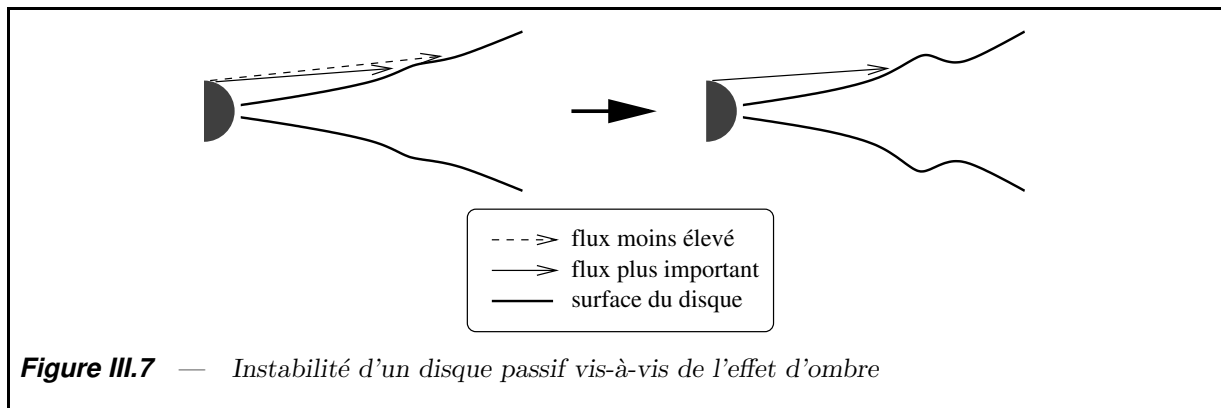
- (i) L'ordonnée $\mathcal{H}(r)$ où $\tau_H^0 = 1$ (surface éclairée du disque) étant connue au rayon r , l'angle d'incidence est estimé en fonction de l'ordonnée $\mathcal{H}(r')$ du rayon r' précédemment calculé. Pour simplifier, dans le cas d'une étoile ponctuelle, il vaut

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\mathcal{H}(r') - \mathcal{H}(r)}{r' - r} \right) - \arctan \left(\frac{\mathcal{H}(r)}{r} \right). \quad (\text{III.82})$$

- (ii) Une fois cet angle connu, le calcul de τ_H^0 est effectué et la valeur de $\mathcal{H}(r)$ réactualisée.
- (iii) Le calcul de J^0 et H^0 est mené, puis l'itération suit ensuite les étapes décrites dans la section III.3.1.

Malheureusement, cet algorithme n'est pas convergent dans les zones du disque dominées par l'irradiation stellaire. Nous avons envisagé plusieurs possibilités :

- (i) Les transitions brutales entre domaines d'opacités, définies comme lois de puissance par morceaux, pourraient être à l'origine d'une instabilité numérique.
- (ii) La condition initiale utilisée est un modèle standard, sans chauffage de surface ; il se pourrait qu'elle soit trop éloignée de la solution désirée pour qu'il y ait convergence.
- (iii) Enfin, il est possible d'envisager que la solution du disque évasée soit physiquement instable.



Nous avons écarté d'emblée la première possibilité, car la divergence reste observée si une loi d'opacité sans discontinuité est utilisée. Nous avons commencé à étudier la deuxième hypothèse, en proposant un modèle de disque à surface surchauffée comme solution initiale. Il se trouve que ce modèle a été fécond en termes de physique (décrite dans le chapitre IV) et d'explication des observations (chapitre V.4) et que nous avons décidé, pour un temps, de nous y consacrer. Nous projetons prochainement de revenir au modèle décrit ici en introduisant ce disque à deux couches comme solution initiale. La dernière possibilité, une instabilité physique du disque évasé, n'est pas à exclure : Dullemond (2000) a établi qu'un disque peut être instable vis-à-vis de l'effet d'ombre. En effet, une faible augmentation de l'épaisseur du disque à un rayon donné, augmente le flux d'irradiation sur l'adret de la perturbation et le diminue sur l'ubac. Il en résulte une rétroaction positive qui a tendance à augmenter encore plus l'épaisseur de l'adret et de la diminuer sur l'ubac et conduit à la création d'une zone d'ombre comme le schématise la figure III.7. Les auteurs concluent cependant que d'autres phénomènes peuvent stabiliser le disque et notent que leur démonstration ne prend pas en compte un transfert radiatif cohérent à deux dimensions qui, seul, peut établir la réalité d'une telle instabilité.

D'Alessio et coll. (1998) sont parvenus à obtenir la surface du disque, mais au prix d'une approximation : constatant qu'ils n'arrivaient pas à mettre en œuvre un algorithme similaire à celui que nous avons essayé, ils ont mené un calcul prenant l'ensemble des rayons du disque à la fois et lissant d'éventuelles irrégularités (D'Alessio et coll., 1999) :

- (i) L'ordonnée $\mathcal{H}(r)$ où $\tau_H^0 = 1$ étant connue pour tous les rayons, une loi de puissance ar^b est ajustée à $\mathcal{H}(r)$ pour chaque rayon sur un intervalle en rayon $\Delta \log r \approx 0.5$. L'angle est alors estimé en fonction de cette loi de puissance, ce qui pour une étoile ponctuelle donnerait

$$\varphi = \arctan(abr^{b-1}) - \arctan(ar^{b-1}). \quad (\text{III.83})$$

- (ii) Le calcul de τ_H^0 est effectué pour chaque rayon, puis l'ordonnée $z(r)$ réactualisée.
- (iii) L'itération suit son cours normal pour chaque rayon.

Nous n'avons pas encore mis en œuvre une solution similaire fort ($\Delta \log r \approx 0.2$).; elle nécessitera une restructuration importante du programme pour permettre un calcul simultané sur tous les rayons¹. Il se trouve que nous avons investigué la solution d'une

¹Au moment de la soutenance, j'avais commencé à mettre en place une solution au problème de l'éclairement en stabilisant la convergence par lissage du profil de la hauteur de la zone d'irradiation, à l'instar de la méthode pratiquée par D'Alessio et coll. (1998), à ceci près que j'ai utilisé lissage est moins important.

Table III.3 — Paramètres standard servant au calcul de la structure verticale

\dot{M} (M_{\odot}/an)	$10^{-9}, 10^{-7}, 10^{-5}$
r_{\star} (R_{\odot})	2
M_{\star} (M_{\odot})	1
r_{\min} (R_{\odot})	2.2
T_a (K)	15
α	10^{-2}

solution initiale avec un modèle à deux couches (chapitre IV), qui plus fécond que prévu, nous a accaparé.

III.4 Résultats

Nous présentons tout d'abord la structure d'un disque d'accrétion actif en l'absence d'éjection, pour un jeu de paramètres standard exposés table III.3. La figure III.8 page suivante résume la structure obtenue par une carte de température, profondeur optique et densité pour différents taux d'accrétion. Nous constatons que même les disques les plus massifs ($\dot{M} \sim 10^{-5} M_{\odot}/\text{an}$) sont géométriquement minces, comme nous en faisons l'hypothèse *a priori*. L'épaisseur maximale trouvée est $\mathcal{H}/r \approx 0.35$ (figure III.8c). Nous constatons également, à l'instar de Bell et coll. (1997), que les disques actifs sont évasés, mais qu'en certains endroits l'épaisseur relative \mathcal{H}/r décroît avec le rayon, impliquant que ces zones pourraient subir un effet d'ombre de la part des régions centrales. Cependant, il faut prendre en compte deux objections :

- (i) Nous n'avons pas inclus le chauffage par l'étoile centrale, susceptible de modifier la structure et l'évasement. Dans le cas d'un disque passif, on trouve une solution relativement évasée (Chiang & Goldreich, 1997).
- (ii) Un calcul plus détaillé du transfert de la radiation incidente est nécessaire pour déterminer l'éclairement du disque. D'Alessio et coll. (1998) n'obtiennent aucun effet d'ombre quoique le disque présente un profil de \mathcal{H}/r non monotone.

Nous reviendrons sur ce phénomène dans le chapitre suivant, où nous étudions l'irradiation par l'étoile. Un autre point à noter est que les disques présentant une accrétion intermédiaire ou faible, à savoir $\dot{M} \lesssim 10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$, voient leur carte de température centrée sur les premières unités astronomiques (voir le panneau de gauche de la figure III.8). Autrement dit, le rayonnement thermique en infrarouge proche ne peut être détecté qu'avec une résolution de l'ordre de l'unité astronomique. Nous en discuterons dans le chapitre IV, où nous prendrons en compte l'éclairement par l'étoile, à la fois comme un terme de chauffage et comme un terme de diffusion.

La figure III.9 page 74 présente les profils radiaux de température, de densité de colonne et d'épaisseur optique dans un disque actif standard. Comme prévu, la température de surface (figure III.9b), une fois corrigée du rayonnement ambiant, est proportionnelle à la température effective T_{eff} dans les régions optiquement épaisses et décroît ainsi en $r^{-3/4}$. En revanche, dans les zones optiquement fines, elle est proportionnelle à T_{eff}/τ et présente un profil plus plat. Le changement de régime correspond à $\tau \approx 1$. La température centrale (figure III.9a) et la densité de colonne (figure III.9d) ont un profil plus mouvementé,

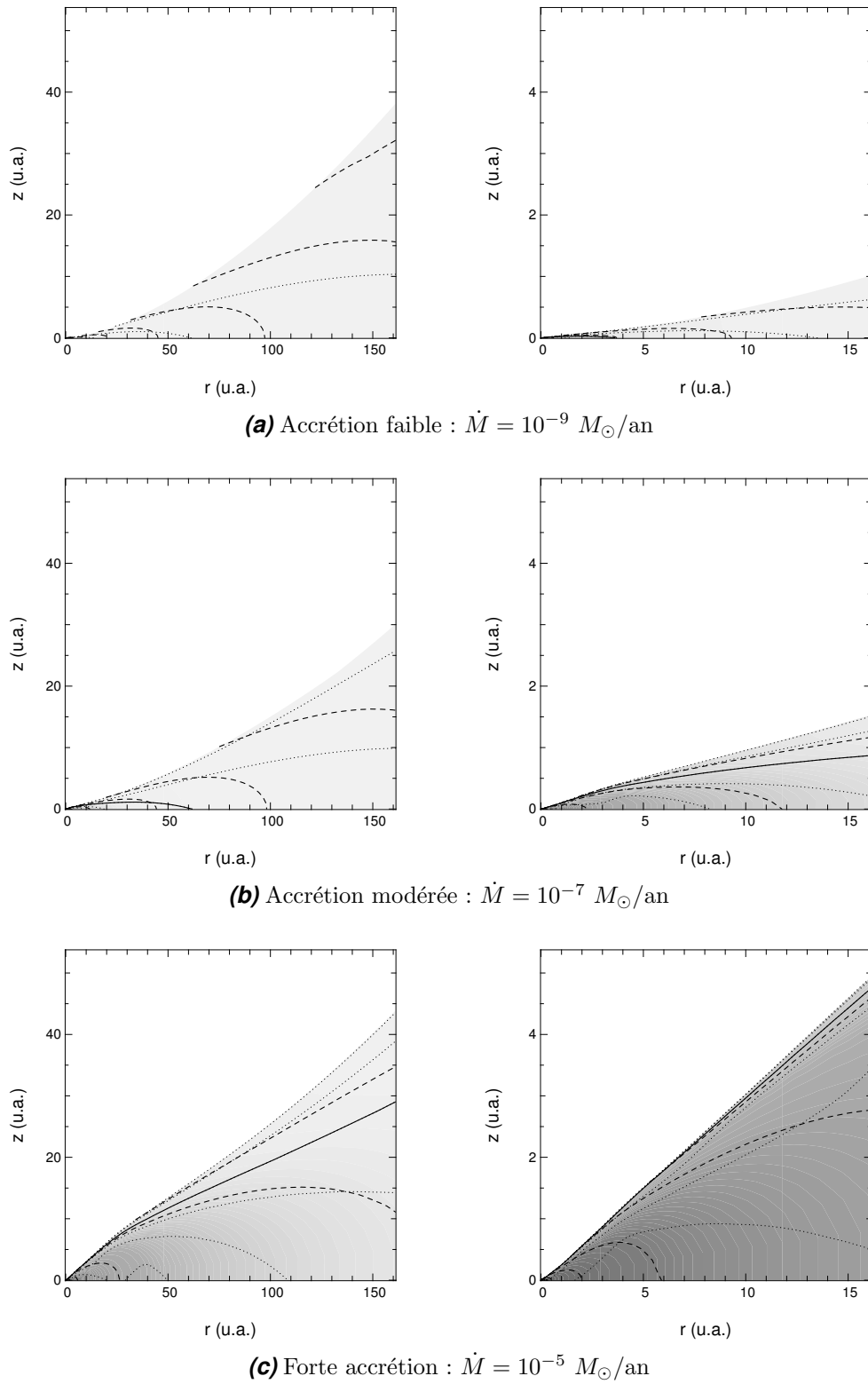


Figure III.8 — Structure d'un disque d'accrétion actif. De haut en bas : accrétion de plus en plus importante. À gauche : structure à grande échelle (150 u.a.). À droite : structure à moyenne échelle (1 u.a.). Les lignes pointillées correspondent aux égales profondeurs optiques et la ligne continue à $\tau = 1$. Les traits interrompus correspondent aux lignes d'égale densité. La carte de température est superposée (noir : 10^5 K, blanc : 10 K).

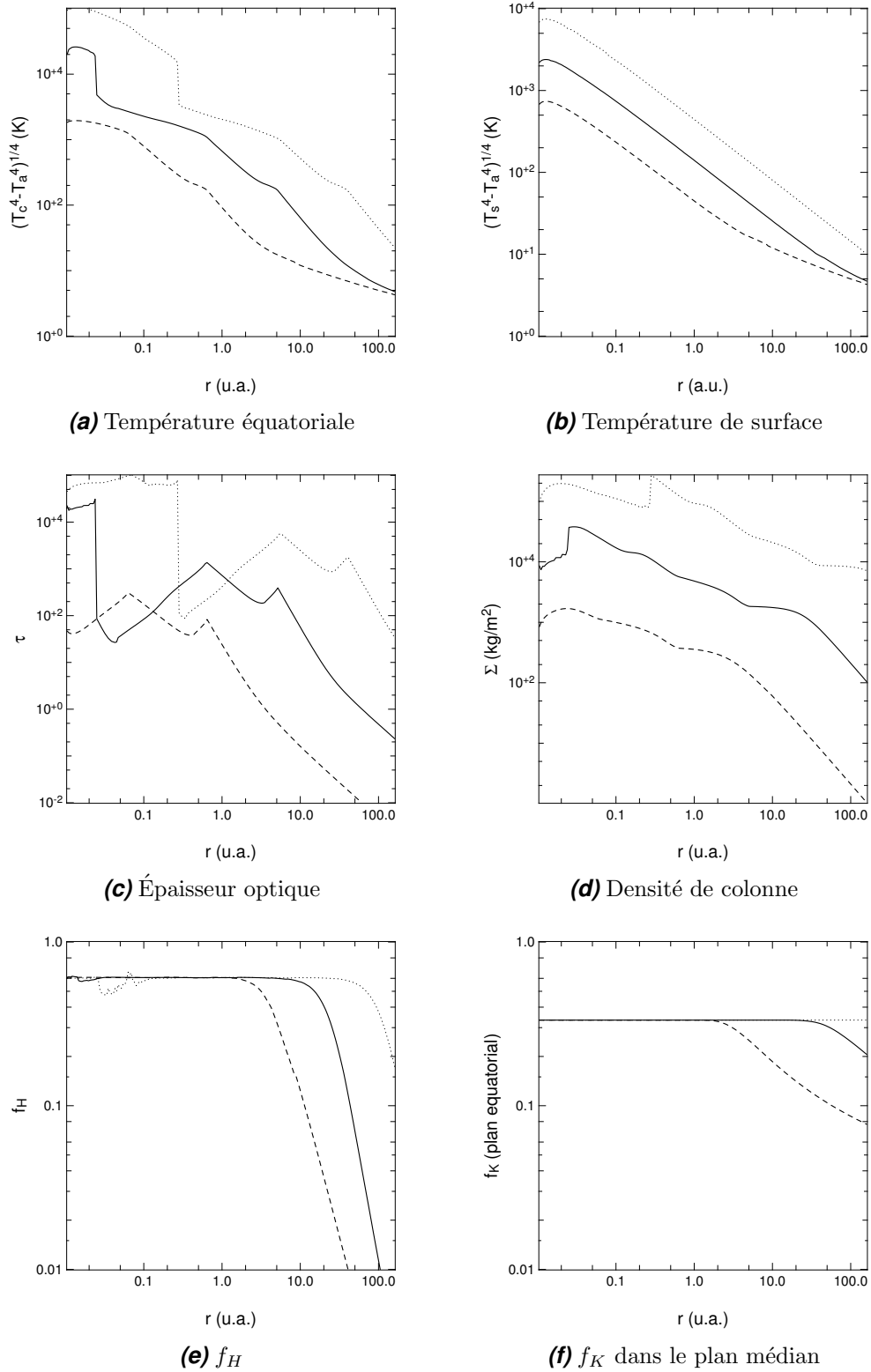
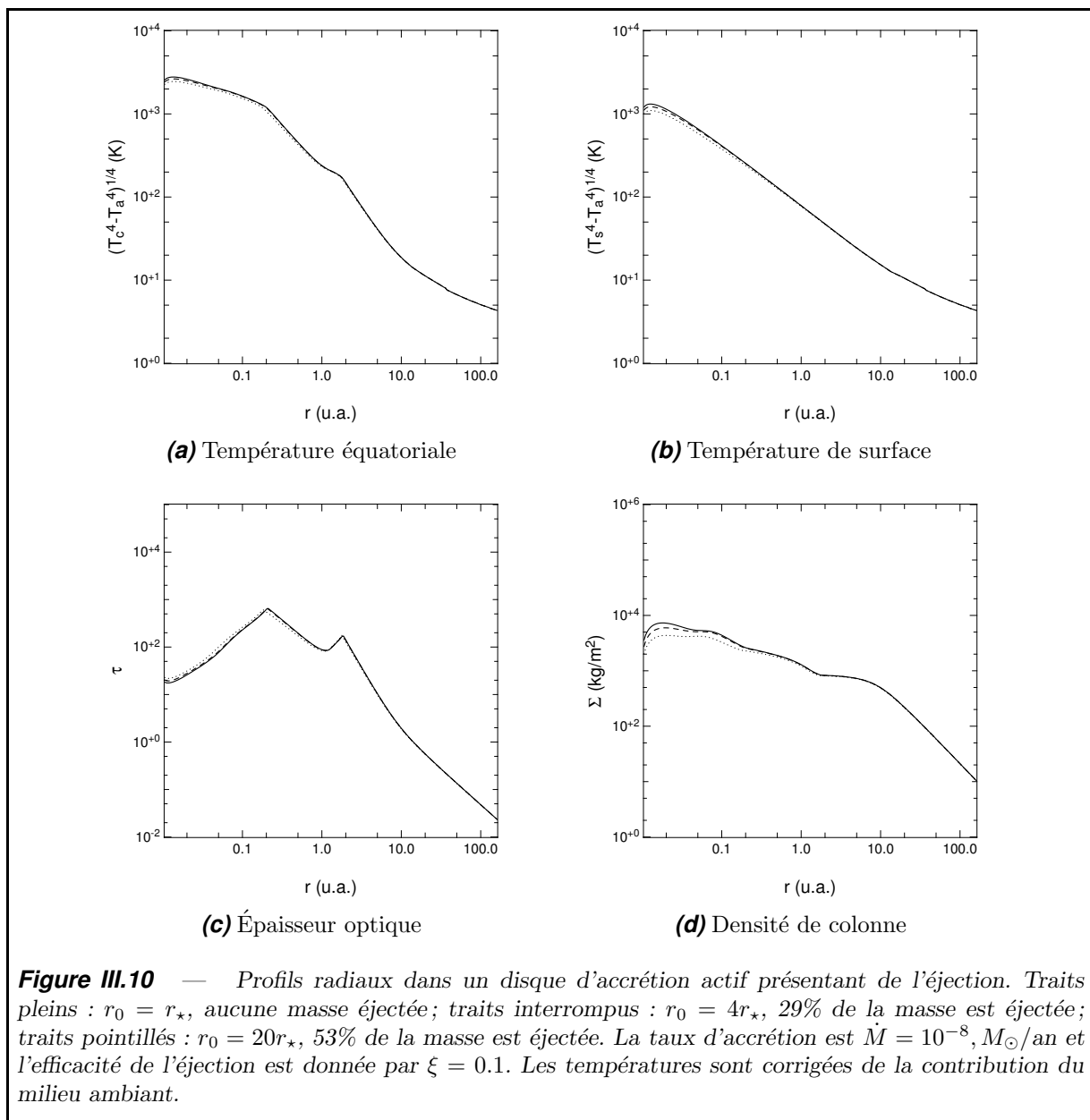


Figure III.9 — Profils radiaux dans un disque d'accrétion actif standard. Traits pointillés : $\dot{M} = 10^{-5} M_{\odot}/\text{an}$, traits pleins : $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$, traits interrompus : $\dot{M} = 10^{-9} M_{\odot}/\text{an}$. Les températures sont corrigées de la contribution du milieu ambiant.



car ces quantités dépendent de la profondeur optique (figure III.9c), au comportement chaotique... il est vrai que l'opacité du milieu dépend du régime de grains ou de l'espèce gazeuse dominante. En particulier, les modèles tendant à calquer des lois de puissance sur les conditions physiques dans le disque n'ont pas de justification, à part s'ils servent à dériver des observables sensibles uniquement à un domaine spatial restreint. Les coefficients d'Eddington (figures III.9e & III.9f) ont le comportement attendu : dans les régions optiquement épaisses $f_K \approx 0.33$ et $f_H \approx 0.60$, la solution de l'atmosphère stellaire grise donnant respectivement 0.33 et 0.58. Dans les régions optiquement fines, ces coefficients chutent. En effet, en raison de la finesse du disque l'intensité spécifique est plus élevée pour une direction en biais ($I \propto B(T)\tau/\mu$ pour $\tau \ll 1$), de sorte que $K, H \ll J$. On obtient ainsi $f_H, f_K \ll 1$.

La figure III.10 montre l'influence possible de l'éjection de matière sur la structure du disque. Il est remarquable qu'une éjection élevée, allant jusqu'à 50% de la matière, n'ait qu'une incidence modérée sur la température effective — la température de surface qui

lui est proportionnelle dans les zones optiquement épaisses est représentée figure III.10b. En particulier, les disques T Tauri présentent une éjection de l'ordre de 1% à 10% de la masse accrétée (Hartigan et coll., 1995; Lavalley, 2000), ce qui rend illusoire l'espoir d'une mesure de l'influence de l'éjection par une signature spectrale ou interférométrique de la température effective près de l'étoile. Dans les zones où l'éjection a lieu le profil de température effective présente une décroissance moins marquée que dans le disque standard, à savoir

$$T(r) \propto r^{(3-\xi)/4}, \quad (\text{III.84})$$

bien que cela ne devienne notable que pour une valeur de ξ relativement élevée — et probablement irréaliste.

III.5 Perspective

Nous venons d'établir que le transfert de rayonnement dans un disque présentant un chauffage visqueux et éclairé par une ou plusieurs sources de radiation externes peut s'écrire formellement sous forme intégrée. D'un point de vue théorique les enseignements sont les suivants :

- (i) Le flux et la température s'écrivent comme la somme des flux et températures associées à chaque source de chauffage.
- (ii) La température associée à la viscosité s'écrit de manière différente de celle d'une atmosphère stellaire en raison de la distribution de la production d'énergie.
- (iii) Un disque éclairé par l'étoile centrale a une couche surchauffée en raison de deux phénomènes : l'incidence rasante des rayons lumineux et la différence d'opacités de la matière du disque vis-à-vis du rayonnement stellaire et du rayonnement ré-émis.

Cependant lorsqu'il s'agit d'utiliser le formalisme à des fins de calcul nous nous confrontons à de grandes difficultés. Les opacités définies dans ce chapitre, κ_H et κ_J sont pondérées suivant la distribution en fréquence du flux H_ν et de l'intensité spécifique J_ν que le formalisme, justement, évite de calculer. Pour y remédier nous avons utilisé les opacités de Planck et Rosseland comme approximation de ces dernières ; nonobstant Dullemond et coll. (2002) établissent, au moins dans un disque éclairé par l'étoile, que l'utilisation avec ces opacités empiriques ne peut remplacer l'approche multi-fréquentielle. D'autre part, les coefficients d'Eddington, importants dans les zones optiquement fines car alors éloignées de l'unité, ont été calculés avec l'approximation d'opacités grises ce qui, justement, ne s'avère pas. Un des défis à venir est de trouver une meilleure description pour les opacités κ_H et κ_J tout en évitant de calculer la distribution en fréquence des intensités radiatives.

Mais l'étape la plus impérieuse consiste à prendre en compte l'éclairement par l'étoile ; elle constitue l'un de mes premiers objectifs d'après-thèse. Une solution est d'ores et déjà envisagée et nécessite une restructuration du programme. Afin d'avoir un modèle de référence qui permette une comparaison et d'avoir une solution initiale plus fiable qu'un modèle standard, sans surface chauffée, j'ai décidé d'élaborer, pour un temps, une solution analytique approchée. Celle-ci a été bien plus productive qu'attendu, en termes de description physique et observationnelle, de sorte que je n'ai pas encore eu le temps de revenir au modèle décrit ici. Ce modèle analytique approché est présenté dans le chapitre suivant et exploité dans le chapitre V.

Chapitre Quatre

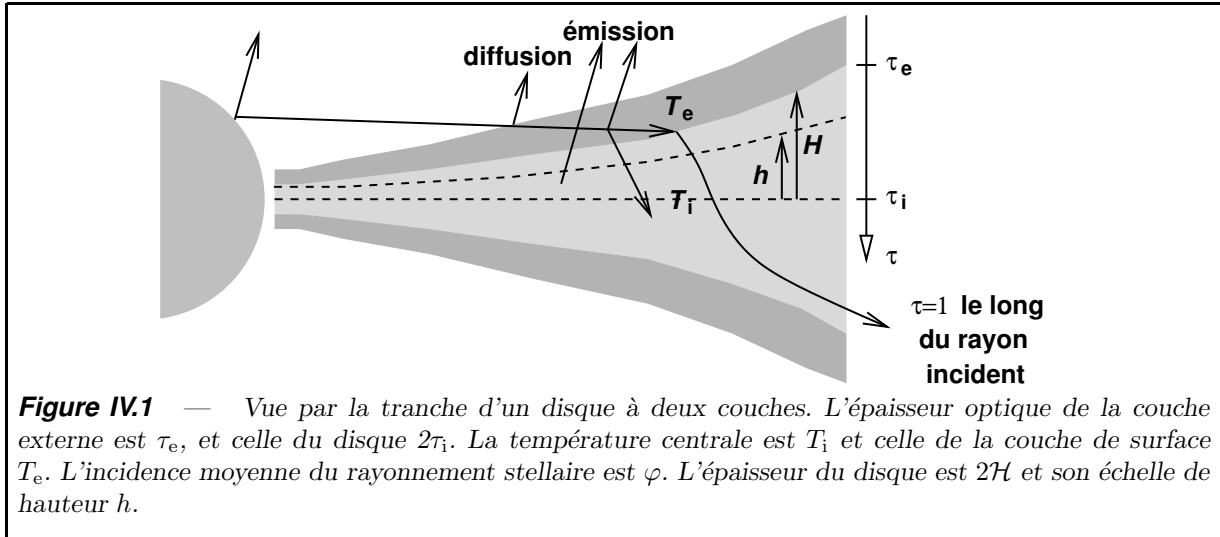
Un modèle de disque à deux couches

Dans le chapitre III nous avons obtenu une détermination analytique exacte du transfert radiatif à une dimension, cependant difficile à exploiter en pratique puisque nombre de quantités sont implicites. Lors de la mise en œuvre numérique, nous n'avons pas manqué de buter sur certaines difficultés, en particulier concernant l'éclairement par l'étoile centrale. Impatients de pouvoir inclure cette contribution essentielle à la physique du disque et conscients de la durée nécessaire à l'élaboration d'un code de structure verticale robuste, nous avons opté pour l'élaboration d'un modèle plus simple qui prenne en compte les principales sources de chauffage, avec en ligne de mire l'interprétation des prochaines données interférométriques en infrarouge proche et moyen. De plus, ce modèle pourra servir dans le futur de condition initiale au code de structure verticale avec moins de risques de divergences numériques.

Élaborer un modèle suffisamment simple mais pertinent du point de vue physique n'est pas sans difficulté. Les résultats du chapitre précédent mettent à mal l'espoir d'une solution autosimilaire fondée sur des lois de puissance et, à ce titre, la densité de colonne sur la figure III.9d constitue un témoignage éloquent. De plus, la prise en compte du rayonnement stellaire nous contraint à considérer une zone de surface optiquement fine et surchauffée ; un modèle standard décrit par une photosphère ne suffit pas, car cette couche superficielle (à $\tau \ll 1$) et la photosphère (à $\tau \approx 1$) ont des comportements différents en termes de température et, par voie de conséquence, de flux émergent.

Dans le cadre du disque passif, le modèle de Chiang & Goldreich (1997) propose une solution approchée élégante à l'éclairement par l'étoile. Il considère deux couches, l'une optiquement fine en surface et directement chauffée par l'étoile, et une couche interne chauffée par la couche externe. Les auteurs y déterminent un profil analytique des conditions physiques et trouvent notamment que la hauteur de la couche de surface croît en $r^{9/7}$ dans les parties optiquement épaisses. Nous avons décidé de généraliser ce modèle au cas où se produisent viscosité, éclaircissement et thermalisation par le milieu ambiant. Les principales différences sont les suivantes

- (i) Les interdépendances dans les disques actifs conduisent à un jeu de deux équations couplées : la température dans le plan médian conditionnant l'échelle de hauteur et la densité de colonne avec une influence probable sur son évasement, nous trouverons un jeu d'équations donnant cet évasement et la température médiane.
- (ii) En raison du comportement versatile des opacités, densité de surface, température équatoriale et échelle de hauteur ne suivent pas de loi de puissance sur l'ensemble du disque. Nous trouverons un jeu d'équations définies par morceaux.



Nous avons décidé de débiter par le cas du disque optiquement épais pour lequel la formulation, sans altérer la méthode sous-jacente, est fort moins alambiquée que celle d'un disque quelconque. Nous commençons par décrire le modèle et le transfert radiatif entre les deux couches dans la section IV.1 : nous y relierons les températures des couches à leurs épaisseurs optiques et aux températures effective des processus dissipatifs, comme nous le fîmes dans le cas de la structure verticale. Dans la section IV.2 nous donnons une expression de ces profondeurs optiques et températures effective permettant d'en déduire la température dans le plan médian en fonction du rayon et de l'évasement. Celui-ci est étudié dans la section IV.3. Le cas où le disque n'est pas optiquement épais est résumé dans la section IV.4. La section IV.5 présente les étapes de la mise en œuvre numérique. Enfin, la section IV.6 analyse la structure obtenue et la compare avec les prédictions d'autres modèles de disques.

IV.1 Description du modèle

L'objet de notre étude est représenté figure IV.1. Nous considérons une couche de surface caractérisée par sa température T_e et une couche interne à température T_i . Les températures considérées sont des moyennes pondérées par la masse, en particulier, celle-ci étant concentrée dans le plan équatorial, T_i est proche de la température dans le plan médian. La séparation entre les deux couches est donnée par la profondeur optique unité le long du rayonnement stellaire incident, incliné d'un angle φ par rapport à la surface du disque. En fait, l'étoile étant étendue, cette direction est donnée par une moyenne sur la photosphère stellaire de l'angle d'incidence. L'épaisseur optique est τ_e pour la couche externe et $2\tau_i$ pour la couche interne. Il est à noter que $\tau_e \ll 1$ pour deux raisons : (i) le rayonnement incident est rasant et (ii) la couche de surface ré-émet à une longueur d'onde plus grande où l'opacité est plus faible.

Dans le cas où le rayonnement stellaire est la seule source de chauffage, nous sommes dans le cas strict du modèle de Chiang & Goldreich (1997). La couche externe reçoit un rayonnement incident rasant, caractérisé par la température T_r , et pour lequel l'opacité du matériau surpasse l'opacité de Planck d'un facteur important. Il en résulte que l'épaisseur

optique de cette couche est petit (voir figure IV.1). Elle rayonne la moitié de ce qu'elle reçoit vers le haut et l'autre vers le bas, en tout $\sigma_B T_r^4$, mais aussi du fait de sa finesse optique $2\sigma_B T_e^4$. La couche interne reçoit $1/2\sigma_B T_r^4$ et, du fait de son épaisseur optique, a une température $T_i^4 = 1/2 T_r^4$. Cette température est uniforme à l'intérieur puisqu'aucune source de chauffage n'y est présente, comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent. (Se reporter à l'équation III.60 page 65, et la discussion attenante.) Ainsi,

$$T_e^4 = \frac{1}{2\tau_e} T_r^4, \quad (\text{IV.1a})$$

$$T_i^4 = \frac{1}{2} T_r^4, \quad (\text{IV.1b})$$

Dans le cas où seule intervient la viscosité, les résultats du précédent chapitre nous invitent à poser, dans l'approximation d'Eddington,

$$T_e^4 = \frac{1}{2} T_v^4, \quad (\text{IV.2a})$$

$$T_i^4 = \frac{3}{4} T_v^4 \left(\tau_i - \Delta\tau_i + \frac{2}{3} \right). \quad (\text{IV.2b})$$

T_v est la température effective associée à la dissipation visqueuse, et $\Delta\tau_i$ un terme de correction lié à la distribution du chauffage, nul dans le cas d'une dissipation concentrée dans le plan équatorial. Le cas de la thermalisation avec le milieu ambiant s'écrit

$$T_e^4 = T_a^4, \quad (\text{IV.3a})$$

$$T_i^4 = T_a^4. \quad (\text{IV.3b})$$

où T_a est la température de ce milieu.

Nous avons vu précédemment (équation III.25 page 59) que la température en tout point du disque peut être décomposée comme la somme des températures induites par chaque processus de chauffage. Dans le cas où les trois sources d'énergie présentées ci-dessus coexistent, nous avons

$$T_e^4 = \frac{1}{2\tau_e} T_r^4 + \frac{1}{2} T_v^4 + T_a^4, \quad (\text{IV.4a})$$

$$T_i^4 = \frac{1}{2} T_r^4 + \frac{3}{4} T_v^4 (\tau_i - \Delta\tau_i) + T_a^4. \quad (\text{IV.4b})$$

Dans la seconde équation, nous avons négligé le terme constant $1/2$ devant l'épaisseur optique $\tau \gg 1$.

L'étape suivante consiste à déterminer les épaisseurs optiques et les températures T_r et T_v . La difficulté principale réside dans le calcul de T_r : le flux de la radiation incidente dépend de la position de la surface du disque, donnée par $\tau = 1$ le long de la radiation stellaire; *a priori* un calcul à deux dimensions le long du rayon lumineux est requis. Nous proposons, à l'instar de Chiang & Goldreich (1997), une relation de clôture permettant de déterminer cette couche de surface sans faire intervenir le transfert radial.

IV.2 Température centrale et de surface

La température associée à la dissipation visqueuse s'écrit (Lynden-Bell & Pringle, 1974) :

$$T_v^4 = \frac{3}{8} \frac{\Omega^2 \dot{M} f(r)}{\sigma_B \pi} \quad (\text{IV.5})$$

et flux incident a une température caractéristique

$$T_r^4 = \frac{T_{\text{eq}}^4}{2} \sin \varphi, \quad (\text{IV.6})$$

où T_{eq}^4 est la température effective d'équilibre d'un corps à la même distance de l'étoile. Le facteur $1/2$ provient du fait que seule une moitié de l'étoile est visible depuis la surface d'un disque géométriquement mince, r_*/r de la dilution du rayonnement stellaire avec la distance et $\sin \varphi$ son incidence sur la surface. Pour un albédo de surface \mathcal{A} , nous écrivons

$$T_{\text{eq}}^4 = (1 - \mathcal{A}) \left(\frac{r_*}{r} \right)^2 T_*^4. \quad (\text{IV.7})$$

Le transfert dans la couche centrale fait intervenir les profondeurs optiques définis dans le chapitre précédent :

$$\tau_i = \int_0^{+\infty} \kappa(\rho(z), T(z)) \rho(z) dz, \quad (\text{IV.8})$$

$$\Delta \tau_i = \int_0^{+\infty} \kappa(\rho(z), T(z)) \theta(z) \rho(z) dz, \quad (\text{IV.9})$$

où κ est l'opacité de Rosseland de la couche interne et θ la distribution du chauffage visqueux (équation III.18). L'équation ci-dessus contient une approximation destinée à alléger les calculs : la contribution de la couche externe est négligée et remplacée par une continuation entre \mathcal{H} et $+\infty$ de la couche centrale. En raison de la concentration de la matière dans le plan équatorial, cette substitution a une incidence négligeable sur l'épaisseur optique ($\ll 1$, comparé à $\tau_i \gg 1$). Nous décrivons l'opacité comme une loi de puissances par morceaux

$$\kappa_R(T, \rho) = k \rho^l T^m \quad (\text{IV.10})$$

de sorte à conserver des expressions analytiques. Comme nous menons l'approximation d'une température moyenne dans la couche, nous utilisons le profil isotherme

$$T(z) = T_i, \quad (\text{IV.11})$$

$$\rho(z) = \rho_0 \exp \left(-\frac{z^2}{2h^2} \right), \quad (\text{IV.12})$$

où h est l'échelle de hauteur dans la couche centrale. Elle est donnée par

$$h = c_s \left(\frac{\partial g_z}{\partial z} \right)^{-1/2}, \quad (\text{IV.13})$$

où le champ de gravité s'écrit

$$g_z = \frac{\mathcal{G}M_\star}{r^3}z. \quad (\text{IV.14})$$

Nous introduisons la température gravitationnelle, donnée par l'équilibre entre l'énergie d'une particule et le champ gravitationnel local,

$$k_B T_g = \frac{\mathcal{G}M_\star m_H}{r}, \quad (\text{IV.15})$$

où m_H est la masse de l'atome d'hydrogène, de sorte que h prend une forme plus agréable :

$$h = r \sqrt{\frac{T_i}{\mu T_g}}. \quad (\text{IV.16})$$

Notons que l'épaisseur relative du disque h/r est petite quand la température médiane est inférieure à la température gravitationnelle. En effet, les particules sont alors animées d'un mouvement thermique très inférieur à la vitesse de libération, de sorte qu'elle ne peuvent se hisser qu'à $h \ll r$. La densité de surface s'obtient à partir de la viscosité :

$$\Sigma = \frac{\dot{M}f}{3\pi\nu}, \quad (\text{IV.17})$$

où ν est la viscosité cinématique moyenne. Dans le cadre de la prescription α de Shakura & Sunyaev (1973), nous trouvons

$$\Sigma = \Sigma_0 \left(\frac{\mu T_g}{T_i} \right), \quad \Sigma_0 = \frac{\dot{M}f}{3\Omega\alpha\pi r^2}. \quad (\text{IV.18})$$

La densité de colonne étant liée à la densité de surface (équation IV.12), nous obtenons

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{\mu T_g}{T_i} \right)^{3/2}, \quad \rho_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\dot{M}f}{6\Omega\alpha\pi r^3}. \quad (\text{IV.19})$$

Les équations (IV.8,IV.9) donnent alors

$$\tau_i = \sqrt{\frac{\pi}{2(l+1)}} k \rho_0^{l+1} T_i^m h, \quad (\text{IV.20})$$

$$\Delta\tau_i = \sqrt{\frac{\pi}{2(l+2)}} k \rho_0^{l+1} T_i^m h, \quad (\text{IV.21})$$

$$(\text{IV.22})$$

en faisant l'hypothèse que l'opacité se décrive par une loi de puissance unique sur toute l'épaisseur du disque. Dans la pratique cela est vérifié sur quelques échelles de hauteur, qui contiennent la plus grande partie de la masse, de sorte que cette approximation n'influe pas outre mesure sur le résultat. L'épaisseur optique de la couche extérieure est

$$\tau_e = \omega \sin \varphi, \quad (\text{IV.23})$$

où ω est le ratio entre des opacités de la couche extérieure pour le rayonnement stellaire et pour le rayonnement ré-émis. Remarquons qu'avec les notations du chapitre précédent,

τ_e vaut $\mu^0 \omega^0$, qui est justement le terme d'atténuation du rayonnement stellaire dans l'équation (III.60) de la page 65.

Ensuite, l'angle d'incidence est décomposé en deux parties : la première liée à l'évasement du disque, φ_e , et la seconde liée à la dimension de l'étoile, φ_* , comme indiqué sur la figure II.10. À grande distance de l'étoile, l'angle φ_* moyen (intégré sur la surface de l'étoile) est proportionnel à la taille apparente de l'étoile et, pour un disque géométriquement mince, l'angle d'évasement est relié à l'épaisseur relative du disque par un indice d'évasement :

$$\varphi = \varphi_* + \varphi_e, \quad (\text{IV.24})$$

$$\varphi_* = \frac{4}{3\pi} \frac{r_*}{r}, \quad (\text{IV.25})$$

$$\varphi_e = \gamma \frac{\mathcal{H}}{r}. \quad (\text{IV.26})$$

γ est l'indice d'évasement donné par

$$\gamma = \frac{d \ln(\mathcal{H}/r)}{dr}. \quad (\text{IV.27})$$

Enfin, nous devons déterminer \mathcal{H} et utilisons une relation de clôture pour ce faire :

$$\mathcal{H} = Qh. \quad (\text{IV.28})$$

Q est un facteur de l'ordre de 4, que Chiang & Goldreich (1997) supposent constant dans un disque passif.

En rassemblant les éléments précédents, nous arrivons à

$$T_v^4 = \frac{3}{8} \frac{\Omega^2 \dot{M} f(r)}{\sigma_B \pi} \quad (\text{inchangée}), \quad (\text{IV.29})$$

$$T_r^4 = T_{\text{eq}}^4 \left(\varphi_* + \gamma Q \sqrt{\frac{T_g}{\mu T_i}} \right), \quad (\text{IV.30})$$

$$\tau_i - \Delta \tau_i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \psi(l) \rho^{l+1} T^m \sqrt{\frac{T_g}{\mu T_i}}, \quad (\text{IV.31})$$

$$\tau_e = \omega \left(\varphi_* + \gamma Q \sqrt{\frac{T_g}{\mu T_i}} \right). \quad (\text{IV.32})$$

avec

$$\psi(l) = \frac{1}{\sqrt{l+1}} - \frac{1}{\sqrt{l+2}} \quad (\text{IV.33})$$

Après substitution dans l'équation (IV.4b) nous obtenons la température dans le plan

médian :

$$T_i^4 = t_1^4 + t_2^4 + t_3^4 + t_4^4, \quad (\text{IV.34a})$$

$$t_1^4 = \frac{3}{8} \psi(l) T_v^4 T_g^{1+3/2l} \Sigma_0 \rho_0^l T_i^{-3/2l+m-1}, \quad (\text{IV.34b})$$

$$t_2^4 = \frac{1}{2} T_{\text{eq}}^4 T_g^{-1/2} Q \gamma \mu^{-1/2} T_i^{1/2}, \quad (\text{IV.34c})$$

$$t_3^4 = \frac{1}{2} T_{\text{eq}}^4 \varphi_\star, \quad (\text{IV.34d})$$

$$t_4^4 = T_a^4, \quad (\text{IV.34e})$$

Dans la formulation ci-dessus, T_i est donnée par une équation polynomiale dont les coefficients sont, à rayon fixé, constants. t_1 est la température centrale pour un disque dominé par la viscosité (même dépendances que la solution de Frank et coll., 1992), t_2 celle pour un disque passif dont l'évasement est le terme dominant dans le chauffage par irradiation (solution de Chiang & Goldreich, 1997, avec $\gamma = 2/7$), t_3 celle pour un disque plat éclairé par l'étoile centrale (solution de Malbet & Bertout, 1991, pour $r \gg r_\star$) et t_4 pour un disque thermalisé avec le milieu ambiant. En incluant les dépendances radiales, nous obtenons :

$$T_i(r, T_i)^4 = t_1(r, T_i)^4 + t_2(r, T_i)^4 + t_3(r, T_i)^4 + t_4(r, T_i)^4, \quad (\text{IV.35a})$$

$$t_1(r, T_i)^4 = K_1 r^{-3l-9/2} f(r)^{l+2} T_i^{-2/3l+m-1}, \quad (\text{IV.35b})$$

$$t_2(r, T_i)^4 = K_2 \gamma Q r^{-3/2} T_i^{1/2}, \quad (\text{IV.35c})$$

$$t_3(r, T_i)^4 = K_3 r^{-3}, \quad (\text{IV.35d})$$

$$t_4(r, T_i)^4 = K_4, \quad (\text{IV.35e})$$

avec les constantes

$$K_1 = \frac{3m_H k \psi(l) (\mathcal{G} M_\star)^{3/2} \dot{M}^2}{32\pi^2 k_B \sigma_B \alpha} \left(\mathcal{G} \sqrt{\frac{2m_H^3}{9\pi^3 k_B^3}} \frac{M_\star \dot{M}}{\alpha} \right)^l, \quad (\text{IV.36a})$$

$$K_2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{k_B}{\mathcal{G} m_H}} \frac{T_\star^4 r_\star^2}{M_\star^{1/2}}, \quad (\text{IV.36b})$$

$$K_3 = \frac{3\mathcal{G}}{16\pi \sigma_B} M_\star \dot{M}, \quad (\text{IV.36c})$$

$$K_4 = T_a^4. \quad (\text{IV.36d})$$

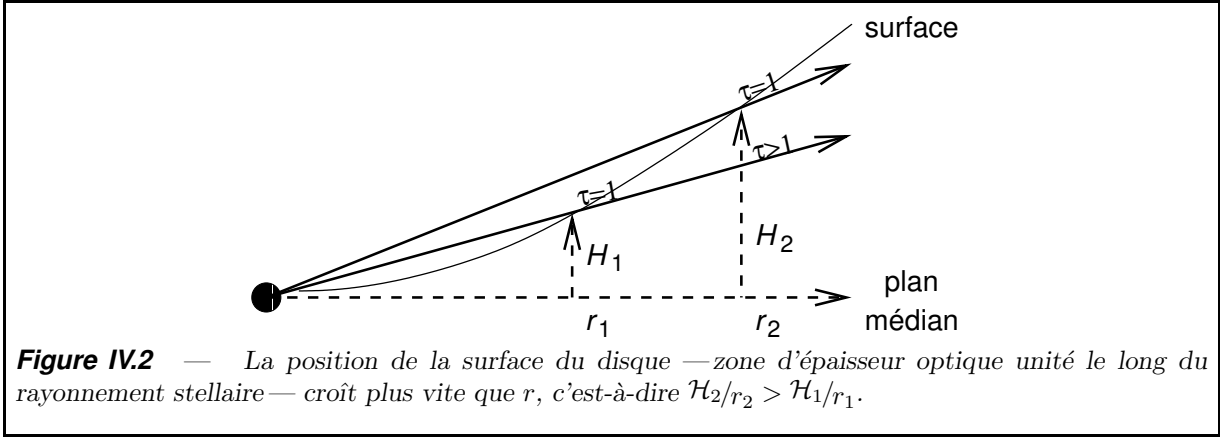
La température de surface est plus aisée à déterminer car elle ne dépend pas de la structure de la couche interne. En effet,

$$T_e^4 = \frac{1}{\omega} T_{\text{eq}}^4 + \frac{1}{2} T_v^4 + T_a^4, \quad (\text{IV.37})$$

soit, en incluant les dépendances radiales,

$$T_e^4 = K'_1 r^{-2} + K'_2 r^{-3} + K_3. \quad (\text{IV.38})$$

où K'_1 , K'_2 et K'_3 sont des constantes.



IV.3 Évasement

Le calcul de l'évasement nécessite de connaître l'épaisseur géométrique du disque \mathcal{H} . Fort malencontreusement, cela requiert la connaissance de Q (Équation IV.28). Nous proposons ainsi deux prescriptions permettant de le déterminer :

- (i) \mathcal{H} est proportionnel à l'échelle de hauteur h , à l'instar du disque passif à deux couches de Chiang & Goldreich (1997). Cette prescription peut induire un effet d'ombre, là où \mathcal{H} croît moins rapidement que r . Bien sûr, nous n'avons d'autre raison que la foi d'espérer la voir vérifiée dans un disque où prime la viscosité. De plus, la position de la zone d'épaisseur optique unité le long d'un rayon stellaire devrait toujours croître plus rapidement que r , comme l'explique la figure IV.2, ce que l'hypothèse ne garantit pas,
- (ii) \mathcal{H} suit localement une loi de puissance paramétrée. Cette prescription, quoique tout aussi peu convaincante, semble être approximativement validée par les modèles de transfert vertical. Elle nécessite cependant de calculer \mathcal{H} de proche en proche ; elle ne permet pas de calculer les conditions à différents rayons r de manière totalement indépendante, contrairement (i).

IV.3.1 Épaisseur proportionnelle à l'échelle de hauteur

L'équation (IV.35) décrit le profil radial de température. Comme \mathcal{H} est directement lié à celle-ci par $\mathcal{H} \propto h \propto (T_i/T_g)^{1/2}$, il nous est possible d'en déduire l'évasement du disque.

Plaçons-nous dans le cas générique où

$$T_i^4 = \sum_k t_k(r, T_i)^4. \quad (\text{IV.39})$$

Après substitution de

$$\mathcal{H}(r) = \zeta \varepsilon(r)^2 r, \quad (\text{IV.40})$$

où $\varepsilon(r)$ est l'épaisseur relative \mathcal{H}/r et ζ un facteur de proportionnalité, nous avons

$$\varepsilon(r)^8 = (\zeta r)^{-4} \sum_k t_k(r, \zeta r \varepsilon(r)^2). \quad (\text{IV.41})$$

L'indice d'évasement (équation IV.27) s'écrit

$$\gamma = \frac{r}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dr}. \quad (\text{IV.42})$$

En différenciant l'équation (IV.41) par rapport à r , cet indice devient :

$$\gamma = \frac{\sum_k \gamma_k t_k(r, T_i)^4}{\sum_k t_k(r, T_i)^4} \quad (\text{IV.43})$$

où les indices d'évasement γ_k sont donnés par

$$\gamma_k = \frac{4 + a_k - b_k}{8 - 2b_k}, \quad (\text{IV.44})$$

$$a_k = \frac{\partial \ln t_k^4}{\partial \ln r}, \quad (\text{IV.45})$$

$$b_k = \frac{\partial \ln t_k^4}{\partial \ln T_i}. \quad (\text{IV.46})$$

Nous avons vu que la température était la somme des températures induites par chaque processus de chauffage. Maintenant, nous venons d'établir que l'indice d'évasement est une moyenne des indices d'évasement associés à chaque source de chaleur pondérés par sa contribution en terme de température. En particulier, plus un processus domine, plus l'indice d'évasement est fixé par ce processus.

Appliquons maintenant les résultats de la section précédente de sorte que

$$\gamma_1 = \frac{(1 - 3l - 2m) + (l + 2)g(r)}{20 + 6l - 4m}, \quad (\text{IV.47})$$

$$\gamma_2 = \frac{2}{7}, \quad (\text{IV.48})$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{8}, \quad (\text{IV.49})$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2}, \quad (\text{IV.50})$$

où

$$g(r) = \frac{1 - f(r)}{f(r)} \quad (\text{IV.51})$$

est la dérivée logarithmique de $f(r)$. γ_1 est l'indice d'évasement pour un disque actif; il dépend fortement du comportement de la loi d'opacité $\kappa \propto \rho^l T^m$. Une correction, $g(r)$, vient s'ajouter à proximité de l'étoile, en raison de la déviation du chauffage visqueux d'avec la loi de puissance en r^{-3} . γ_2 est l'indice d'évasement pour un disque passif où l'éclairement est lié à l'évasement. Dans un tel disque, $\mathcal{H} \propto r^{9/7}$, comme Chiang & Goldreich (1997) le démontre. γ_3 est l'indice d'évasement dans un disque passif où l'éclairement est lié à la taille de l'étoile. Dans ce cas, $\mathcal{H} \propto r^{9/8}$, relation souvent fois utilisé dans les modèles empiriques. Dans l'approximation d'un disque extrêmement fin géométriquement, nous retrouvons cet évasement. γ_4 est l'indice d'évasement pour un disque thermalisé avec le milieu ambiant; on a alors $\mathcal{H} \propto r^{3/2}$.

IV.3.2 Évasement paramétrique

Dans les zones du disques dominées par l'éclairement de l'étoile, Chiang & Goldreich (1997) établissent que l'évasement calculé à partir de l'échelle de hauteur est *grosso modo* correct. Nous allons ainsi le calculer comme s'il était uniquement lié à cet éclairement

$$\gamma = \frac{2/7t_2^4 + 1/8t_3^4}{t_2^4 + t_3^4}, \quad (\text{IV.52})$$

ignorant le chauffage visqueux et la thermalisation.

\mathcal{H} est alors calculé de proche en proche en utilisant

$$\mathcal{H} \sim Qh \quad \text{sur le bord externe du disque}, \quad (\text{IV.53})$$

$$\frac{d\mathcal{H}}{dr} = \gamma \quad \text{sur le reste du disque}. \quad (\text{IV.54})$$

Il est cependant peu judicieux de laisser le paramètre Q libre : il y a fort à parier que sa valeur dépend de la quantité de matière dans le disque : si la densité de colonne est ténue, nous nous attendons à voir la radiation stellaire pénétrer aisément dans le disque jusqu'à $\mathcal{H} \lesssim h$, tandis qu'une forte concentration de matière l'en empêcherait. Nous proposons une méthode de détermination approximative de Q sur le bord externe : la densité de colonne de la surface du disque est notée Σ_e et son opacité de Planck κ_e de sorte que nous pouvons écrire

$$\kappa_e \Sigma_e = \tau_e. \quad (\text{IV.55})$$

En utilisant l'équation (IV.32), l'échelle de hauteur h_e de la couche externe et la densité à sa base ρ_e , nous obtenons, dans le cas du profil isotherme :

$$\kappa_e \rho_e h_e = \varphi \omega \quad (\text{IV.56})$$

Comme ρ_e dépend de l'épaisseur \mathcal{H} via l'équation (IV.12), β par le truchement de (IV.24) et κ_e plus indirectement, l'équation ci-dessus constitue un moyen de déterminer \mathcal{H} ou, si l'on préfère, Q . Malheureusement, nous constatâmes un peu surpris que cette méthode sous-estimait fortement Q , et de ce fait, la quantité de lumière stellaire interceptée par le disque. Une des raisons réside dans le calcul du champ de gravité stellaire (équation IV.14). Nous avons supposé, pour la détermination de la structure interne, que le champ de gravité vertical variait linéairement avec z , parce que nous avons négligé des effets d'éloignement de l'étoile lorsque z augmente —la distance est $\sqrt{r^2 + z^2} \approx r$ pour $z \ll r$. Si cette approximation n'a pas une importance primordiale pour la structure, dominée par la masse d'une à deux échelles de hauteur où l'approximation demeure de bonne qualité, elle se révèle critique dans le calcul de l'épaisseur géométrique à grande distance de l'étoile : \mathcal{H} avoisine $0.5r$ pour un taux d'accrétion modéré de $10^{-8} M_\odot/\text{an}$ (D'Alessio et coll., 1999; Chiang & Goldreich, 1997)! Nous y apportons un remède au prix de calculs quelque peu désagréables.

Nous écrivons donc le champ de gravité de manière plus précise, à savoir :

$$g(z) = -\frac{zc_s^2}{2h^2} \left(1 + (z/r)^2\right)^{-3/2}, \quad (\text{IV.57})$$

de sorte que l'équilibre hydrostatique de la couche interne isotherme donne

$$\rho(z) = \rho(0) \exp \left\{ - \left(\frac{r}{h} \right)^2 \left[1 - \left(1 + (z/r)^2 \right)^{-1/2} \right] \right\}. \quad (\text{IV.58})$$

L'échelle de hauteur est approximativement donnée par

$$h(z) \propto \sqrt{T(z) (1 + (Qh/r)^2)^{3/2}}. \quad (\text{IV.59})$$

Ce qui précède permet finalement d'écrire :

$$\rho_e = \rho(0) \exp \left\{ - \frac{Q^2}{2} \delta_\rho \right\}, \quad (\text{IV.60})$$

$$h_e = h \sqrt{\frac{T_e}{T_i}} \delta_h, \quad (\text{IV.61})$$

avec

$$\delta_\rho(Q) = 2 \left(\frac{r}{hQ} \right)^2 \left[1 - \left(1 + (Qh/r)^2 \right)^{-1/2} \right], \quad (\text{IV.62})$$

$$\delta_h(Q) = \left(1 + (Qh/r)^2 \right)^{3/2}. \quad (\text{IV.63})$$

Les termes δ_ρ et δ_h ci-dessus définis correspondent à l'influence sur la densité et l'échelle de hauteur de la variation non linéaire du champ de gravité avec l'altitude. Ces facteurs valent l'unité pour $\mathcal{H} \ll r$ et varient quadratiquement avec \mathcal{H} ; autrement dit, ils interviennent dès que l'épaisseur géométrique du disque devient de l'ordre de la distance à l'étoile. *In fine* nous aboutissons à

$$Q = \sqrt{\frac{2}{\delta_\rho(Q)} \ln \left(\frac{\kappa_e \rho h}{\varphi \omega} \sqrt{\frac{T_e}{T_i}} \delta_h(Q) \right)}, \quad (\text{IV.64})$$

avec une formulation logarithmique assurant une stabilité numérique pour une détermination itérative.

IV.3.2.1 Évasement auto-cohérent

Dans les deux descriptions de l'évasement que nous venons de mener, des hypothèses contraignante sur le comportement de l'épaisseur ont été utilisées. Il serait cependant possible d'obtenir l'évasement de manière auto-cohérente, à la manière de Chiang et coll. (2001). Cette approche consiste à résoudre une équation différentielle : l'évasement conditionne la hauteur dans le disque, il est lui-même une dérivée de cette hauteur. Par souci de simplicité — je rappelle au passage que ce modèle se veut une première étape vers une simulation numérique de la structure verticale —, nous avons préféré ne pas recourir à une résolution incluant des dépendances radiales complexes.

Table IV.1 — Cinq régimes d'opacité dans le disque.

régime	τ_R	τ_P	τ_P^e	τ_P^*	commentaire, référence
1	$\gg 1$	$\gg 1$	$\gg 1$	$\gg 1$	Frank et coll. (1992)
2	$\ll 1$	$\gg 1$	$\gg 1$	$\gg 1$	Chiang & Goldreich (1997), région interne
3	$\ll 1$	$\ll 1$	$\gg 1$	$\gg 1$	Chiang & Goldreich (1997), région intermédiaire
4	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll 1$	$\gg 1$	Chiang & Goldreich (1997), région externe
5	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll 1$	une seule couche, non traité

IV.4 Disque d'épaisseur optique quelconque

Le cas d'une épaisseur optique quelconque est plus délicat. En effet, il existe quatre épaisseurs optiques critiques concernant la couche interne :

- (i) τ_R , son épaisseur optique de Rosseland, qui détermine si le plan médian est surchauffé en raison de la profondeur,
- (ii) τ_P , son épaisseur optique de Planck, indiquant si la couche est surchauffée en raison de sa minceur,
- (iii) τ_P^e , son épaisseur optique vis-à-vis du rayonnement de la couche externe, qui détermine si l'ensemble du rayonnement de la couche externe est absorbé.
- (iv) τ_P^* , son épaisseur optique vis-à-vis du rayonnement stellaire, qui détermine si l'ensemble du rayonnement stellaire est absorbé.

Cela donne lieu principalement à cinq régimes d'opacités résumés dans la table IV.1. Le cinquième, où $\tau_P^* \ll 1$, n'est pas traité pour deux raisons : d'une part, il sonne le glas du modèle à deux couches puisque l'ensemble est éclairé et, d'autre part, il ne concerne pas les disques de type T Tauri. Dans le premier régime, le disque est optiquement épais aux radiations et la matière dans le plan médian est surchauffée en raison de la profondeur. Ainsi,

$$T_i \approx \frac{1}{2}T_r^4 + \frac{3}{4}T_v^4(\tau_R - \Delta\tau_R) + T_a^4. \quad (\text{IV.65a})$$

Dans le deuxième régime, le plan médian n'est plus enfoui, de sorte que la température centrale est juste égale à la température effective de viscosité pour un disque actif :

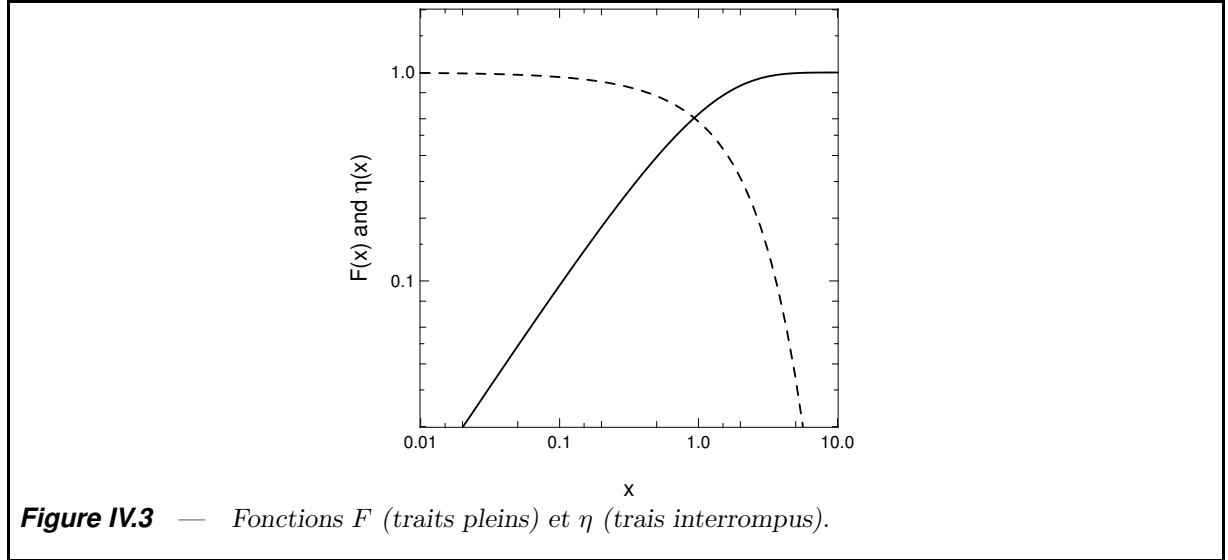
$$T_i \approx \frac{1}{2}T_r^4 + T_v^4 + T_a^4. \quad (\text{IV.65b})$$

Dans le troisième régime, la couche interne est optiquement mince pour sa propre radiation et est de ce fait surchauffée

$$T_i \approx \frac{1}{2} \frac{T_r^4}{\tau_P} + \frac{T_v^4}{2\tau_P} + T_a^4 \quad (\text{IV.65c})$$

Dans le quatrième régime, elle devient optiquement mince pour le rayonnement obtenu de la couche extérieure de sorte que

$$T_i \approx \frac{1}{2} \frac{T_r^4 \tau_P^e}{\tau_P} + \frac{T_v^4}{2\tau_P} + T_a^4 \quad (\text{IV.65d})$$



Ces formulations approchées ont l'avantage de permettre une expression analytique simple de T_i en fonction de r comme nous l'avons montré dans les sections précédentes ; elles obligent malheureusement à calculer quatre régimes possibles, à ajouter au changement de comportement des opacités. C'est pourquoi nous proposons à la place une formulation unique

$$T_i = \frac{1}{2} \frac{F(\tau_P^e)}{F(\tau_P)} T_r^4 + \frac{1}{F(\tau_P) F\left(\frac{3}{4(\tau_R - \Delta\tau_R)}\right)} T_v^4 + T_a^4, \quad (\text{IV.66})$$

avec la correction liée à la finesse optique

$$F(x) = 1 - \exp(-x) \quad (\text{IV.67})$$

F est représentée sur la figure IV.3. Les termes en F ont une justification physique, à part celui en $3/4(\tau_R - \Delta\tau_R)$, pris *ad hoc* afin d'obtenir les comportements asymptotiques désirés. Revers de la médaille, cette formulation unique complexifie les calculs, sans toutefois altérer le principe des développements précédents.

L'équation sur T_i s'obtient alors par substitution des équations (IV.29–IV.32), mais ne gagne en rien à être divulguée ici. L'indice d'évasement, dans la prescription $\mathcal{H} \propto h$ se calcule avec l'aide de l'équation (IV.43) et nous faisons l'hypothèse simplificatrice que τ_e , τ_P et τ_P^e sont proportionnels, ce qui est vérifié pour une opacité chromatique en loi de puissance $\kappa_\lambda \propto \lambda^{-m}$. Nous trouvons que les différents processus de chauffage induisent des

évasements dépendants de l'épaisseur optique :

$$\gamma_1 = \frac{\mathcal{P}(l, m) \left[\eta(2\tau_P) - \eta \left(\frac{3}{4(\tau_R - \Delta\tau_R)} \right) \right] + (2 + g(r))}{\mathcal{Q}(l, m) \left[\eta(2\tau_P) - \eta \left(\frac{3}{4(\tau_R - \Delta\tau_R)} \right) \right] + 16}, \quad (\text{IV.68})$$

$$\gamma_2 = \frac{\mathcal{P}(l, m) [\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)] + 4}{\mathcal{Q}(l, m) [\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)] + 14}, \quad (\text{IV.69})$$

$$\gamma_3 = \frac{\mathcal{P}(l, m) [\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)] + 2}{\mathcal{Q}(l, m) [\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)] + 16}, \quad (\text{IV.70})$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2}, \quad (\text{IV.71})$$

avec

$$\mathcal{P}(l, m) = 2m + 3l + 1 - (1 + l)g(r), \quad (\text{IV.72})$$

$$\mathcal{Q}(l, m) = 4m - 6l - 4. \quad (\text{IV.73})$$

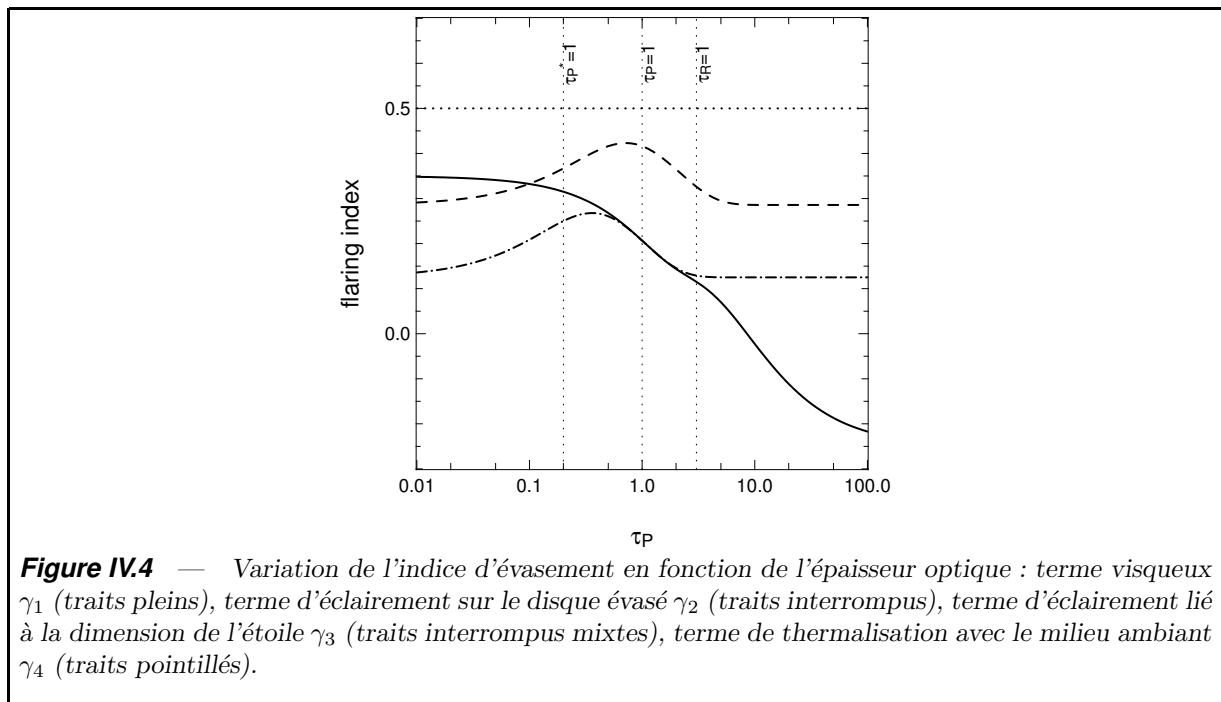
La principale différence est la présence de la fonction η , dérivée logarithmique de F , qui vaut 1 à faible épaisseur optique et 0 à forte épaisseur :

$$\eta(x) = \frac{x \exp(-x)}{1 - \exp(-x)}. \quad (\text{IV.74})$$

L'allure de cette fonction est donnée sur la figure IV.3 page précédente.

La figure IV.4 page ci-contre présente l'influence de l'épaisseur optique du disque sur l'indice d'évasement. Nous avons choisi arbitrairement une opacité $\kappa_\lambda \propto \lambda^{-2}$, souvent utilisée dans les régions externes et froides du disque. Dans ce cas $\tau_P \approx 3\tau_R$ et nous supposons de plus $\tau_P^e \approx 5\tau_P$. Enfin, le terme $g(r)$ a été négligé car nous nous plaçons à grande distance de l'étoile. Le profil des indices d'évasement s'explique ainsi :

- Chiang & Goldreich (1999) propose une interprétation intéressante du profil de l'évasement dans un disque passif que nous allons présenter de manière plus détaillée. γ_2 , la composante liée à l'incidence sur une surface évasée, est représenté en traits interrompus sur la figure IV.4. À grande profondeur optique, $T_i \sim T_r$, de sorte que l'indice d'évasement est lié uniquement à la décroissance du flux incident ; $\gamma_2 = 2/7$. Lorsque τ_P décroît et devient de l'ordre de l'unité, la couche interne est transparente vis-à-vis de son propre rayonnement et présente une température supérieure à sa température effective : $T_i \sim T_r^4 / \sqrt[4]{\tau_P}$. Le chauffage est de plus en plus efficace quand r augmente, car τ_P diminue, autrement dit T_i décroît moins vite. Par voie de conséquence, l'évasement est plus prononcé. Quand τ_P^e devient à son tour de l'ordre de l'unité, le chauffage redevient moins efficace car la couche interne devient transparente au rayonnement de la couche externe ; aussi l'indice d'évasement diminue-t-il. Pour les petites épaisseurs optiques, la transparence de la couche interne vis-à-vis de la radiation de la couche externe compense celle vis-à-vis de son propre rayonnement, ainsi $T_i \approx T_r$. L'indice d'évasement redevient constant et égal à $2/7$. L'indice γ_3 , lié à la dimension de l'étoile, subit le même comportement.
- L'évasement lié à la viscosité, γ_1 (en traits pleins sur la figure IV.4), est régi par des principes similaires. À forte épaisseur optique la température chute rapidement avec le rayon car $T_i \approx T_v \sqrt[4]{\tau_R}$, avec T_v et τ_R décroissants. Il en résulte que le disque



n'est pas évasé et l'indice vaut $-1/4$. Lorsque τ_R devient de l'ordre de l'unité, la température centrale n'est plus dépendante de la profondeur optique : elle décroît alors moins vite avec le rayon, de sorte que l'indice d'évasement augmente vers $1/8$. Enfin, lorsque τ_P devient également de l'ordre de l'unité, la température décroît encore moins vite, car $T_i \approx T_v / \sqrt[4]{\tau_P}$. L'indice d'évasement croît à nouveau, vers $9/22$.

- L'évasement dans un disque thermalisé, γ_4 (en pointillés sur la figure IV.4), est indépendant de toute épaisseur optique, car $T_i = T_a$ et est de ce fait constant.

IV.5 Mise en œuvre numérique

IV.5.1 Méthode itérative

Le calcul de la structure interne fut mené de manière itérative à partir des équations précédemment étudiées. Dans le cas où l'épaisseur est proportionnelle à l'échelle de hauteur, les rayons sont calculés de proche en proche à partir du centre ; pour les zones non atteintes par le rayonnement stellaire, la température dans le plan médian est écrite en posant $t_2 = t_3 = 0$. Dans le cas de l'évasement paramétré, nous avons calculé les rayons à partir de l'extérieur : le bord externe a une épaisseur donnée par l'équation (IV.53) et l'épaisseur sur le reste du disque est calculée de proche en proche en utilisant l'équation (IV.54).

IV.5.2 Opacités

À basse température, nous avons utilisé les opacités monochromatiques de Henning & Stognienko (1996) calculées pour des agrégats de poussière. Elles sont constituées de sept domaines de températures en fonction des types de grains. Nous avons cependant évité les transitions brutales entre ces domaines, données par les températures de sublimation des différentes espèces (Pollack et coll., 1994) ; aussi les avons-nous lissé. Cela se justifie physiquement de deux manières :

- (i) La sublimation des agrégats se produit sur un domaine de température de quelques dizaines de degrés.
- (ii) Nous traitons une couche verticale, dont les conditions sont moyennées sur la hauteur, ce qui produit *de facto* une transition radiale souple entre les domaines.

À haute température ($T \gtrsim 1800$ K), nous n'avons pas eu à disposition d'opacités monochromatiques. Comme le code les requérait, nous avons choisi des opacités vraisemblables qui vérifient deux critères (i) elles correspondent aux opacités de Rosseland de Bell & Lin (1994) et (ii) elles vérifient $\tau_P \gg \tau_R$ à moyenne température (1500–3000 K) et $\tau_P \sim \tau_R$ à haute température.

Les opacités moyennes nécessaires au calcul de la structure ont été obtenues à partir des opacités monochromatiques. Nous avons considéré l'opacité de Rosseland et celle de Planck généralisée à un flux de corps noir à température T_{rad} dans le milieu à température T , à savoir :

$$\kappa_P(T, T_{\text{rad}}) = \frac{1}{B(T_{\text{rad}})} \int_0^{+\infty} \kappa_\nu(T) B_\nu(T_{\text{rad}}) d\nu, \quad (\text{IV.75})$$

À partir de ces opacités, nous écrivons les différentes épaisseurs optiques en jeu (*cf.* section IV.4)

$$\tau_R = \kappa_R(T_i) \Sigma, \quad (\text{IV.76})$$

$$\tau_P = \kappa_P(T_i, T_i) \Sigma, \quad (\text{IV.77})$$

$$\tau_P^e = \kappa_P(T_i, T_e) \Sigma, \quad (\text{IV.78})$$

$$\omega = \kappa_P(T_e, T_e) / \kappa(T_e, T_\star). \quad (\text{IV.79})$$

IV.5.3 Poids moléculaire moyen

Nous supposons que le disque est essentiellement composé d'hydrogène et d'hélium en proportions $X = 0.75$ et $Y = 0.25$. Nous avons écrit ce poids moléculaire moyen ainsi :

$$\mu = X\mu_H + Y\mu_{\text{He}} \quad (\text{IV.80})$$

$$\mu_{\text{He}} = 4 \quad (\text{IV.81})$$

$$\mu_H = \begin{cases} 2 & \text{si } T < 1290 \\ 1 + \exp \left\{ - \left[(T - 1290) / 650 \right]^4 \right\} & \text{si } T > 1290 \end{cases} \quad (\text{IV.82})$$

où la seconde formule tient compte de la dissociation de l'hydrogène moléculaire pour $T \gtrsim 1500$ K.

Table IV.2 — Paramètres du disque-étalon

paramètre	valeur	paramètre	valeur
r_* (R_\odot)	2.0	r_{\min} (R_\odot)	6.0
r_{\max} (u.a.)	100	M_* (M_\odot)	1.0
\dot{M} (M_\odot/an)	10^{-8}	T_* (K)	4000
A_V (mag)	0.0	\mathcal{A}	0.0
ω	0.1^a	α	10^{-2}
β	10^{-5}	i ($^\circ$)	0

IV.6 Analyse du modèle

Nous avons choisi quatre directions pour analyser le présent modèle : la comparaison avec les principaux modèles physiques de disques développés par d'autres auteurs (section IV.6.1), l'étude de l'influence des hypothèses sous-jacentes comme l'évasement, la loi d'opacité ou la prescription de viscosité (section IV.6.2), la comparaison entre les différents processus de chauffage en termes de flux sortant et d'influence relative sur la structure (section IV.6.3) et la détermination du ratio entre rayonnement thermique et rayonnement diffusé (section IV.6.4). Enfin, nous avons tenu à regarder *a posteriori* l'influence de l'auto-gravité¹

IV.6.1 Comparaison entre modèles de disques

Comparons à présent les prédictions de notre étude avec d'autres modèles de disques présents dans la littérature et utilisant des hypothèses physiques similaires. Par chance, les différents auteurs utilisent un disque-étalon à des fins de comparaison, même si, en raison des approximations menées par chaque auteur, une correspondance absolue de leurs paramètres est illusoire. Nous avons ainsi calculé un modèle à deux couches, avec l'approximation de l'évasement paramétrique, et avons choisi les paramètres qui le rapprochent le plus de ce disque-étalon ; ces paramètres sont exposés dans la table IV.2. La figure IV.5 présente le profil radial des principales grandeurs physiques du disque-étalon ainsi que la distribution spectrale d'énergie en vue de face. Les différents modèles présentés sont listés dans la table IV.3 avec leurs principales caractéristiques.

Nous pouvons tout d'abord noter d'importantes différences entre notre modèle d'une part et ceux de Chiang & Goldreich (1997) et Bell et coll. (1997) : celui-ci ne prend pas en compte l'éclairement par l'étoile et celui-là le chauffage par viscosité. Il en résulte que le modèle Chiang & Goldreich (1997) mésestime les conditions physiques dans les régions internes où la viscosité a une influence importante et celui de Bell et coll. (1997) dans les parties externes dominées par l'irradiation stellaire. Plus précisément le premier sous-estime la température médiane (figure IV.5a) dans les zones internes ; de ce fait il sous-évalue l'échelle de hauteur (figure IV.5d) et la viscosité, et surévalue la densité de surface (figure IV.5f) et la masse interne du disque (figure IV.5g). Le second sous-estime

¹Au moment de la soutenance, l'influence de la gravité propre du disque avait été abordée dans les zones externes d'un disque visqueux éclairé grâce au modèle du chapitre III.

Table IV.3 — Différents modèles de disques avec les principaux principes physiques pris en compte.

modèle	A	B	C	D	E	F	G
chauffage par l'étoile	oui	non	oui	non	oui	oui	oui
chauffage par viscosité	oui	oui	oui	oui	non	non	non
convection	non	non	oui	oui	non	non	non
structure verticale détaillée	non	oui	oui	oui	non	non	oui
type de viscosité	α, β	α, β	α	α	$-^a$	$-^a$	$-^a$
approche multi-fréquentielle	non	non	non	non	non	oui ^b	oui
A : Lachaume et coll. (2003) (présent modèle)							
B : Malbet et coll. (2001) (<i>c.f.</i> chapitre précédent)							
C : D'Alessio et coll. (1999)							
D : Bell et coll. (1997)							
E : Chiang & Goldreich (1997)							
F : Chiang et coll. (2001)							
G : Dullemond et coll. (2002)							
^a la densité de surface est prise <i>ad hoc</i>							
^b pour la couche externe uniquement							

pareillement T_i , mais dans les zones externes, avec les mêmes conséquences sur les autres conditions. Une autre différence provient des opacités : Chiang & Goldreich (1997) suppose que la valeur $\omega = \kappa_e^*/\kappa_e$ est constante tandis que nous en faisons le calcul auto-cohérent. Comme la température extérieure (figure IV.5c) vaut $T_{eq}^4/2\omega$, nous obtenons un comportement différent : dans les zones internes, T_e diffère peu de T_* de sorte que les opacités vis-à-vis du rayonnement stellaire et du rayonnement ré-émis par la couche externe sont peu éloignées et $\omega \approx 1$. Nous obtenons une température de surface plus faible. *A contrario*, dans les zones externes du disque nous obtenons $\omega \sim 0.01$ car $T_e \ll T_*$; la température de surface est alors nettement plus élevée que dans Chiang & Goldreich (1997).

Notre modèle tend à reproduire la structure déterminée par le modèle de D'Alessio et coll. (1999), qui prend en compte les phénomènes de viscosité et d'irradiation et résout numériquement le transfert radiatif vertical. En termes de température médiane nous obtenons un profil similaire à quelques caractéristiques près : pour $r \gtrsim 40$ u.a., nous obtenons un large excès parce que l'épaisseur optique devient inférieure à l'unité (figure IV.5i) tandis que le modèle de D'Alessio et coll. (1999) reste optiquement épais sur l'ensemble du disque. Pour $0.1 \text{ u.a.} < r < 0.4 \text{ u.a.}$, notre profil de température présente un décrochement attribuable à celui de la profondeur optique de Rosseland (non représentée mais localement proportionnelle à τ_P , figure IV.5i) que leur modèle ne présente pas. La température effective T_r associée au chauffage par l'étoile est sous-estimée dans notre modèle : notre disque présente une épaisseur géométrique \mathcal{H} moins importante et récupère de ce fait moins de lumière stellaire. En termes d'échelle de hauteur et de densité de colonne les prévisions de notre modèle restent proches de celles de D'Alessio et coll. (1999), mais une différence systématique demeure ; cela est conforme aux résultats Huré & Galliano (2001), à savoir que les modèles à structure verticale moyennée mésestiment davantage l'échelle de hauteur que la température médiane. La quantité la moins bien décrite est sans conteste l'épaisseur géométrique \mathcal{H} , et par voie de conséquence le rapport Q . Nous le sous-estimons d'environ 25%, probablement en raison du traitement simpliste de la section IV.3.2 et d'une possible différence d'opacités dans la couche externe. Le profil de la température de surface, légèrement différent entre les modèles, tend à corroborer cette dernière hypothèse, $T_e^4 = T_{eq}^4/\omega$ ne dépendant de rien d'autre.

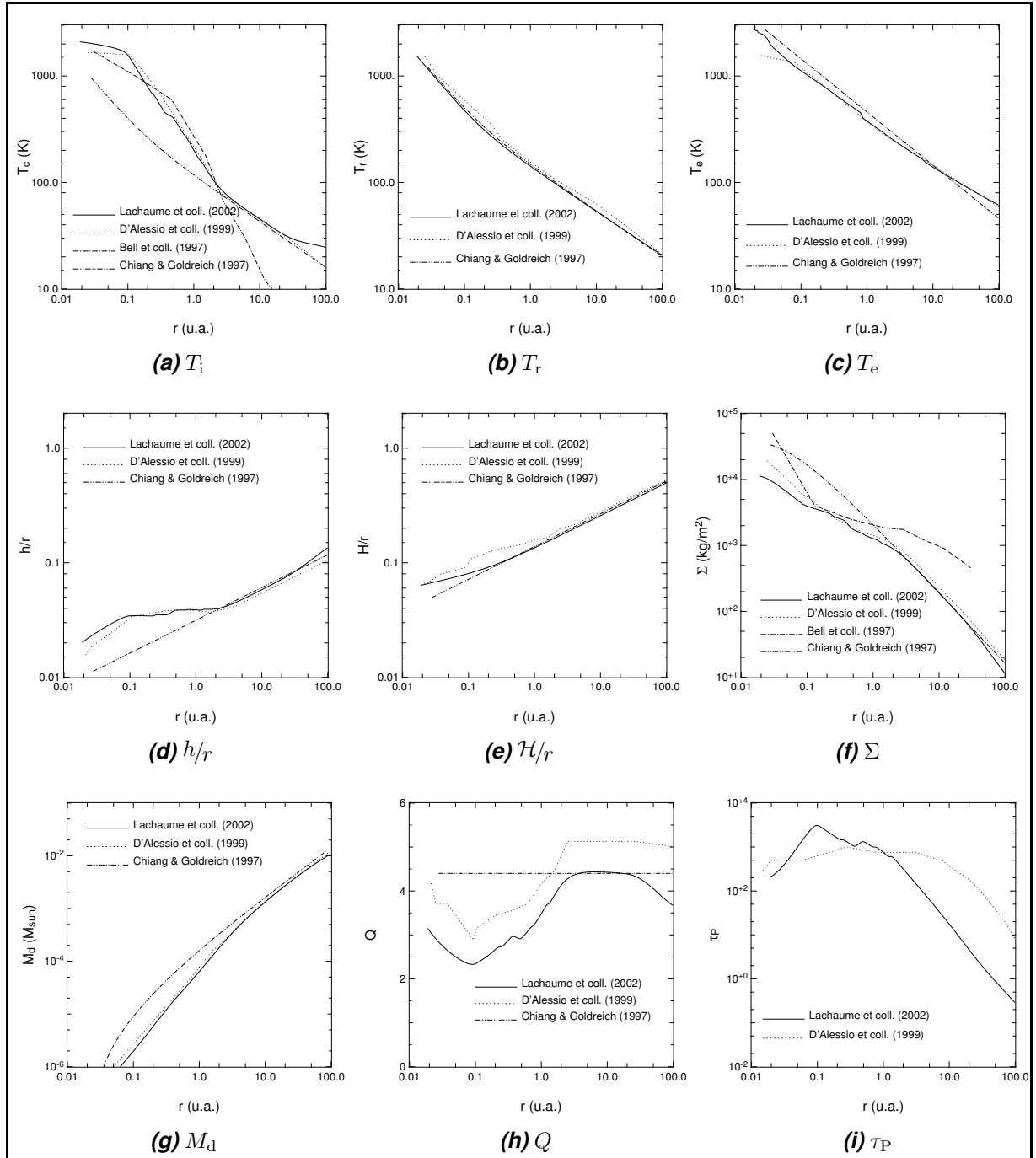


Figure IV.5 — Comparaison entre les modèles de disques suivants : le nôtre, Chiang & Goldreich (1997), D'Alessio et coll. (1998) et Bell et coll. (1997). Sont donnés la température médiane (T_i), la température effective du chauffage par l'étoile (T_r), la température de la couche externe (T_e), l'échelle de hauteur (h/r), la position de la couche externe (H/r), la densité de colonne (Σ), la masse cumulée du disque (M_d), le rapport H/h (Q) et l'épaisseur optique de Planck (τ_P).

Table IV.4 — Différentes hypothèses considérées pour le modèles à deux couches. Elles concernent l'évasement, les opacités et la viscosité.

modèle	évasement	agrégats de poussières	prescription de viscosité
1	$\mathcal{H} = 0$	inhomogènes	$\alpha = 10^{-2}$
2	$\mathcal{H} \propto h$	inhomogènes	$\alpha = 10^{-2}$
3	\mathcal{H} paramétré	inhomogènes	$\alpha = 10^{-2}$
4	\mathcal{H} paramétré	homogènes	$\alpha = 10^{-2}$
5	\mathcal{H} paramétré	inhomogènes	$\beta = 10^{-5}$

Pour $r \lesssim 0.1$ u.a., les différents modèles diffèrent, en raison du traitement de l'évaporation des grains aux alentours de 1600–1800 K : elle induit une brusque baisse de l'épaisseur optique aux profils dissemblables, notamment entre notre modèle et D'Alessio et coll. (1999) (figure IV.5i).

IV.6.2 Influence des hypothèses du modèle

Nous avons calculé cinq modèles (voir table IV.4) différant par leurs hypothèses sous-jacentes, avec les paramètres du modèle-étalon. Les trois premiers modèles sont une variation autour du traitement de l'évasement et de l'épaisseur, selon qu'ils sont donnés par un comportement radial empirique et un calcul auto-cohérent sur le bord externe (modèle 1), liés à l'échelle de hauteur (modèle 2) ou que le disque est infiniment plat (modèle 3). Le quatrième modèle utilise des opacités calculées pour des agrégats de poussières homogènes, au lieu d'inhomogènes. Le cinquième suppose une viscosité β (Huré et coll., 2001) en lieu et place de la prescription α de Shakura & Sunyaev (1973). Les principales conditions dans le disque, ainsi que la distribution spectrale d'énergie sont représentées figure IV.6.

Entre les trois prescriptions utilisées pour l'épaisseur les différences en termes de structure sont notables. Le modèle 2, à évasement lié à l'échelle de hauteur, présente une zone d'ombre où \mathcal{H}/r décroît (figure IV.6e), ce qui a pour conséquence d'annuler la température effective du chauffage par l'étoile (figure IV.6b) et de diminuer la température médiane et la température de surface (figures IV.6a, IV.6c). Le disque plat (modèle 3), de son côté, présente une température effective de chauffage par l'étoile nettement inférieure et, par voie de conséquence, voit sa température centrale nettement diminuée dans les parties externes où prime l'irradiation stellaire. La conséquence est que la masse du disque plat (figure IV.6g) est supérieure, ici d'un facteur 2.

Le type de grains a également une importance cruciale, par le truchement des opacités. Le modèle 4, remplaçant les agrégats de poussière inhomogènes de Henning & Stognienko (1996) par des agrégats homogènes, présente une plus grande profondeur optique, avec une température médiane T_i et une échelle de hauteur h plus élevées dans les zones dominées par la viscosité ($r \lesssim 2$ u.a.). Une autre conséquence de ce type de grains est un rapport $\omega = \kappa_e/\kappa_e^*$ plus élevé, avec une température de surface T_e plus faible.

La prescription de viscosité joue également un rôle important. Le modèle 5, où la viscosité est supposée proportionnelle au moment angulaire spécifique — dite β , de Huré

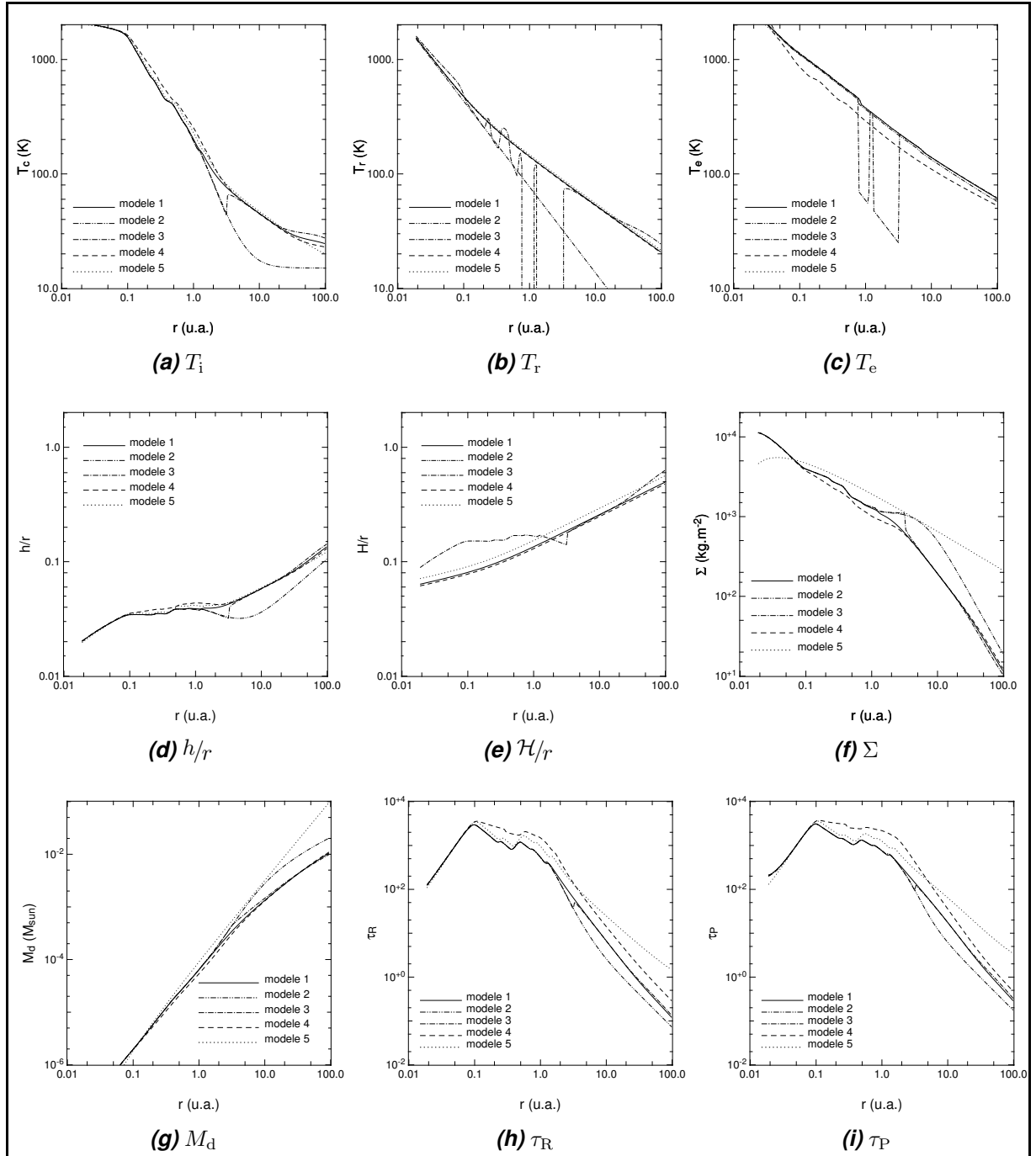
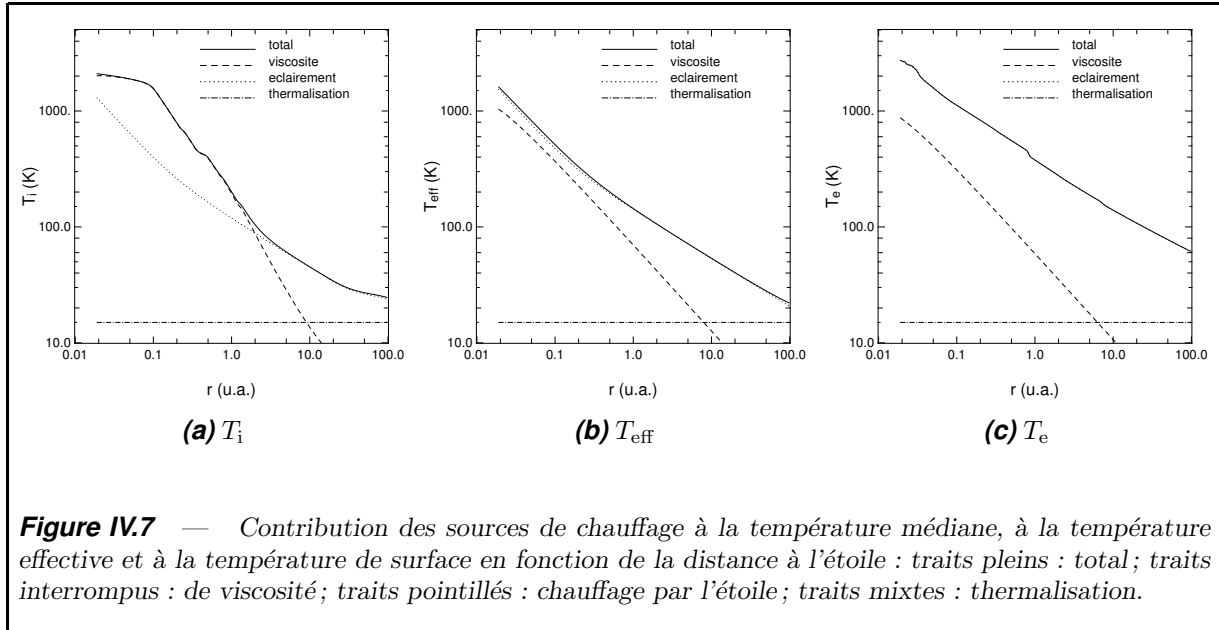


Figure IV.6 — Influence des hypothèses du modèle : épaisseur paramétrée (modèle 1), épaisseur proportionnelle à l'échelle de hauteur (modèle 2), disque plat (modèle 3), agrégats de poussières homogènes (modèle 4), prescription de viscosité β (modèle 5). Sont données la température médiane (T_i), la température effective du chauffage par l'étoile (T_r), la température de la couche externe (T_e), l'échelle de hauteur (h/r), la position de la couche externe (H/r), la densité de colonne (Σ), la masse cumulée du disque (M_d), l'épaisseur optique de Rosseland (τ_R) et celle de Planck (τ_P).



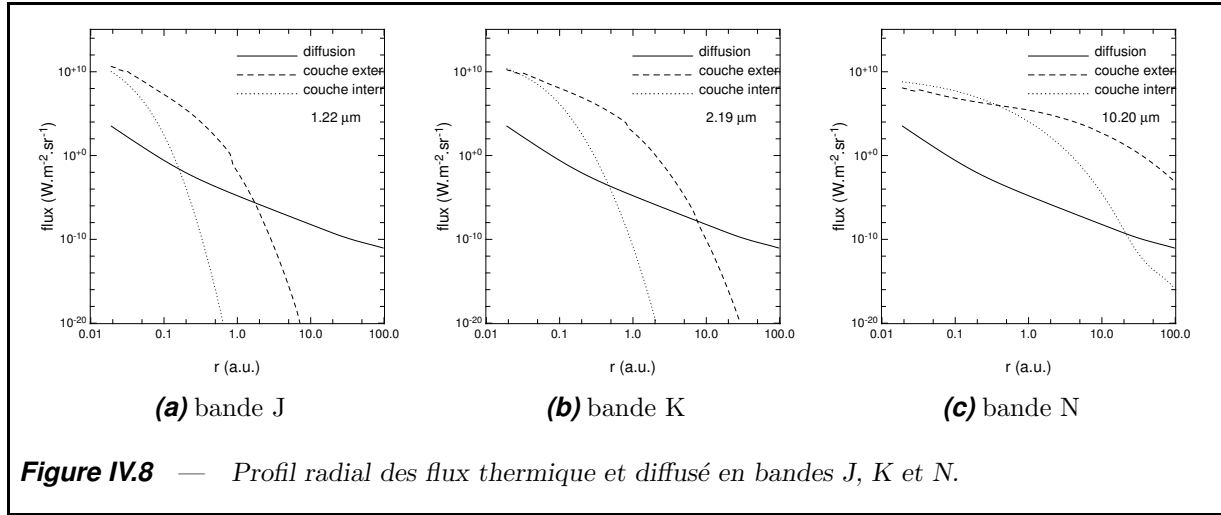
et coll. (2001) —, a été déterminé de sorte à garantir une densité de colonne similaire (figure IV.6f) dans le disque interne, pour $r \lesssim 1$ u.a.. Dans un tel modèle, la densité de colonne et la masse du disque sont beaucoup plus importantes dans les parties externes. Pour comprendre ce phénomène, il faut garder à l'esprit que dans le disque α , $\nu \propto c_s h \propto r^{3/2} T_i^{1/2}$ de sorte que $\Sigma \sim r^{-5/4}$ dans les régions optiquement épaisses dominées par l'irradiation stellaire ($T_i \sim r^{-1/2}$). Le disque β a une viscosité en $\Omega r^2 \propto r^{1/2}$ impliquant une chute Σ moins rapide, en $r^{-1/2}$. En particulier, la masse du disque β est un ordre de grandeur supérieure à celle du disque α pour un disque interne équivalent. Ainsi, le disque β reste optiquement épais (figure IV.6i) même à grande distance de l'étoile. Il en résulte que la température médiane est inférieure au modèle α pour $r \gtrsim 30$ u.a..

IV.6.3 Influence comparée des processus de chauffage

La figure IV.7 présente les contributions du chauffage visqueux, de l'éclairement par l'étoile et de la thermalisation en fonction de la distance à l'étoile pour un disque T Tauri typique (voir table IV.2 pour les paramètres du modèle).

En termes d'incidence sur la structure du disque, *e.g.* l'échelle de hauteur, l'évasement et la température centrale (figure IV.7a), la viscosité domine dans les parties centrales et le chauffage par l'étoile dans les parties externes. En termes de flux émergeant du disque (température effective, figure IV.7b), la tendance est moins nette : dans les parties internes, les deux sources de chauffage ont le même comportement et sont de même ordre. Dans les parties externes, en revanche, l'irradiation par l'étoile prime. Enfin, la température de surface (figure IV.7c) est presque partout dominée par le terme d'irradiation stellaire. Il est donc impossible de parler d'une région où la viscosité domine, car cela n'a pas la même signification selon que l'on s'intéresse à la température de surface, au flux émergent ou à la structure.

Afin de mieux comprendre ces différences, considérons le comportement asymptotique



des températures effectives associées aux deux sources principales d'énergie :

$$T_v^4 \sim r^{-3} \quad (\text{IV.83})$$

$$T_r^4 \sim \begin{cases} T_{\text{eq}}^4 \varphi_\star \sim r^{-3} & \text{dans les régions centrales} \\ T_{\text{eq}}^4 \varphi_e \sim r^{-12/7} & \text{dans les régions externes} \end{cases} \quad (\text{IV.84})$$

Dans les régions internes T_r et T_v décroissent en $r^{-3/4}$ et gardent un rapport identique. Dans les régions externes T_r décroît plus lentement que T_v et finit par primer. Le cas de la température médiane est légèrement plus complexe, car il fait intervenir l'épaisseur optique :

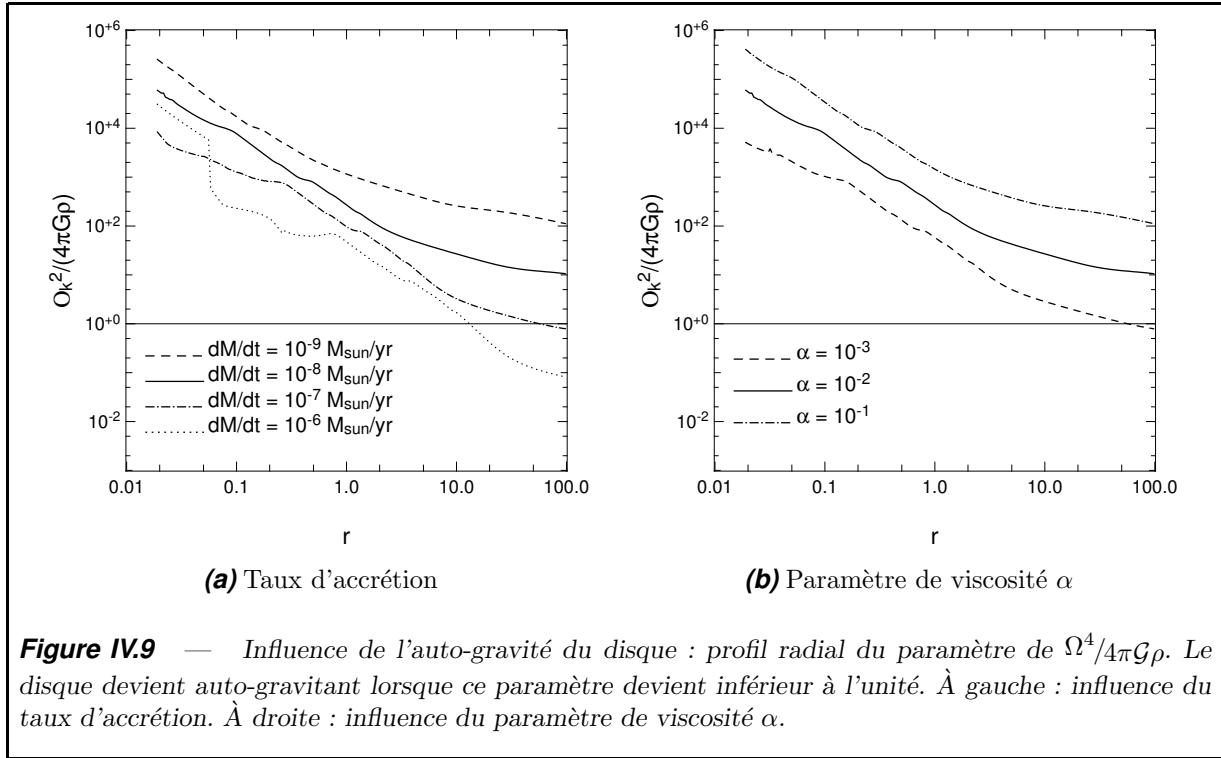
$$t_1^4 \sim \begin{cases} T_v^4 \tau_R & \text{dans les régions centrales} \\ T_v^4 & \text{dans les régions intermédiaires} \\ T_v^4 / \tau_P & \text{dans les régions externes} \end{cases} \quad (\text{IV.85})$$

$$t_2^4 + t_3^4 \sim T_r^4 \quad (\text{IV.86})$$

Loin de l'étoile, la température médiane est de l'ordre de la somme des températures effectives, de sorte que c'est l'éclairement par l'étoile qui prime. Près de l'étoile, le terme de viscosité t_1 est nettement supérieur à T_v car τ_R est de l'ordre de quelques dizaines à quelques milliers : aussi t_1 est-il dominant par rapport au terme de chauffage par l'étoile $(t_2^4 + t_3^4)^{1/4}$.

IV.6.4 Importance relative des rayonnements thermique et diffusé

Le flux diffusé est prédominant dans les zones externes du disque. En effet, celui-ci diminue en $r^{-2}\beta \approx r^{-3}$, tandis que le flux thermique diminue exponentiellement en $B_\lambda(T(r))$. Dans les zones centrales, jusqu'à environ 10 u.a. en bande K, le flux thermique est prédominant. Notons que, sans la présence d'une couche surchauffée, le flux diffusé serait prépondérant dès 1 u.a. Les chiffres varient finalement peu avec la quantité de matière dans le disque ou le taux d'accrétion tant que ce dernier reste modéré ($\dot{M} \lesssim 10^{-7} M_\odot/\text{an}$) parce que les flux en question sont déterminés par la couche externe.



Nous pouvons ainsi retenir que dans les disques évasés à taux d'accrétion faible ou intermédiaire le flux diffusé peut être ignoré jusqu'à 1.5 u.a. en bande J, 7 u.a. en bande K et sur tout le disque en bande N. Pour un disque standard, c'est-à-dire sans couche surchauffée, la condition aurait été par trop drastique : 0.15 u.a. en J, 0.7 u.a. en K et 20 u.a. en N. Notons toutefois que ces chiffres sont des ordres de grandeur, susceptibles d'être modifiés si l'albédo ou les opacités sont altérées.

IV.6.5 Influence de l'auto-gravité

L'auto-gravité d'un disque commence à se faire sentir en premier lieu sur la structure verticale. Nous suivons Hure (1998) et supposons que le champ de gravité vertical peut être écrit en fonction de la densité de surface comme dans milieu plan-parallèle infini homogène. L'échelle de hauteur de la couche interne s'écrit alors :

$$h^2 = \frac{c_s^2}{\Omega^2} \frac{1}{1 + 1/q_T}, \quad (\text{IV.87})$$

avec

$$q_T = \frac{\Omega^2}{4\pi G\rho}. \quad (\text{IV.88})$$

q_T est le paramètre de Toomre (1964) qui est d'autant plus petit que la gravité du disque prime sur celle de l'étoile.

L'influence de l'auto-gravité dans le disque devient importante pour des disques massifs ; pour un paramètre de viscosité typique $\alpha = 0.01$, les disques présentant un taux

d'accrétion inférieur à $10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$ restent préservés (figure IV.9a page ci-contre). En revanche, pour des accrétions moins efficaces, c'est-à-dire α plus petit, les disques sont plus massifs ; il en résulte que même des disques d'accrétion T Tauri typiques avec des taux d'accrétion modérés — $10^{-8} M_{\odot}/\text{an}$ — peuvent alors être marginalement auto-gravitants, comme le montre la figure IV.9b.

IV.7 Perspective

Nous avons établi un modèle de disque d'accrétion stationnaire relativement simple, permettant à la fois d'exprimer les conditions physiques de manière analytique et de reproduire avec une certaine fiabilité les prédictions de modèles numériques plus détaillés. S'il n'apporte rien de nouveau dans la physique de ces disques, il permet malgré tout une bonne compréhension des processus physiques et de leurs implications, ainsi qu'une détermination numérique rapide et efficace. Ce modèle sera d'une grande utilité pour la réduction des masses de données provenant des interféromètres optiques tels que le VLTI ou le KI.

Nous avons toutefois rencontré des difficultés et pris conscience de quelques limitations qu'il conviendra d'aborder dans un proche avenir :

- (i) La détermination de l'évasement du disque, que nous avons menée de deux manières *ad hoc*, sans parvenir à une description très fidèle. La difficulté principale d'une détermination plus rigoureuse de la position de la surface du disque réside dans le couplage entre transfert radial et vertical induit par une prise en compte plus détaillée du transfert du rayonnement incident. Nous avons proposé deux prescriptions :

- (a) l'évasement est lié à l'échelle de hauteur
- (b) l'évasement suit localement une loi de puissance prédéterminée

D'après les résultats obtenus pour le disque-étalon il appert que la vérité réside entre ces deux conceptions. Nous avons apporté une manière de déterminer la position de cette surface en calculant \mathcal{H} de manière auto-cohérente sur l'extérieur du disque, à indice d'évasement γ donné. Il est théoriquement possible d'utiliser la même méthode pour \mathcal{H} et γ sur l'ensemble du disque, ce que nous projetons de voir prochainement.

- (ii) Les opacités posent également un problème : l'utilisation de l'opacité de Planck ne nous qu'une piètre conservation du flux car

$$(1 - \tau_P)B(T) \neq \int_0^{+\infty} \tau_\nu B_\nu(T) d\nu$$

dans le cas général, bien que cela constitue une bonne approximation pour $\tau_P \gg 1$ et $\tau_P \ll 1$. Nous avons vérifié *a posteriori* que l'erreur induite sur le flux est inférieure à 5 % pour les modèles que nous avons calculé. De plus, nous n'avons pas d'opacités correctes à haute température, ce qui rend nos prédictions moins fiables en termes de structure pour les disques massifs. Enfin, nous avons une hypothèse très forte de mélange sur toute la hauteur, or, il se pourrait très bien que les grains de la surface fussent différents de ceux à l'intérieur dans le cas d'une sédimentation partielle. (Voir par exemple Chiang et coll., 2001)

- (iii) La couche supérieure, considérée isotherme n'est pas une excellente approximation pour un calcul spectroscopique car son profil vertical de température (figure III.4) est loin d'être plat. D'Alessio et coll. (1998) indiquent que cela conduit à une surestimation du flux en infrarouge moyen — et, soit dit au passage, à une sous-estimation dans l'infrarouge lointain. De plus, il serait illusoire de décrire la chimie du disque avec un tel modèle et les conséquences en termes de spectroscopie millimétrique (Aikawa et coll., 2002), en raison de la grande sensibilité des réactions à la température ; en occultant toutes les températures autres que T_i et T_e nous pouvons faire disparaître certaines espèces qui proliféreraient à une température intermédiaire, ou faire croire à l'abondance d'autres espèces, présentes uniquement à la température T_e , quand celle-ci n'est rencontrée que sur une faible portion de la couche externe. Nous projetons de faire intervenir le profil analytique simplifié du chapitre III pour décrire la couche externe.
- (iv) Le modèle ne saurait décrire les étoiles plus massives, car l'effet du chauffage direct du bord interne du disque, alors non négligeable, a été passé sous silence. Il est envisageable, sans trop de difficultés, d'inclure ce phénomène (Dullemond et coll., 2001).
- (v) Le modèle peine à décrire les disques autour de naines brunes, essentiellement en raison de la très faible masse de ces disques. Dans un tel scénario, la faible densité de colonne permet à la lumière issue de l'astre de pénétrer profondément dans le disque de sorte que $\mathcal{H} \lesssim h$. Il en résulte que l'approximation d'une couche interne de plusieurs échelles de hauteurs et représentant la quasi-totalité de la densité de colonne est erronée. Nous pensons y apporter remède au prix de quelques développements supplémentaires.
- (vi) Enfin, la prise en compte de la gravité du disque semble inéluctable pour les disques massifs du type FU Orionis. Heureusement, ces disques présentent un chauffage par l'étoile négligeable, de sorte que nous commettons sur l'épaisseur du disque influe peu sur les observables pour des disques vus par le pôle.

Chapitre Cinq

Observables et contraintes observationnelles

La beauté, la simplicité ou la complexité d'un modèle peuvent être d'un intérêt purement esthétique. Il n'en faut pas moins garder à l'esprit que sa finalité première est d'expliquer les objets qu'en premier lieu nous observons... ou comptons observer. Les étoiles jeunes ont déjà un demi-siècle d'étude à leur actif et nombre de techniques leur ont été appliquées ; nous avons décidé de nous focaliser sur les observations interférométriques, en pleine expansion, parce qu'elles permettront d'ici peu de temps de lever nombre d'ambiguïtés dans les disques et d'obtenir une information spatiale sur leur structure à l'échelle de l'unité astronomique, là où justement, des planètes sont censées naître. À elles seules, malheureusement, ces observations ne sont pas suffisantes, car encore rares et disponibles à quelques longueurs d'onde uniquement. Aussi avons-nous également considéré les observations spectrales : disponibles en quantité importante et relativement éprouvées, elles permettent de déduire le flux émergent du disque et de contraindre ainsi certaines de ses propriétés, tels le taux d'accrétion ou la quantité de lumière stellaire interceptée.

Dans la section V.1, nous nous plaçons dans un cadre plus général que celui des disques et nous penchons sur l'interprétation des données issues des interféromètres optiques à longue ligne de base, dans un cas particulier où l'objet n'est que marginalement résolu — pour l'instant cela reste la norme. Dans la section V.2, nous expliquons brièvement la manière dont nous avons obtenu les observables, à savoir la distribution spectrale d'énergie et les visibilité optiques, à partir du modèle à deux couches, bien que la méthode soit similaire pour le modèle de transfert vertical de la section III. Dans la section V.3, nous menons une étude prospective de l'influence des paramètres du modèle sur les observables. Enfin, dans la section V.4, nous présentons un ajustement des paramètres du modèle à deux couches pour trois étoiles observées à la fois spectralement et par interférométrie.

V.1 Objets marginalement résolus en interférométrie

Nous avons présenté l'interférométrie optique dans la section I.3.2 en indiquant qu'elle permettrait, à terme, la reconstruction d'image. En revanche, cela nécessite de résoudre l'objet, c'est-à-dire d'obtenir des lignes de bases B suffisamment grandes, à savoir B/λ supérieur à la taille angulaire de la source.

Dans le cas où l'objet est marginalement résolu, c'est-à-dire son extension angulaire inférieure à B/λ , nous nous attendons à ce que la visibilité ait un comportement assez gé-

nérique, donné par un développement limité au voisinage de l'origine. En particulier, la plupart des objets peu résolus doivent présenter les mêmes caractéristiques observationnelles, rendant ainsi périlleuse toute discrimination entre différentes hypothèses. En V.1.1, nous proposons un formalisme reliant la visibilité d'un objet marginalement résolu à ses caractéristiques géométriques, notamment son extension angulaire et son asymétrie. En V.1.2, nous tirons les conséquences observationnelles du formalisme, à savoir que la phase de clôture est plus difficile à obtenir. En V.1.3, nous étudions l'impact de la faible résolution sur l'ajustement de modèles. En V.1.5, nous abordons le cas des disques circumstellaires, sous deux angles particuliers : d'une part, la diffusion, à grande échelle et de ce fait résolue, doit être traitée séparément pour que le formalisme s'applique. D'autre part, l'observation à plusieurs longueurs d'onde permet de contraindre la loi de température dans les disques. Nous terminons dans la section V.1.4 par une caractérisation empirique du critère marginalement résolu.

V.1.1 Visibilités et géométrie de l'objet

Nous étudions un objet dont la distribution de brillance est $I(\boldsymbol{\alpha})$, où $\boldsymbol{\alpha}$ est la position angulaire. Nous supposons que les télescopes ont une pupille nettement plus petite que la ligne de base, pupille que nous traiterons comme un point dans le plan des lignes de base. La ligne de base est donnée par le vecteur adimensionnel

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{B}}{\lambda}. \quad (\text{V.1})$$

Le théorème de Zernicke-van Cittert s'écrit alors

$$V = \iint p(\boldsymbol{\alpha}) \exp(-2\pi i(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha})) d^2\boldsymbol{\alpha}, \quad (\text{V.2})$$

où $p(\boldsymbol{\alpha})$ est l'intensité normalisée. Les quantités observées sont le contraste des franges et leur phase, à savoir

$$|V|^2 = (\text{Re } V)^2 + (\text{Im } V)^2, \quad (\text{V.3})$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im } V}{\text{Re } V}\right). \quad (\text{V.4})$$

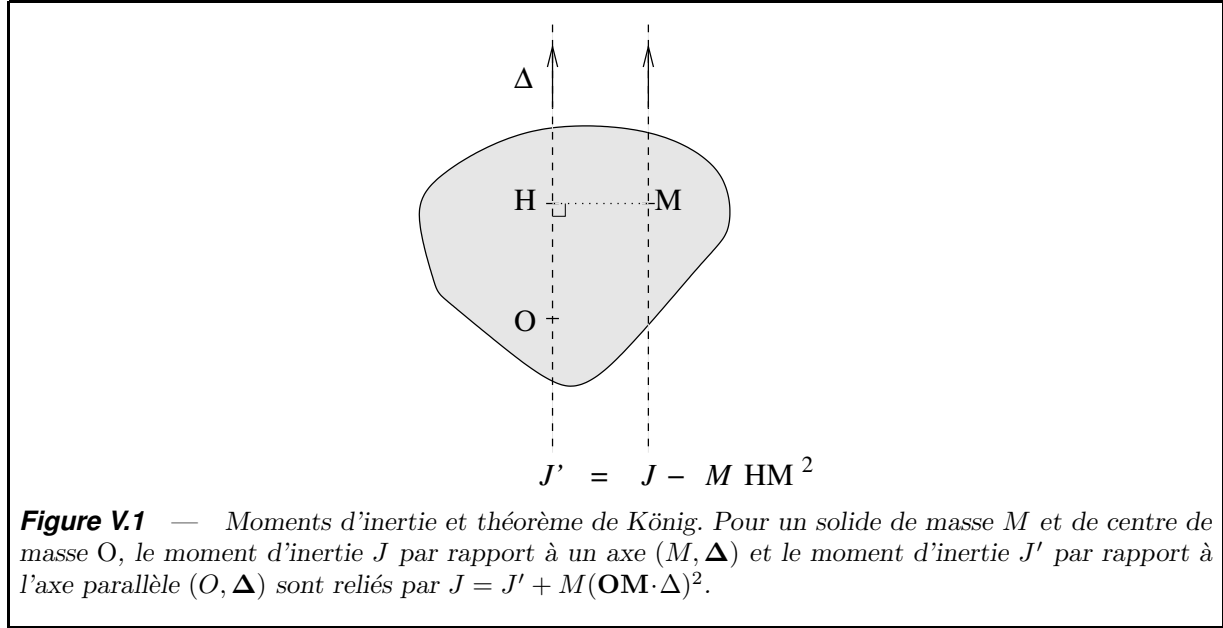
Dans le cas d'un objet marginalement résolu, la majorité du flux $p(\boldsymbol{\alpha})$ est contenue dans une zone telle que $\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha} \ll 1$. Nous menons un développement limité de $|V|^2$ et φ à l'ordre trois, ce qui est valable si $p(\boldsymbol{\alpha})$ décroît suffisamment rapidement à l'infini.

$$\text{Re } V = \iint p(\boldsymbol{\alpha}) (1 - 2\pi^2(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha})^2) d^2\boldsymbol{\alpha}, \quad (\text{V.5})$$

$$\text{Im } V = - \iint p(\boldsymbol{\alpha}) \left(2\pi(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha}) - \frac{4\pi^3}{3}(\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha})^3 \right) d^2\boldsymbol{\alpha}. \quad (\text{V.6})$$

Ces équations font intervenir des moments de la distribution de flux, c'est-à-dire une sommation du flux pondéré par la distance à un axe. Dans le cas présent, l'axe passe par rapport au centre des coordonnées, mais pas nécessairement par rapport au photocentre de l'objet. Nous introduisons le tenseur moment \mathbf{M}_n d'ordre n contenant l'information sur les moments d'ordre n de la distribution de flux. Il est défini de manière univoque par

$$\mathbf{M}_n \cdot \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_n = \iint p(\boldsymbol{\alpha}) (\mathbf{u}_1 \cdot \boldsymbol{\alpha}) \cdots (\mathbf{u}_n \cdot \boldsymbol{\alpha}) d^2\boldsymbol{\alpha}, \quad (\text{V.7})$$



où $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n$ sont des vecteurs. Ce formalisme permet d'écrire la visibilité de façon relativement concise — autrement dit sans écrire explicitement les intégrales :

$$|V|^2 = 1 - 4\pi^2 (\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} - (\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u})^2), \quad (\text{V.8})$$

$$\varphi = -2\pi \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u} + \frac{4\pi^3}{3} (\mathbf{M}_3 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} - 3(\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u})(\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + 2(\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u})^3). \quad (\text{V.9})$$

Ces expressions sont quelque peu ennuyeuses, car un peu compliquées et dépendantes, semble-t-il, du choix du système de coordonnées. Cela impliquerait en particulier que $|V|^2$ serait affecté par l'exactitude du pointage. Pour entrevoir l'étape suivante, il est possible de mener une analogie avec les moments d'inertie chers à la physique du solide : par exemple, le théorème de König (voir figure V.1) relie un moment d'ordre deux au même moment pris dans le repère du centre de masse. Nous introduisons ainsi les moments réduits \mathbf{M}'_n , pris dans un repère centré sur le photocentre de la source, de coordonnée α_0 dans l'ancien repère. Ils sont définis par

$$\mathbf{M}'_n \cdot \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_n = \iint p(\alpha) (\mathbf{u}_1 \cdot (\alpha - \alpha_0)) \cdots (\mathbf{u}_n \cdot (\alpha - \alpha_0)) d^2\alpha. \quad (\text{V.10})$$

Après un changement de repère par translation de vecteur $-\alpha_0$, les équations (V.8,V.9) s'écrivent

$$|V|^2 = 1 - 4\pi^2 \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad (\text{V.11})$$

$$\varphi = -2\pi \mathbf{M}'_1 \cdot \mathbf{u} + \frac{4\pi^3}{3} (\mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}). \quad (\text{V.12})$$

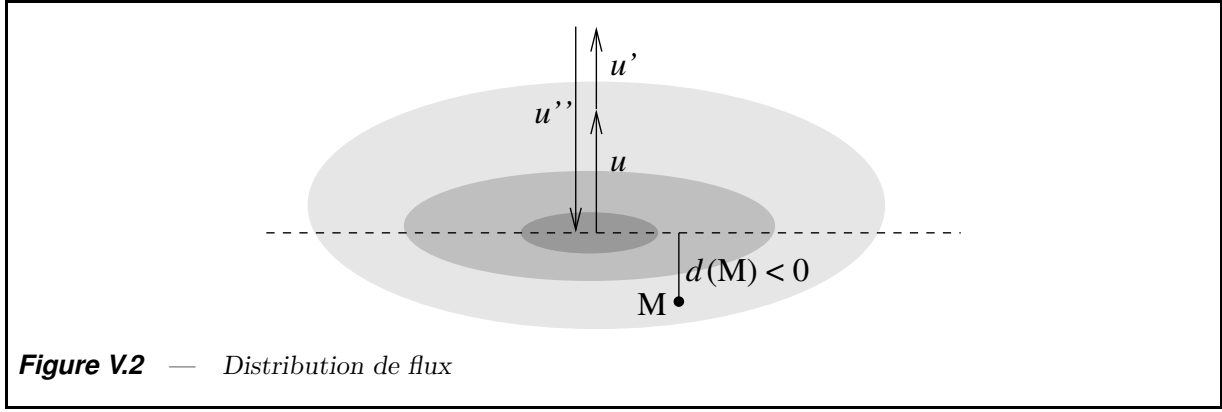
Dans le cas où l'on recombine à trois télescopes, donnés par les lignes de base \mathbf{u} , \mathbf{u}' et $\mathbf{u}'' = -\mathbf{u} - \mathbf{u}'$, on mesure les visibilités V , V' et V'' ainsi que la phase de clôture $\bar{\varphi} = \varphi + \varphi' + \varphi''$. Ces quantités sont reliées à la géométrie de l'objet par

$$|V|^2 = 1 - 4\pi^2 \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad (\text{V.13})$$

$$|V'|^2 = 1 - 4\pi^2 \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}', \quad (\text{V.14})$$

$$|V''|^2 = 1 - 4\pi^2 \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{u}'' \cdot \mathbf{u}'', \quad (\text{V.15})$$

$$\bar{\varphi} = (4\pi^3/3) \mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}' \cdot \mathbf{u}''. \quad (\text{V.16})$$



V.1.2 Interprétation physique et conséquences observationnelles

Nous nous plaçons dans le cas de trois télescopes alignés, avec des lignes de bases projetées u , u' et u'' . La dimension angulaire de l'objet ainsi que son facteur d'asymétrie (*skewness*) dans cette direction sont respectivement par

$$D = \left(\iint p(M) d(M)^2 d^2 M \right)^{1/2} \quad (\text{V.17})$$

$$S = \left(\iint p(M) d(M)^3 d^2 M \right) D^{-3} \quad (\text{V.18})$$

où $d(M)$ est la distance du point M dans le ciel par rapport à un axe passant par le photocentre et normal à l'alignement des télescopes. (Voir figure V.2) Nous appelons u_m la ligne de base moyenne donnée par

$$u_m = \sqrt[3]{uu'u''}. \quad (\text{V.19})$$

Avec de telles notations

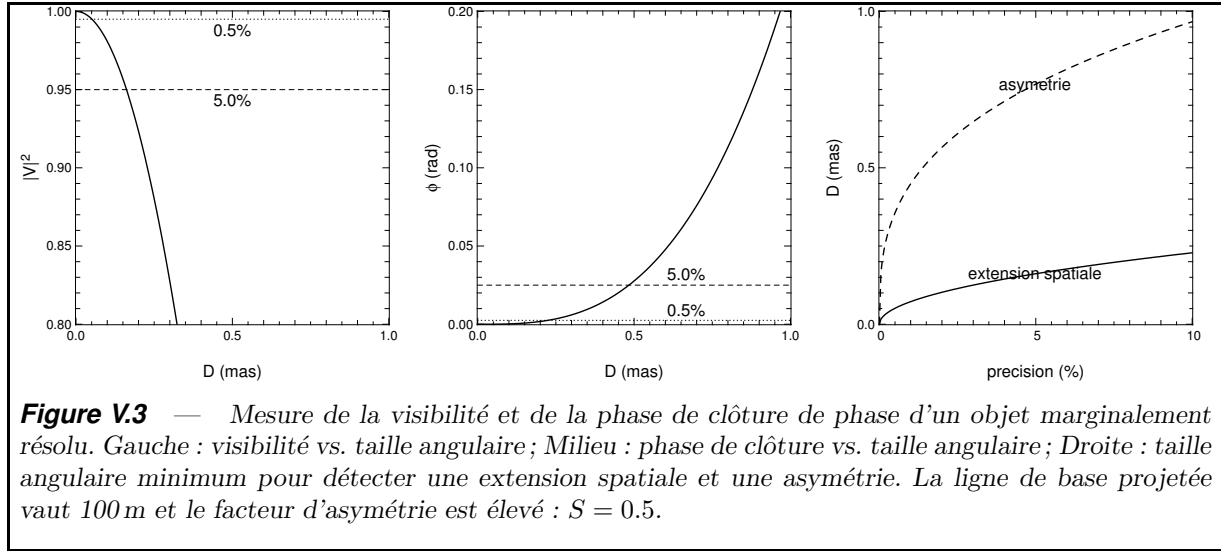
$$|V|^2 = 1 - (2\pi Du)^2, \quad (\text{V.20})$$

$$|V'|^2 = 1 - (2\pi Du')^2, \quad (\text{V.21})$$

$$|V''|^2 = 1 - (2\pi Du'')^2, \quad (\text{V.22})$$

$$\bar{\varphi} = -(4S/3)(\pi Du_m)^3. \quad (\text{V.23})$$

On remarque que la visibilité chute quadratiquement avec la ligne de base et avec la taille angulaire de l'objet tandis que la clôture de phase augmente comme le cube de ces mêmes quantités. De plus, la clôture de phase est proportionnelle à un coefficient d'asymétrie : il vaut zéro pour un objet centro-symétrique ou présentant un axe de symétrie perpendiculaire à l'orientation des télescopes et vérifie $S \lesssim 1$ dans la plupart des situations. Il en résulte que, pour un objet marginalement résolu, la phase de clôture est nettement plus difficile à mesurer, car un facteur $SDu_m \ll 1$ la sépare de la chute de visibilité. Cela est présenté sur la figure V.3 page suivante : nous considérons un interféromètre actuel typique à trois télescopes avec des lignes de base projetées de l'ordre de 100 m et un objet très asymétrique ($S = 0.5$). Les deux premiers graphiques donnent le profil de l'amplitude de visibilité et celui de la clôture de phase en fonction de la taille angulaire de l'objet, et place les limites de détection à 5% et 0.5% d'incertitude sur les mesures. Le dernier graphique indique la taille angulaire minimale de détection d'une extension spatiale ($|V|^2$)



et de celle d'une asymétrie ($\bar{\varphi}$) en fonction de la précision des mesures. Même pour un objet très asymétrique, on ne peut détecter l'asymétrie que pour des tailles angulaires quatre à six fois supérieures à celles suffisantes pour détecter l'extension spatiale.

V.1.3 Conséquences en termes d'ajustement de modèles

La visibilité est prédite par le moment réduit d'ordre deux \mathbf{M}'_2 , une forme quadratique donnée par trois paramètres. En décomposant la ligne de base $\mathbf{u} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ dans une base orthonormée (\mathbf{i}, \mathbf{j}) , nous obtenons

$$|V|^2 = 1 - 4\pi^2 (M_2^0 u^2 + M_2^1 uv + M_2^2 v^2), \quad (\text{V.24})$$

où les moments M_2^i sont donnés par

$$M_2^0 = \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}, \quad (\text{V.25})$$

$$M_2^1 = \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{j}, \quad (\text{V.26})$$

$$M_2^2 = \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j}. \quad (\text{V.27})$$

Dans la plupart des cas, un modèle à trois paramètres suffira à décrire entièrement cette visibilité. De façon assez surprenante et bienvenue, un système de deux sources ponctuelles ne suffit pas à la décrire, bien qu'il possède trois degrés de liberté : dans le cas présent, où $\mathbf{M}'_1 = 0$ et $\mathbf{M}'_0 = 1$, un système double est entièrement décrit par la luminosité relative et la position de la première source. Voici quelques exemples de systèmes à trois paramètres ou plus qui permettent de reproduire la visibilité :

- (i) Une gaussienne centrée sur l'origine. Elle peut être donnée par ses paramètres usuels : orientation, petit-axe et grand-axe. On peut la décrire de manière assez simple à partir des moments :

$$p(x, y) = \frac{2}{p} (M_2^0 M_2^2 - (M_2^1)^2)^{3/2} \exp(-M_2^2 x^2 + 2M_2^1 xy - M_2^2 y^2) \quad (\text{V.28})$$

- (ii) Un disque uniforme plus une source ponctuelle, avec quatre paramètres libres : position, luminosité relative et diamètre du disque. Les paramètres de la source ponctuelle s'en déduisent à partir de $\mathbf{M}'_0 = 1$ et $\mathbf{M}'_1 = 0$.
- (iii) Trois sources ponctuelles, avec six paramètres libres : position et luminosité relative des deux premières. La troisième source voit ses paramètres contraints par $\mathbf{M}'_0 = 1$ et $\mathbf{M}'_1 = 0$.

Ce phénomène est bien connu des interférométristes : il est impossible de faire la différence entre un disque stellaire uniforme et un disque avec assombrissement centre-bord sans avoir totalement résolu l'étoile ; de même les premières observations de FU Ori (Malbet et coll., 1998) ne pouvaient exclure le scénario d'une binaire.

Dans le cas où la phase de clôture est également accessible, nous avons

$$\bar{\varphi} = -(4\pi^3)/3 \left[M_3^0 uu'u'' + M_3^1 (uu'v'' + uv'u'' + vu'u'') + M_3^2 (uv'v'' + vu'v'' + vv'u'') + M_3^3 vv'v'' \right], \quad (\text{V.29})$$

avec

$$M_3^0 = \mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} \quad (\text{V.30})$$

$$M_3^1 = \mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} \quad (\text{V.31})$$

$$M_3^2 = \mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \quad (\text{V.32})$$

$$M_3^3 = \mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \quad (\text{V.33})$$

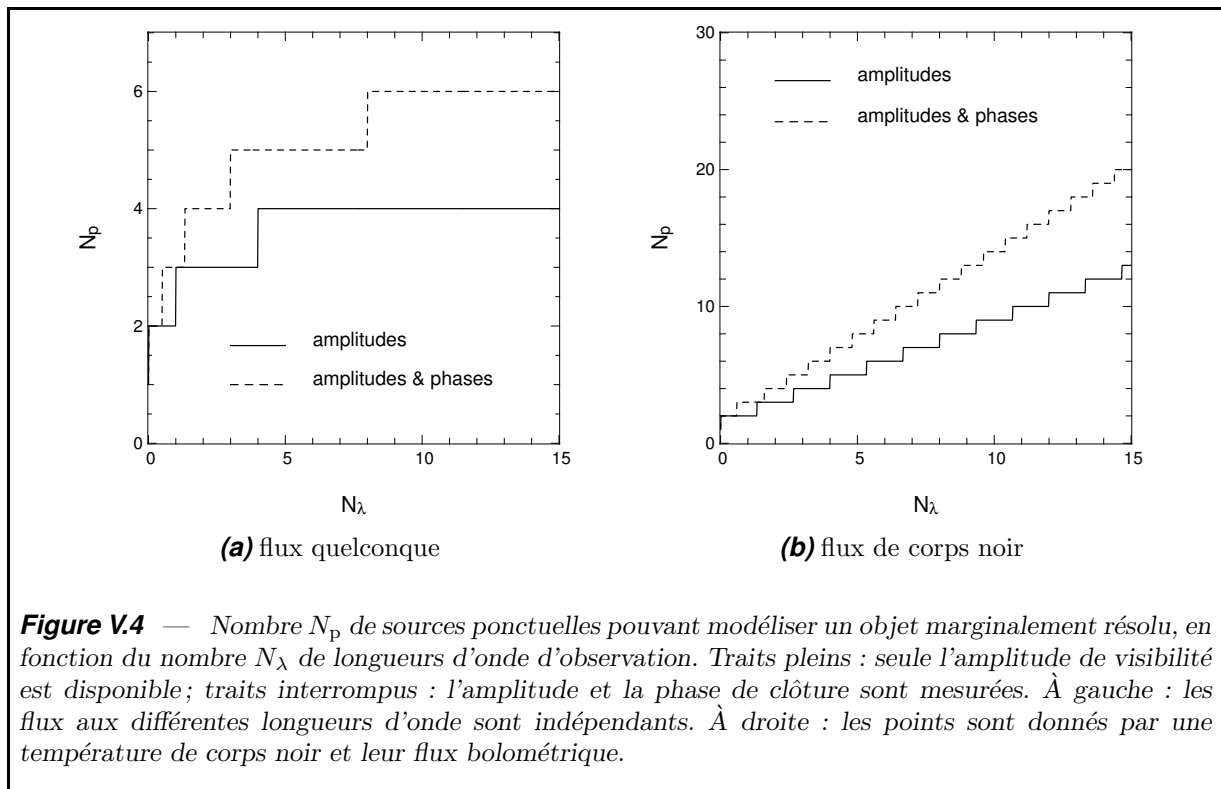
En combinant phase de clôture et visibilité, le système est décrit par sept paramètres (\mathbf{M}'_2 et \mathbf{M}'_3). Sans différence notable de comportement, il peut être remplacé par

- (i) un système de quatre sources ponctuelles convenablement choisies ou
- (ii) un disque uniforme et deux sources ponctuelles.

Aussi, quelle que soit la couverture angulaire dans le plan des visibilitées, un objet marginalement résolu peut-il être décrit fidèlement par un système simple, par exemple quelques sources ponctuelles. Il en résulte que les disques d'accrétion circumstellaires, en particulier T Tauri ou FU Orionis, ne peuvent être imagés ou suffisamment contraints actuellement par la seule technique de l'interférométrie. Il est probable qu'à moyen terme, les interféromètres optiques permettront de résoudre les objets jeunes et de supprimer ce problème, au moins pour les étoiles proches. En attendant, nous ne pouvons utiliser l'interférométrie que comme une contrainte complémentaire à d'autres observables comme, par exemple, la distribution spectrale d'énergie.

Il est possible toutefois de contraindre davantage les modèles en observant à plusieurs longueurs d'onde simultanément. Si nous mesurons les N_m premiers moments réduits d'une distribution de flux avec N_λ longueurs d'onde, nous obtenons un système à $N_\lambda(2N_m - 1)$ paramètres libres. Dans le cas d'un objet marginalement résolu, nous observons $3N_\lambda$ moments réduits distincts avec les amplitudes de visibilité seules et $7N_\lambda$ avec les amplitudes et les phases de clôture. Si nous tentons d'ajuster un modèle composé de N_p sources ponctuelles, nous avons un modèle comprenant $(N_p - 1)$ positions, la N_p ème étant donnée par $\mathbf{M}'_1 = 0$, et $N_\lambda(N_p - 1)$ flux, les flux du dernier point étant déduits de $\mathbf{M}'_0 = 1$. Le système a donc $(2 + N_\lambda)(N_p - 1)$ paramètres libres. Afin d'avoir une chance de pouvoir ajuster toute visibilité mesurée il est nécessaire d'avoir suffisamment de points, à savoir

$$N_p \geq \left\lceil 1 + \frac{N_\lambda}{2 + N_\lambda} (2N_m - 1) \right\rceil. \quad (\text{V.34})$$



La figure V.4a indique le nombre de points nécessaires à ajuster à coup sûr tout ensemble de visibilités mesurées en fonction du nombre de longueurs d'onde utilisées. Il en résulte que l'observation à plusieurs longueurs d'onde permet d'accroître des contraintes de la géométrie de l'objet : il faut deux fois plus de points pour ajuster un modèle d'objet observé avec $N_\lambda \gtrsim 10$ longueurs d'onde que pour une observation à longueur d'onde unique. Notons que nous avons traité le cas le plus pessimiste, où les flux aux différentes longueurs d'onde sont indépendants les uns des autres. Dans le cas optimiste où les flux sont donnés par une température de corps noir et un flux bolométrique, le nombre de paramètres du système de points est $3(N_p - 1)$ pour $N_\lambda \geq 2$ de sorte qu'il faut

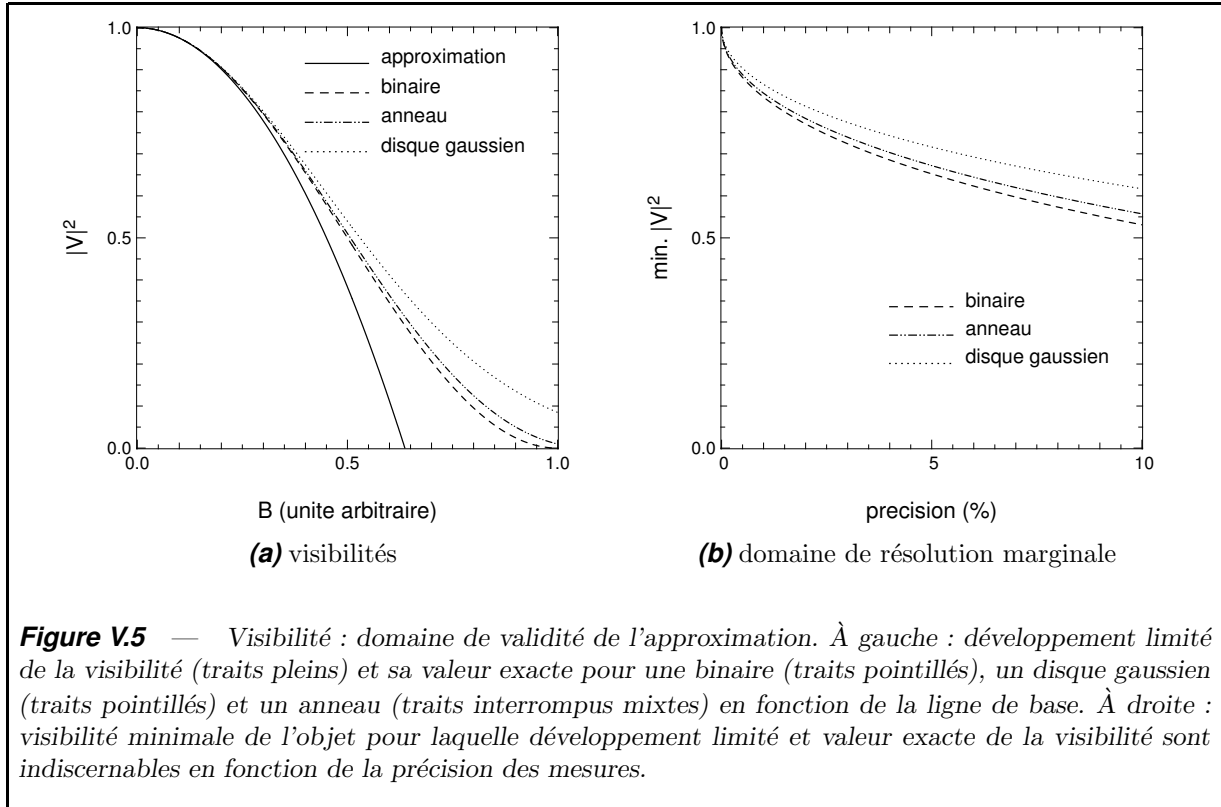
$$N_p \geq \left\lceil 1 + \frac{N_\lambda}{3}(2N_m - 1) \right\rceil \quad (\text{V.35})$$

pour ajuster le système aux moments observés. La figure V.4b présente ce nombre de points en fonction du nombre de longueurs d'onde. Dans ce cas nous pouvons théoriquement obtenir autant de contraintes que voulu pourvu que l'on observe avec suffisamment de longueurs d'onde.

Il est ainsi impossible de reconstruire une image sans hypothèse *a priori* à partir des visibilités d'un objet marginalement résolu, quelle que soit la couverture du plan des visibilités. En revanche, avec des hypothèses supplémentaires, comme celle du rayonnement de corps noir, cela devient théoriquement possible.

V.1.4 Domaine de résolution marginale

Nous n'avons pas évoqué jusqu'ici ce que signifiait précisément marginalement résolu. En théorie, la donnée de la visibilité sur un compact suffit, par analyticité supposée



de la fonction, de reconstruire l'image avec une résolution infinie. C'est sans compter sur l'incertitude sur les mesures.

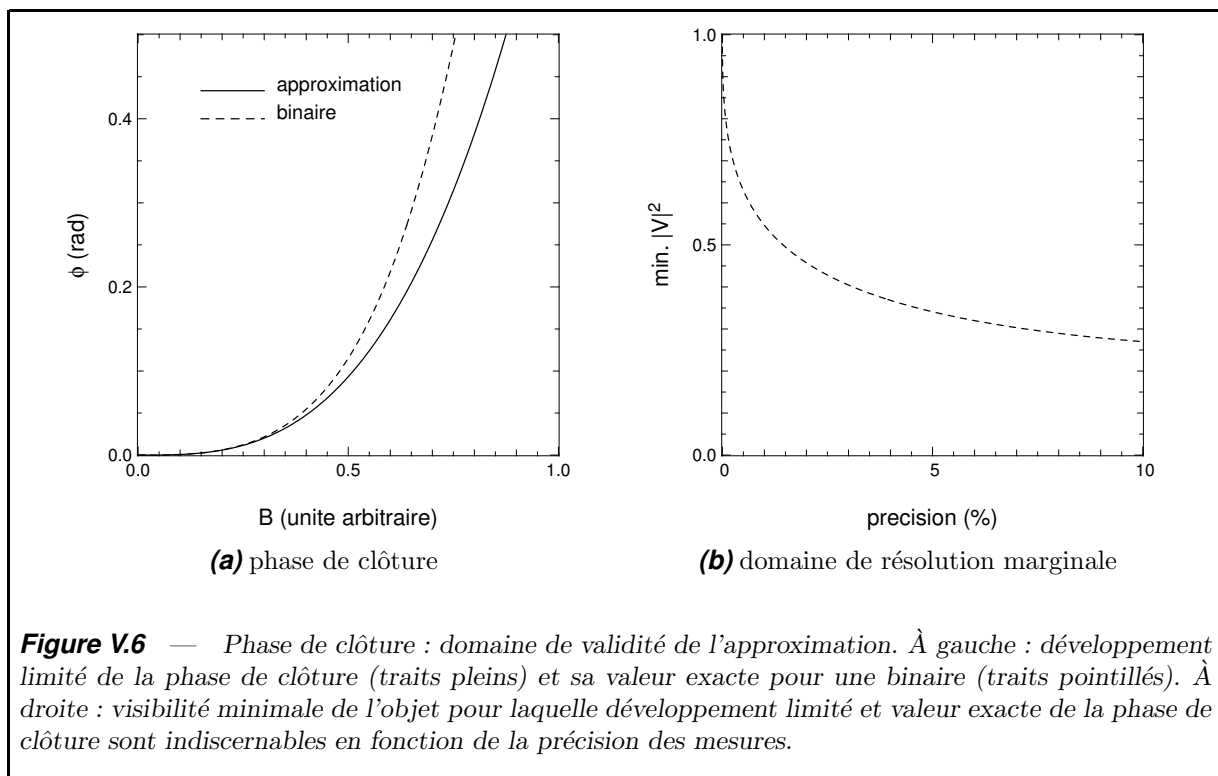
Nous appelons marginalement résolu une source dont les visibilités s'écartent suffisamment peu du développement limité $V^2 = 1 - (2\pi Du)^2$ pour que cela soit indiscernable. Ce critère dépend de la précision obtenue sur les visibilités ; une caractérisation explicite est cependant très difficile car cela revient à calculer les autres termes du développement en série. À titre d'exemple, la figure V.5 présente l'écart entre visibilités et développement quadratique pour quelques distributions de brillance : deux sources ponctuelles de même flux, un anneau et un disque gaussien. Si $|V|^2$ est mesuré avec 5% d'incertitude, alors ces distributions sont marginalement résolues pour $0.65 \lesssim |V|^2 \lesssim 0.95$; si l'incertitude de mesure tombe à 1%, le critère de résolution marginale est $0.8 \lesssim |V|^2 \lesssim 0.99$.

Le domaine est plus large pour la phase de clôture (figure V.6), l'approximation est valable pour $|V|^2 \gtrsim 0.35$ avec une précision instrumentale de 5% et $|V|^2 \gtrsim 0.55$ pour une précision de 1%.

V.1.5 Cas d'un disque d'accrétion

V.1.5.1 Rayonnement thermique et diffusé

Dans le formalisme précédent, nous avons supposé *a priori* que le développement en série était valable, à savoir que les moments existent et que la somme converge. Malheureusement ce n'est pas toujours le cas : un disque d'accrétion n'est pas un objet compact et



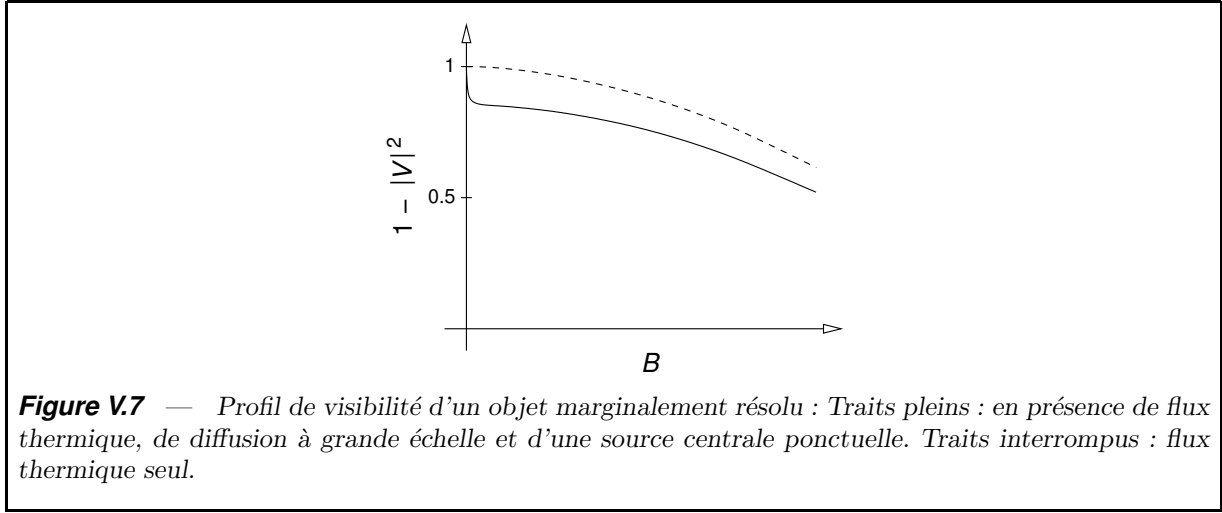
ses parties externes sont très largement résolues par un interféromètre, à ceci près qu'elles émettent peu de flux. Il en résulte que la possibilité d'utiliser un développement limité est le résultat d'une lutte entre deux phénomènes : une grande extension spatiale d'une part et la faiblesse du flux dans les parties éloignées d'autre part. Afin de préciser davantage, nous allons étudier deux types de flux aux comportements assez différents, les flux thermique F_{th} et diffusé F_{s} . Le premier est donné par la fonction de corps noir tandis que le second résulte d'une dilution en r^{-2} du flux stellaire et d'un affaiblissement lié à l'incidence rasante sur le disque :

$$F_{\text{th}}(r) \propto [\exp(Kr^q) - 1]^{-1}, \quad \text{avec } 0.5 \leq q \leq 0.75 \quad (\text{V.36})$$

$$F_{\text{s}}(r) \propto r^{-s}, \quad \text{avec } 1 < s \leq 3. \quad (\text{V.37})$$

Le profil radial ci-dessus est le résultat d'une description autosimilaire du disque à grande échelle, avec notamment une température de surface en $T(r) \propto r^{-q}$. Si F_{th} a un comportement exponentiel assurant l'existence des moments et la convergence de la série, F_{s} n'autorise pas la définition des moments d'ordre supérieur ou égal à 2. Il en résulte que le formalisme présenté auparavant s'effondre en présence de diffusion. Bien sûr, si l'on prend en compte l'extension spatiale finie du disque et le champ limité de l'interféromètre, les moments de la distribution du flux F_{s} sont bien définis, mais le développement limité aux premiers ordres n'est une bonne approximation que pour des lignes de base ne résolvant pas la structure à grande échelle, à savoir quelques mètres.

Pour s'extirper de cette difficulté, il est possible de considérer le flux sortant du disque comme une somme $F = F_{\text{th}} + F_{\text{s}} + F_{\star}$ et d'étudier séparément la visibilité associée à chaque terme. En effet, la visibilité totale V est la somme des visibilité V_{th} du flux thermique F_{th} , V_{s} du rayonnement diffusé F_{s} et V_{\star} du flux de l'étoile F_{\star} , dans l'hypothèse où les trois distributions de flux ont même photocentre. La diffusion présente une visibilité qui chute à zéro dès que la ligne de base est non négligeable, car la structure est très étendue ; le flux



stellaire induit une visibilité modélisable par un disque uniforme, que nous supposons égale à un dans le cas d'une étoile jeune ; celle le rayonnement thermique est donnée par les résultats précédents. En résumé

$$V = (V_s F_s + V_{th} F_{th} + V_\star F_\star) / F, \quad (V.38)$$

$$V_s(\mathbf{u}) = \delta_{\mathbf{u}}^0, \quad (V.39)$$

$$V_{th}(\mathbf{u}) \propto 1 - 2\pi^2 \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad (V.40)$$

$$V_\star(\mathbf{u}) = 1 \quad \text{si l'étoile est non résolue,} \quad (V.41)$$

où \mathbf{M}'_2 est le moment de la distribution du flux thermique. Dans un cas général la visibilité chute avec la ligne de base comme indiqué figure V.7.

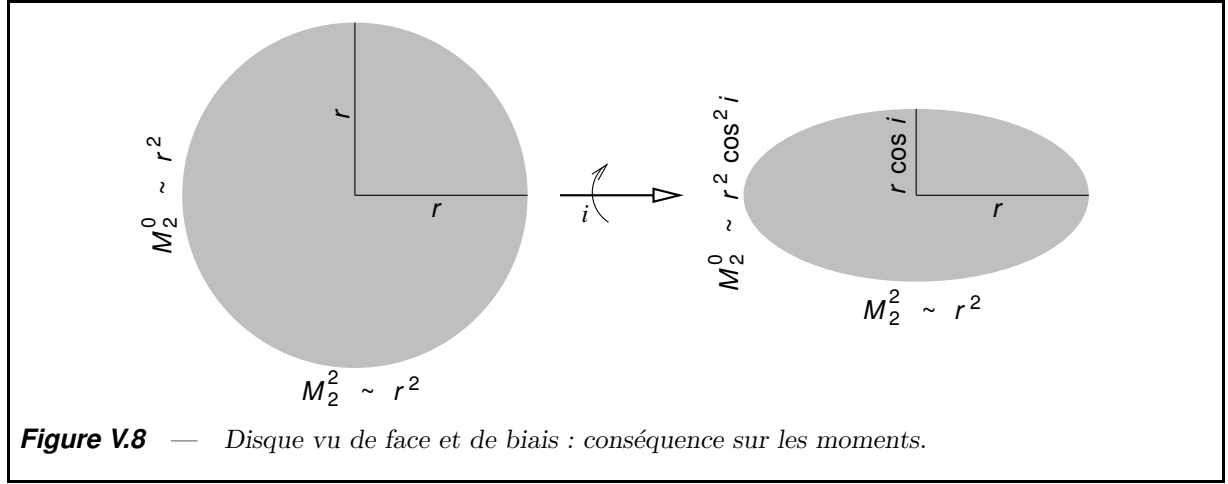
V.1.5.2 Profil radial de température

Nous avons vu précédemment que la mesure de visibilités pour un disque marginalement résolu ne donne que les dimensions caractéristiques et l'angle de position du disque, modélisable, par exemple, par une gaussienne. Si nous utilisons plusieurs longueurs d'onde à la fois, nous obtenons des tailles caractéristiques différentes, permettant d'obtenir *in fine* la distribution radiale de brillance et celle de la température.

Pour ce faire, Malbet & Berger (2002) supposent un disque à symétrie cylindrique, vu de face, avec une distribution radiale de température $T(r) \propto r^{-q}$ et pour lequel l'étoile centrale a un flux négligeable. Ils considèrent également que la taille angulaire mesurée, θ , correspond au rayon où la fonction de Planck $B_\lambda(T(r))$ est maximale, à savoir $\lambda T(r)$ constant. En utilisant une mesure à deux longueurs d'onde proches, λ_1 et λ_2 , ils obtiennent

$$q = \frac{\log(\theta_2/\theta_1)}{\log(\lambda_2/\lambda_1)}. \quad (V.42)$$

Nous proposons ici une démonstration plus générale, utilisant le formalisme précédent. Nous considérons un disque avec une distribution de température $T(r) = K r^{-q}$, incliné



d'un angle i comme sur la figure V.8. L'image a une distribution de température et de brillance

$$T(x, y) \propto \left\{ x^2 + \left(\frac{y}{\cos i} \right)^2 \right\}^{-q/2}, \quad (\text{V.43})$$

$$F(x, y) = B_\lambda(T(x, y)). \quad (\text{V.44})$$

Prise telle quelle, l'expression de F ne permet pas de déterminer simplement les moments de la distribution de flux. En revanche, le fait que les axes soient axes de symétrie de l'image nous assure que le moment croisé d'ordre deux est nul $M_2^1 = 0$. De plus, si l'objet était vu de face, nous pourrions nous ramener à un calcul sur la coordonnée radiale

$$M_2^0 = M_2^2 \quad (\text{V.45})$$

$$M_2^2 = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} F(r) 2\pi r^3 dr. \quad (\text{V.46})$$

Pour passer d'un objet vue de face au disque incliné, il convient d'effectuer une dilatation de facteur $\cos i$, qui multiplie le moment M_2^0 par $\cos^2 i$. Ainsi,

$$M_2^0 = M_2^2 \cos^2 i, \quad (\text{V.47})$$

$$M_2^2 = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} F(r) 2\pi r^3 dr. \quad (\text{V.48})$$

Pour terminer le calcul, il nous faut écrire

$$F(r) = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp \left[c_2 / (\lambda K r^{-q}) \right] - 1}, \quad (\text{V.49})$$

où c_1 et c_2 . Ce qui nous mène au moment

$$M_2^2 = \frac{c_1 \pi}{\lambda^5} \int_0^{+\infty} \frac{r^3 dr}{\exp \left[c_2 / (\lambda K r^{-q}) \right] - 1}. \quad (\text{V.50})$$

Après changement de variable $u = c_2 / (\lambda K r^{-q})$ dans l'intégrande ci-dessus et regroupement des constantes dans un terme $C(q, K)$, ce moment devient

$$M_2^0 = C(q, K) \lambda^{1/q}. \quad (\text{V.51})$$

En utilisant ce qui précède, l'amplitude de visibilité obtenue avec une ligne de base projetée $(B_x, B_y) = \lambda(u, v)$ s'écrit

$$\begin{aligned} 1 - |V|^2 &= 4\pi^2 C(q, K) \lambda^{2/q} [u^2 + (v \cos i)^2], \\ &= 4\pi^2 C(q, K) \lambda^{2/q-2} [B_x^2 + (B_y \cos i)^2]. \end{aligned} \quad (\text{V.52})$$

En différentiant logarithmiquement, il résulte que

$$q = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{\partial \log(1 - |V|^2)}{\partial \log \lambda}}, \quad (\text{V.53})$$

ce qui pour deux visibilitées V_1 et V_2 , obtenues dans les mêmes conditions aux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , fournit une estimation

$$q = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{\log \left[\frac{(1 - |V_1|^2)}{(1 - |V_2|^2)} \right]}{\log [\lambda_1/\lambda_2]}}. \quad (\text{V.54})$$

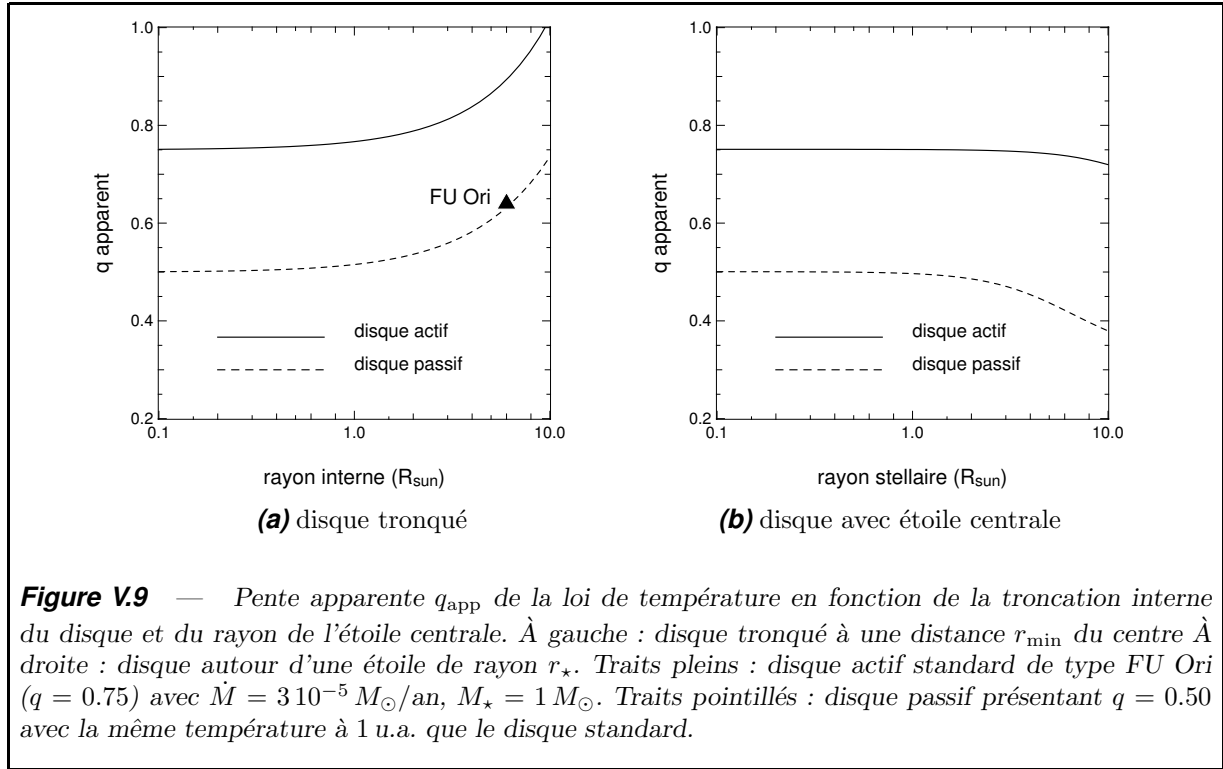
Si l'on dispose de N_λ de longueurs d'onde, il est alors possible, par une méthode similaire, de déduire $N_\lambda - 1$ paramètres du profil de température, par exemple des exposants locaux, sachant que les différentes longueurs d'onde sont sensibles à des parties différentes du disque. On appelle cela imagerie paramétrique : moyennant l'hypothèse d'un rayonnement de corps noir et une symétrie cylindrique, on reconstitue le profil $T(r)$. Il s'agit d'une illustration de la section V.1.3, où nous avons montré que l'approche multi-fréquentielle peut permettre de reconstituer une image.

Dans le cas de FU Ori, étudié par Malbet & Berger (2002), les longueurs d'onde sont $\lambda_H = 1.65 \mu\text{m}$ et $\lambda_K = 2.19 \mu\text{m}$ et les visibilitées correspondantes $V_H = 0.81 \pm 0.05$ et $V_K = 0.74 \pm 0.05$, de sorte que

$$q_{\text{FU Ori}} = 0.64 \pm 0.19 \quad (\text{V.55})$$

Le résultat est imprécis en raison des incertitudes importantes sur les visibilitées. En particulier, il est compatible avec le scénario du disque actif où $q = 0.75$ et celui du disque passif où $q \approx 0.5$. Or, ces incertitudes sont liées à une oscillation rapide de la visibilité avec la ligne de base, que Malbet & Berger (2002) modélisent par la présence d'une source ponctuelle dans le disque. Un traitement plus précis prenant cette source additionnelle permettrait très probablement d'avoir une meilleure estimation de q .

Il faut aussi tempérer l'apparente simplicité du résultat ci-dessus. Valable si l'on veut modéliser l'objet par un disque autosimilaire infini, il risque d'être modifié si nous ajoutons une troncation du disque. Le bord externe du disque, à quelques centaines d'unités astronomiques n'est pas en cause, car le disque y présente un flux négligeable dans l'optique, mais le trou en son centre n'est pas *a priori* sans conséquence : bien que généralement non résolu, il contribue de manière non négligeable au flux du disque autosimilaire. La figure V.9a page ci-contre présente, pour un disque actif de type FU Ori et un disque passif présentant un flux similaire, la valeur apparente q_{app} de l'exposant du profil radial de température, déduite de la formule (V.54), en fonction du rayon interne du disque. Pour une troncation typique à quelques rayons solaires, l'influence sur q est de l'ordre de 0.05



à 0.2. Il convient donc de prendre avec prudence les estimations de profil de température lorsqu'elles sont fondées sur des modèles empiriques. Dans le cas de FU Ori, une troncation du disque à 4–6 rayons solaires semble raisonnable, de sorte qu'après correction

$$q_{FU \text{ Ori}} \approx 0.48 \pm 0.20 \quad (V.56)$$

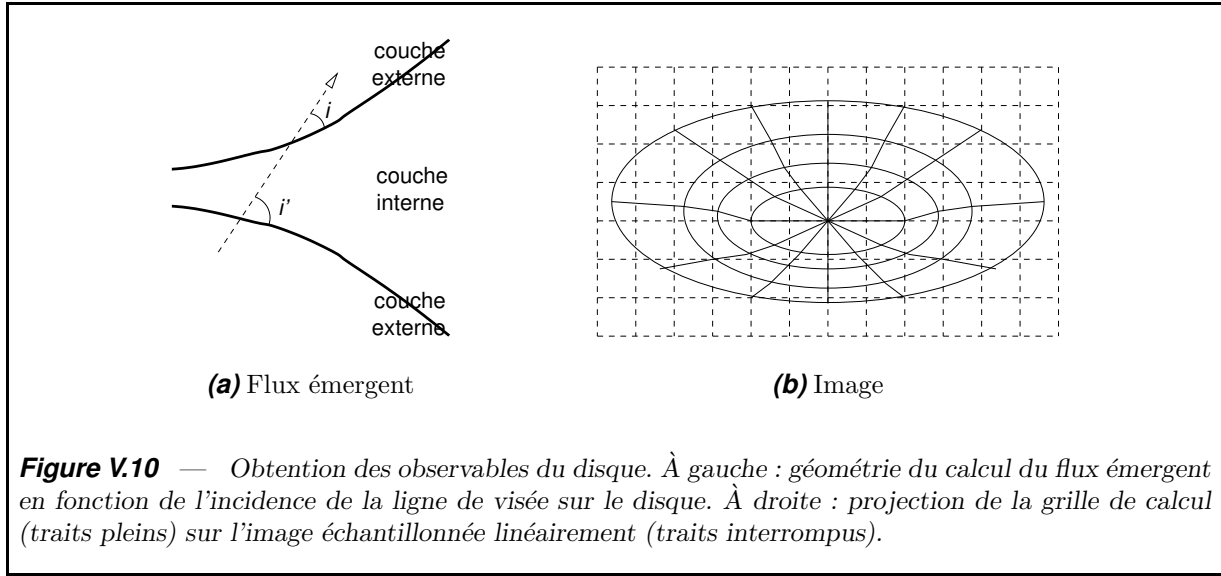
Après plus mûr examen, FU Ori semble échapper à la loi de température des disques actifs, parmi lesquels son taux d'accrétion et son spectre en infrarouge proche semblaient le classer.

La présence de l'étoile centrale pourrait également fausser la valeur de q , mais dans le cas de FU Ori, où le disque domine largement le flux stellaire, cela importe peu (figure V.9b). *A contrario*, ce phénomène peut être primordial pour un disque T Tauri typique.

V.2 Méthode d'obtention des observables à partir de la structure du disque

Tant pour l'image que le spectre, le disque, déjà divisé en cylindres, concentriques s'est vu découpé en secteurs angulaires. En effet, sous l'action combinée de l'inclinaison et de l'évasement, ces secteurs sont vus sous des angles différents, voire pas du tout. Un calcul de flux émergent est donc nécessaire pour chacun.

La première étape consiste à déterminer ledit flux émergent en une position (r, θ) . Dans le code de structure à deux couches, le flux diffusé F_{λ}^s , le rayonnement F_{λ}^e provenant



de la couche externe et celui F_{λ}^i de la couche interne sont donnés par

$$F_{\lambda}^i = \left(1 - e^{-2\tau_{\lambda}^i/\cos i}\right) e^{-\tau_{\lambda}^e/\cos i} B_{\lambda}(T_{\text{phot}}(i)), \quad (\text{V.57})$$

$$F_{\lambda}^e = \left[\left(1 - e^{-\tau_{\lambda}^e/\cos i}\right) + \left(1 - e^{-\tau_{\lambda}^e/\cos i'}\right) e^{-2\tau_{\lambda}^i/\cos i}\right] B_{\lambda}(T_e), \quad (\text{V.58})$$

$$F_{\lambda}^s = \frac{\mathcal{A} \sin(\varphi)}{2} \left(\frac{r_*}{r}\right)^2 B_{\lambda}(T_*), \quad (\text{V.59})$$

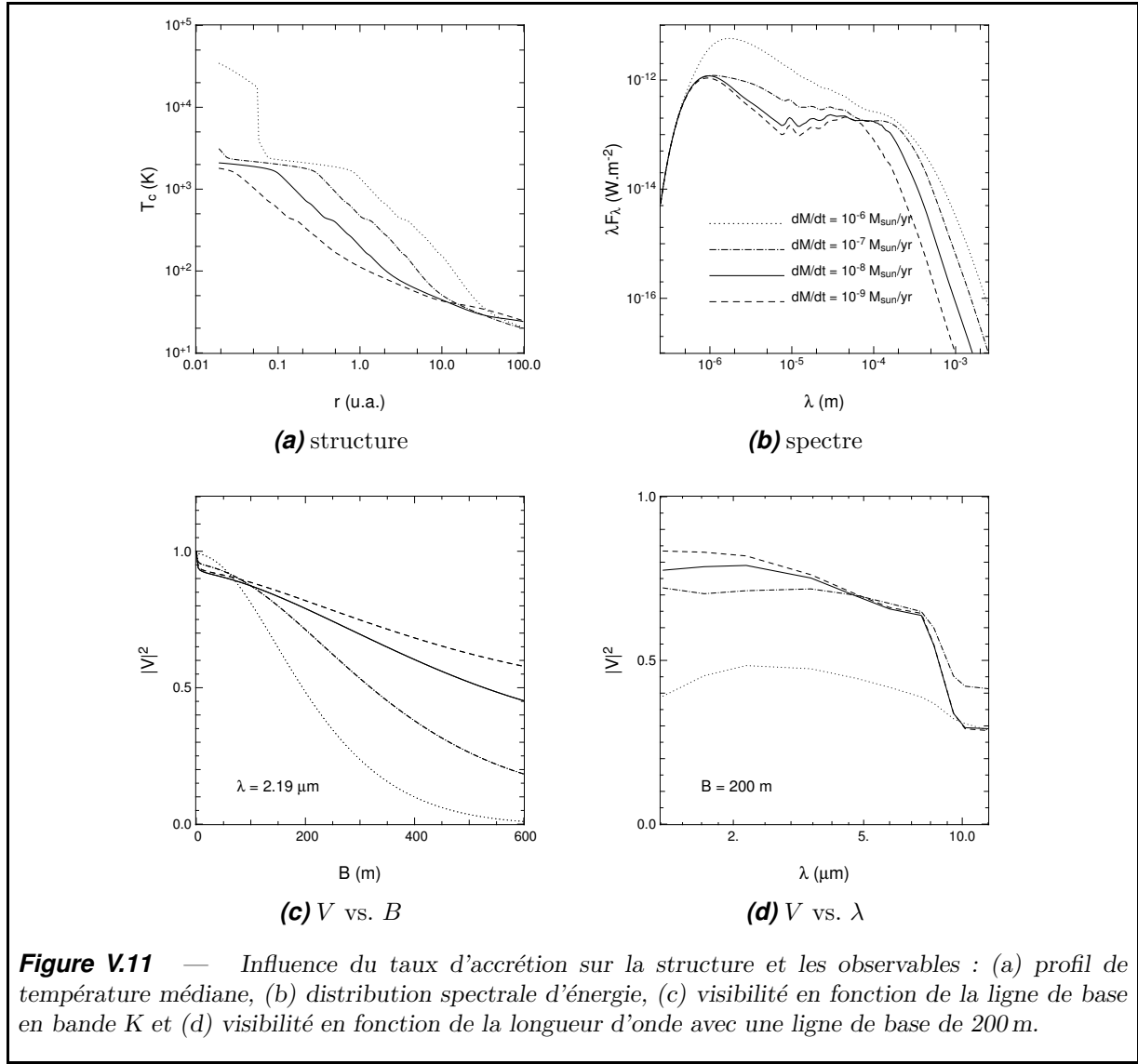
où, toutes notations égales par ailleurs, i représente l'incidence de la ligne de visée sur la surface visible du disque, i' celle sur la surface opposée, comme indiqué figure V.10a, et $T_{\text{phot}}(i)$ la température de la zone de profondeur optique $\cos i$.

L'obtention du spectre est alors immédiate par sommation des différents secteurs angulaires. L'image est plus difficile à calculer : la grille de calcul, logarithmique en rayon, doit être projetée sur une grille linéaire (voir figure V.10b), en prenant garde à ne pas perdre ou déplacer de flux. Nous avons décidé d'approcher les secteurs angulaires par des quadrilatères et d'établir un calcul de projection exact de ces polygones. Nous avons vérifié *a posteriori* que le flux de l'image était bien conservé.

Pour déduire les visibilitées, nous aurions pu calculer l'image et en déterminer directement la transformée de Fourier. Mais la prise en compte des premiers rayons du disque, résolus avec des lignes de base de l'ordre de 500 m et du flux diffusé à grande échelle nous eussent obligé à considérer un échantillonnage allant d'un rayon stellaire à quelques centaines d'unités astronomiques, à calculer une image de taille typique $10\,000 \times 10\,000$. Au lieu de cela, nous avons scindé le disque en deux parties :

- (i) les parties centrales stockées dans une image I de taille caractéristique 500×500 et de dimension angulaire θ . Cette dimension est choisie de sorte qu'un objet de taille θ soit résolu aux lignes de base minimales considérées, à savoir 10 m.
- (ii) les zones éloignées représentées par leur flux intégré F_{ext} . En raison de (i), ce flux est résolu pour une ligne de base supérieure à 10 m.

La visibilité a été calculée en supposant que les zones externes sont totalement résolues pour



$\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ et contribuant à abaisser la visibilité :

$$V(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{u} = \mathbf{0}, \\ \tilde{I}(\mathbf{u}) / [\tilde{I}(\mathbf{0}) + F_{\text{ext}}] & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{V.60})$$

Notons que le flux du disque interne est $\tilde{I}(\mathbf{0})$, ce qui rapproche l'expression ci-dessus de l'équation (V.38) pour une base \mathbf{u} non nulle.

V.3 Influence des paramètres du disque

Les figures V.11–V.14 présentent l'influence du taux d'accrétion \dot{M} , du paramètre de viscosité α , de l'albédo \mathcal{A} et du rayon interne du disque r_{min} sur la structure, le spectre et les visibilités d'un disque d'accrétion. Les autres paramètres du disque sont ceux du disque-étalon présentés dans le tableau IV.2. Pour le calcul des observables, nous avons considéré un disque vu de face placé à la distance des régions de formation stellaire les plus proches (150 pc).

V.3.1 Taux d'accrétion

Lorsque le taux d'accrétion croît (figure V.11), la température médiane augmente, mais ce n'est pas cette quantité physique qui intervient principalement pour le calcul des observables. Nous pouvons noter que le flux en proche infrarouge croît rapidement avec \dot{M} pour des taux d'accrétion élevés ($\dot{M} \gtrsim 10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$), parce que la température de surface, alors dominée par le flux visqueux, augmente proportionnellement à celle-ci. En revanche, pour les taux d'accrétion faibles ($\dot{M} \lesssim 10^{-8} M_{\odot}/\text{an}$), la différence est peu notable en proche infrarouge, car le flux est dominé par le *reprocessing*. La différence résiduelle est liée à la plus faible épaisseur géométrique du disque aux bas taux d'accrétion : la quantité de lumière interceptée par le disque est alors moindre. Dans le domaine submillimétrique, toutefois, l'influence de \dot{M} est patente à toutes les valeurs du taux d'accrétion : les zones contribuant à ces longueurs d'onde sont optiquement fines et le flux est *grosso modo* proportionnel à la quantité de matière, $\Sigma \propto \dot{M}$. Une autre caractéristique est la diminution de la raie des silicates à $10\mu\text{m}$ lorsque le taux d'accrétion devient élevé : liée au chauffage de la couche externe par l'étoile, elle s'amenuise au fur et à mesure de la diminution de l'importance du flux stellaire.

Aux grandes lignes de base ($u \geq 50\text{ m en K}$) la visibilité chute avec le taux d'accrétion car le disque, plus chaud, a une taille apparente supérieure. Aux petites lignes de base, le contraire se produit de manière surprenante à première vue. Le flux thermique du disque est alors peu résolu, de sorte que la baisse de visibilité est essentiellement imputable au flux diffusé : celui-ci est peu dépendant de \dot{M} , car il ne dépend que de l'albédo et de l'épaisseur du disque, alors que le flux thermique augmente très vite avec l'accrétion pour $\dot{M} \gtrsim 10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$. Il en résulte que la contribution du flux diffusé chute et que, par voie de conséquence, la visibilité se rapproche de l'unité. Pour $\dot{M} \lesssim 10^{-8} M_{\odot}/\text{an}$, le flux thermique du disque est essentiellement dû à l'éclairement par l'étoile ; il est proportionnel au flux diffusé. Par voie de conséquence, la visibilité ne varie presque pas avec le taux d'accrétion.

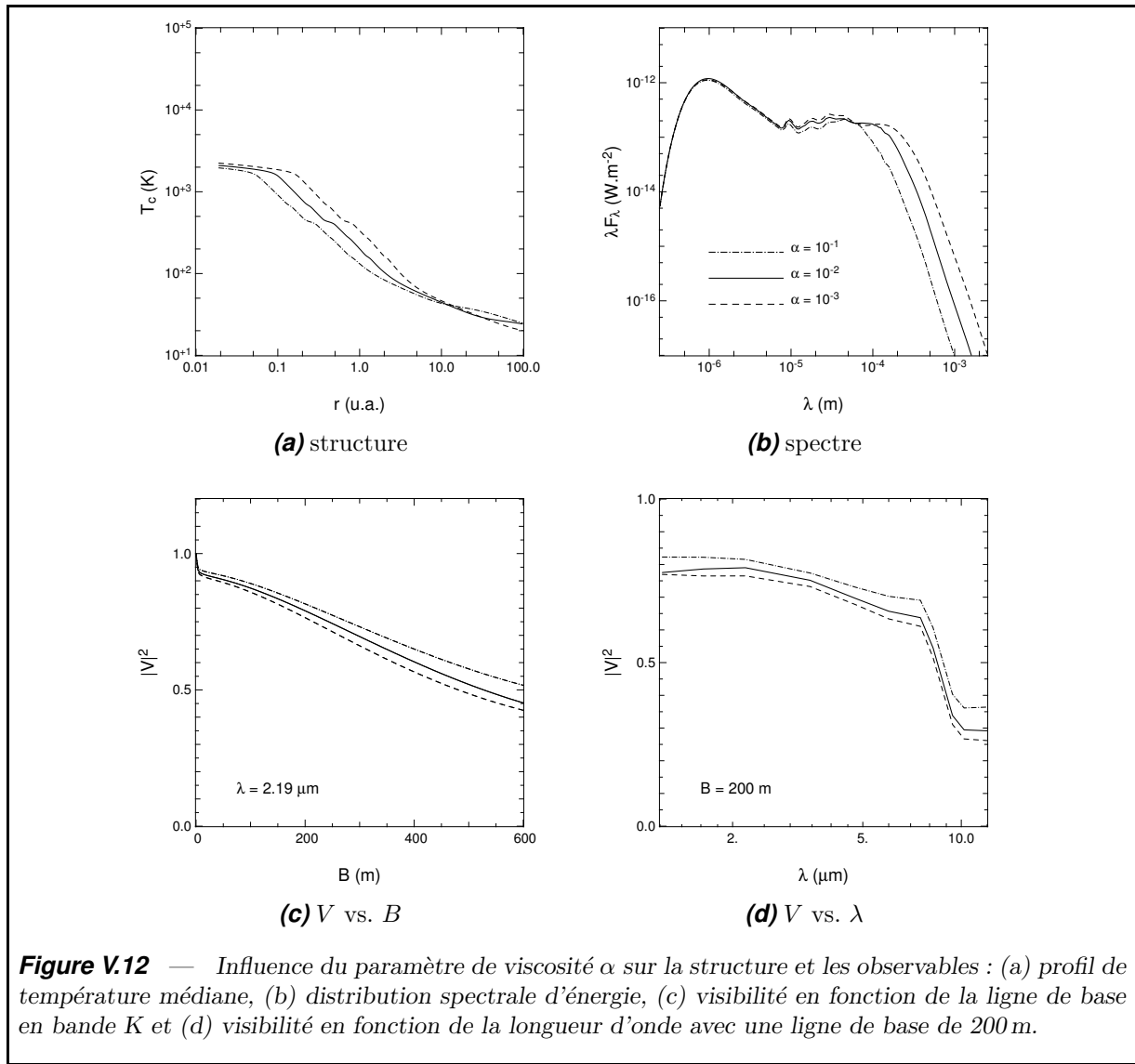
Le comportement de la visibilité avec la ligne de base est également révélateur. Le disque présente une chute abrupte aux abords de la raie des silicates à $10\mu\text{m}$: on peut voir la visibilité du flux thermique comme une moyenne de celles de la couche externe V_{λ}^e et de celle de la couche interne V_{λ}^i , car les deux distributions de flux ont même photocentre et présentent des visibilité à valeur réelle, en raison de la symétrie du disque vue de face. Autrement dit :

$$V_{\lambda} = (F_{\lambda}^i/F_{\lambda})V_{\lambda}^i + (F_{\lambda}^e/F_{\lambda})V_{\lambda}^e. \quad (\text{V.61})$$

V_{λ}^i et V_{λ}^e ont un comportement relativement lisse ; aux abords de $10\mu\text{m}$, c'est la variation brusque de F_{λ}^e qui explique une large part de celle de V_{λ} . En effet, à l'approche de la *feature* des silicates, F_{λ}^e augmente de manière importante, de sorte que $V_{\lambda} \rightarrow V_{\lambda}^e$. Comme la couche externe, plus chaude, a une taille apparente plus grande, a $V_{\lambda}^e < V_{\lambda}^i$, de sorte que nous obtenons une chute de V vers V_{λ}^e .

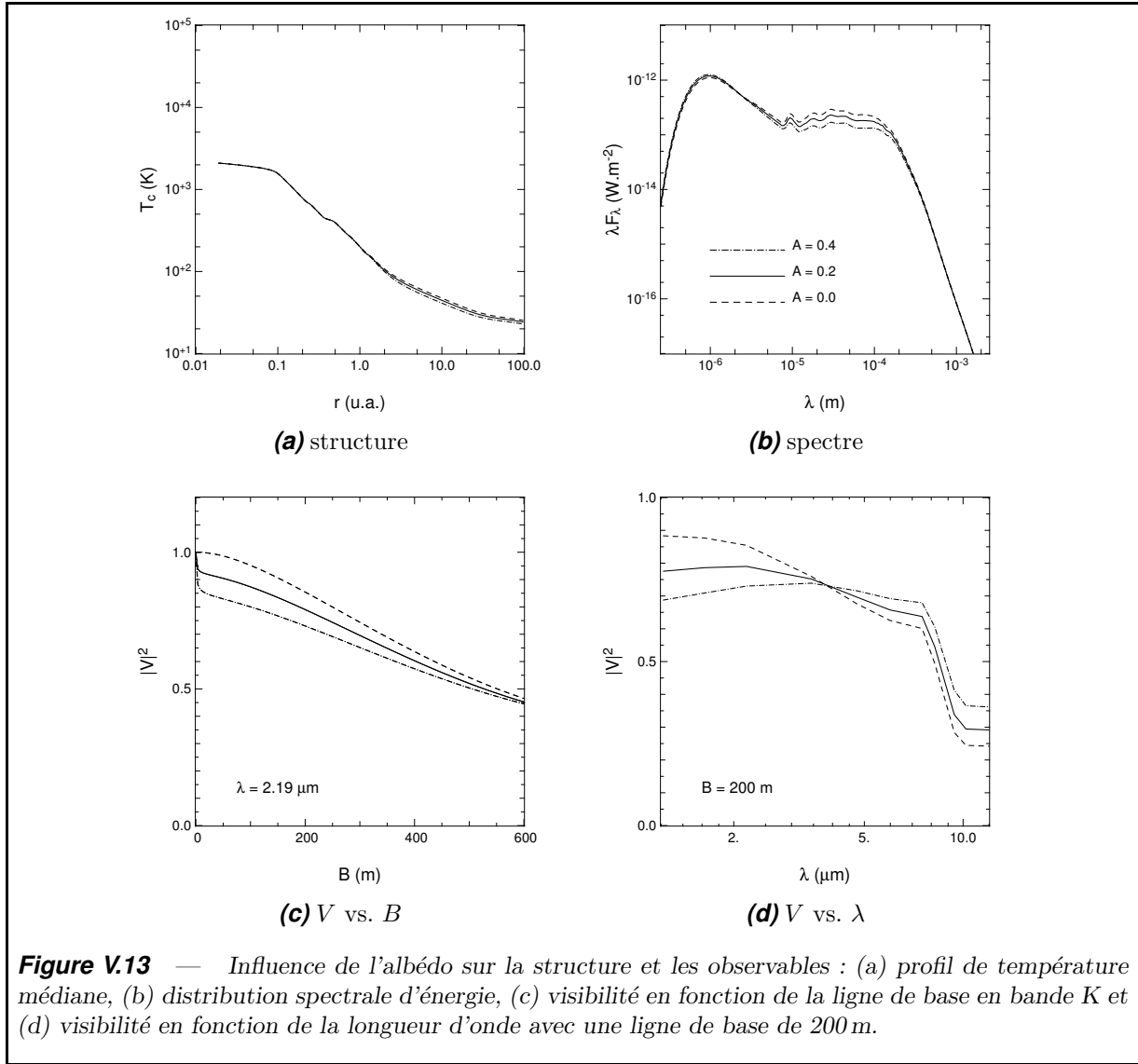
V.3.2 Paramètre de viscosité

La figure V.12 résume l'influence du paramètre de viscosité α sur la structure et les observables du disque.



Lorsque le paramètre de viscosité α augmente, moins de matière est nécessaire pour assurer une dissipation visqueuse identique — nous nous plaçons à taux d'accrétion constant. De ce fait, l'épaisseur optique du disque diminue, et la température médiane chute dans les régions internes où $\tau_R \gg 1$. *A contrario*, elle peut être légèrement plus grande pour α élevé dans les régions externes, car cette augmentation du paramètre de viscosité induit une déplétion de matière et une plus grande finesse optique. En termes de distribution spectrale d'énergie l'influence sur l'infrarouge proche est nulle et seules les longueurs d'onde supérieures à $15\mu\text{m}$ peuvent être significativement altérées : un paramètre de viscosité plus élevé donnant un disque avec moins de matière, l'épaisseur géométrique \mathcal{H} diminue et donne un disque légèrement moins éclairées. Le flux submillimétrique, émis principalement par les zones optiquement fines, est directement affecté par la densité de surface, et suit $\Sigma \propto \alpha^{-1}$.

La différence en termes de visibilités s'explique par la différence d'épaisseur géométrique du disque : le disque s'amincit avec l'augmentation de α , recevant de ce fait moins de lumière stellaire. Il en résulte, d'une part, que le disque est moins chaud et présente une visibilité plus élevée et, d'autre part, que le flux diffusé est moins important, ce qui diminue la chute de visibilité à l'origine. Aux faibles lignes de base ($B < 50\text{ m}$ en K), le



paramètre α influe tellement peu sur les visibilités qu'une mise en évidence observationnelle relève de la science-fiction. Pour des lignes de bases hectométriques, cette différence devient mesurable.

V.3.3 Albédo moyen de la surface du disque

L'influence de l'albédo moyen de la surface du disque est représentée figure V.13.

Lorsque l'albédo augmente, le flux absorbé par le disque diminue. En conséquence, la température médiane — et la température de surface — baisse. Cela est visible dans les régions externes du disque où l'irradiation par l'étoile est le processus de chauffage dominant. En termes spectraux, on peut noter une légère différence dans le visible, en raison de l'augmentation avec \mathcal{A} du flux diffusé, bien que deux phénomènes contraires aient lieu : d'une part l'efficacité de diffusion augmente, mais d'autre part, le disque externe, moins chaud, est géométriquement plus mince et récupère moins de lumière stellaire. Le spectre en infrarouge proche est inchangé, car dominé par le flux visqueux, indépendant

du phénomène de diffusion. Les flux infrarouges moyen et lointain diminuent avec l'albédo parce que le disque devient plus froid. En millimétrique, partie du spectre essentiellement dominée par les parties externes et quasiment thermalisées avec le milieu ambiant, il n'y a pas de différence notable.

La signature interférométrique de l'albédo est particulièrement intéressante. En présence de diffusion, la visibilité chute très rapidement aux petites lignes de base, car le flux diffusé, représentant à peu près 5% du flux total, est facilement résolu. Cette chute est d'autant plus élevée que l'albédo l'est ; elle constitue une contrainte très efficace sur la quantité de lumière stellaire diffusée par le disque, car elle ne dépend que de cette quantité et du flux total. En reprenant l'équation (V.38) de la section V.1.5, nous obtenons :

$$V_\lambda(u) \sim 1 - F_\lambda^s/F_\lambda, \quad \text{pour } u \rightarrow 0^+. \quad (\text{V.62})$$

Aux lignes de base hectométriques, la différence tend à s'amenuiser. En effet, la forte chute à l'origine liée à l'albédo élevé est compensé par un disque plus froid, c'est-à-dire un flux thermique moins résolu.

La dépendance de la visibilité avec la longueur d'onde a un profil très sensible à l'albédo. L'influence de l'albédo sur les visibilité est liée à l'importance relative de deux phénomènes, le flux diffusé et la température du disque, importance qui varie continûment avec λ . Dans l'infrarouge proche (1–4 μm), la visibilité chute quand \mathcal{A} augmente en raison du flux de diffusion plus important. En revanche, la visibilité en infrarouge moyen (5–8 μm) augmente avec \mathcal{A} parce que le disque est alors plus froid et de taille apparente moins élevée, le flux de diffusion devenant négligeable à ces longueurs d'onde. Il en résulte que la pente de V_λ augmente (en valeur algébrique) avec l'albédo.

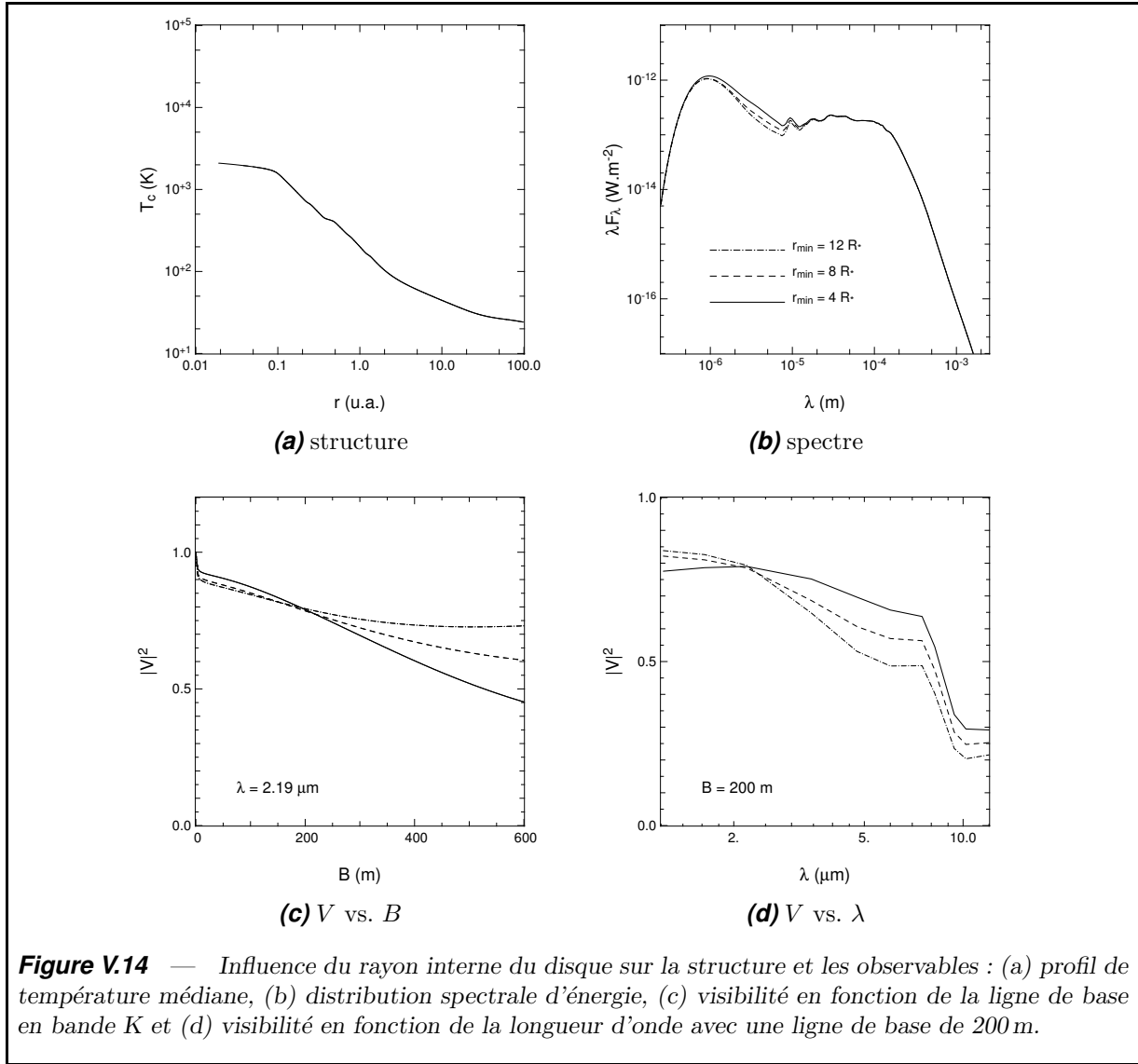
V.3.4 Rayon interne du disque

La position du bord interne du disque a également une influence notable sur les observables (figure V.14).

D'un point de vue spectral, une troncation plus importante induit un déficit de flux provenant des régions chaudes ; il en résulte une déficience dans l'infrarouge proche. Les autres parties du spectre demeurent inchangées.

L'influence sur les visibilité est plus délicate à comprendre. Aux faibles lignes de base, le disque interne n'est pas résolu, de sorte que la troncation consiste à retrancher du flux non résolu, et à augmenter la contribution du flux résolu provenant des parties externes, essentiellement à cause de la diffusion. La visibilité diminue ainsi avec le rayon interne. Aux grandes lignes de base ($u \geq 200 \text{ m en K}$), la troncation retranche au flux stellaire non résolu le flux marginalement résolu du disque interne ; il en résulte que la visibilité augmente avec r_{\min} .

Les faibles longueurs d'onde résolvent bien le disque interne, de sorte que la troncation retranche du flux résolu. Il en résulte que la visibilité augmente avec r_{\min} . *A contrario*, les grandes longueurs d'onde résolvent mal le disque interne et la troncation consiste à retrancher du flux non résolu, et V diminue avec r_{\min} . Aussi le profil de V_λ devient-il plus pentu pour un rayon interne plus élevé.



V.3.5 Contraintes observationnelles sur les modèles

Nous venons de voir que les visibilités apportent des contraintes assez fortes sur l'albédo et le taux d'accrétion. Une des clefs garantissant de bonnes prédictions est d'obtenir des visibilités à différentes longueurs d'onde, ce qui confirme l'étude de la section V.1.3.

En revanche, il reste difficile de donner des règles empiriques donnant la valeur de ces paramètres en fonction de la forme générale des spectres ou des courbes de visibilités : par exemple, la pente de V_λ dépend à la fois du taux d'accrétion, de l'albédo et du rayon interne.

Il faut également souligner que l'analyse a été menée avec l'hypothèse d'un interféromètre à grand champ (1''), englobant l'ensemble du disque. C'est le cas, par exemple, avec PTI ou IOTA, mais ceux à venir, comme le VLTI ou le KI, ont un champ réduit à quelques centièmes de seconde d'arc. Il en résulte qu'une grande partie du flux diffusé peut passer à la trappe. Les conséquences en termes d'observables sont une diminution de la chute de visibilité à l'origine et de la variation de la pente de V_λ avec les paramètres. Il est donc nécessaire de bien modéliser la réponse de l'interféromètre, d'une part, et, d'autre part, de

Table V.1 — Paramètres du modèle à deux couches ajustant les observations. Pour T Tau N, les ajustement séparés pour la distribution spectrale d'énergie (spectre) et les visibilités (V) sont donnés séparément.

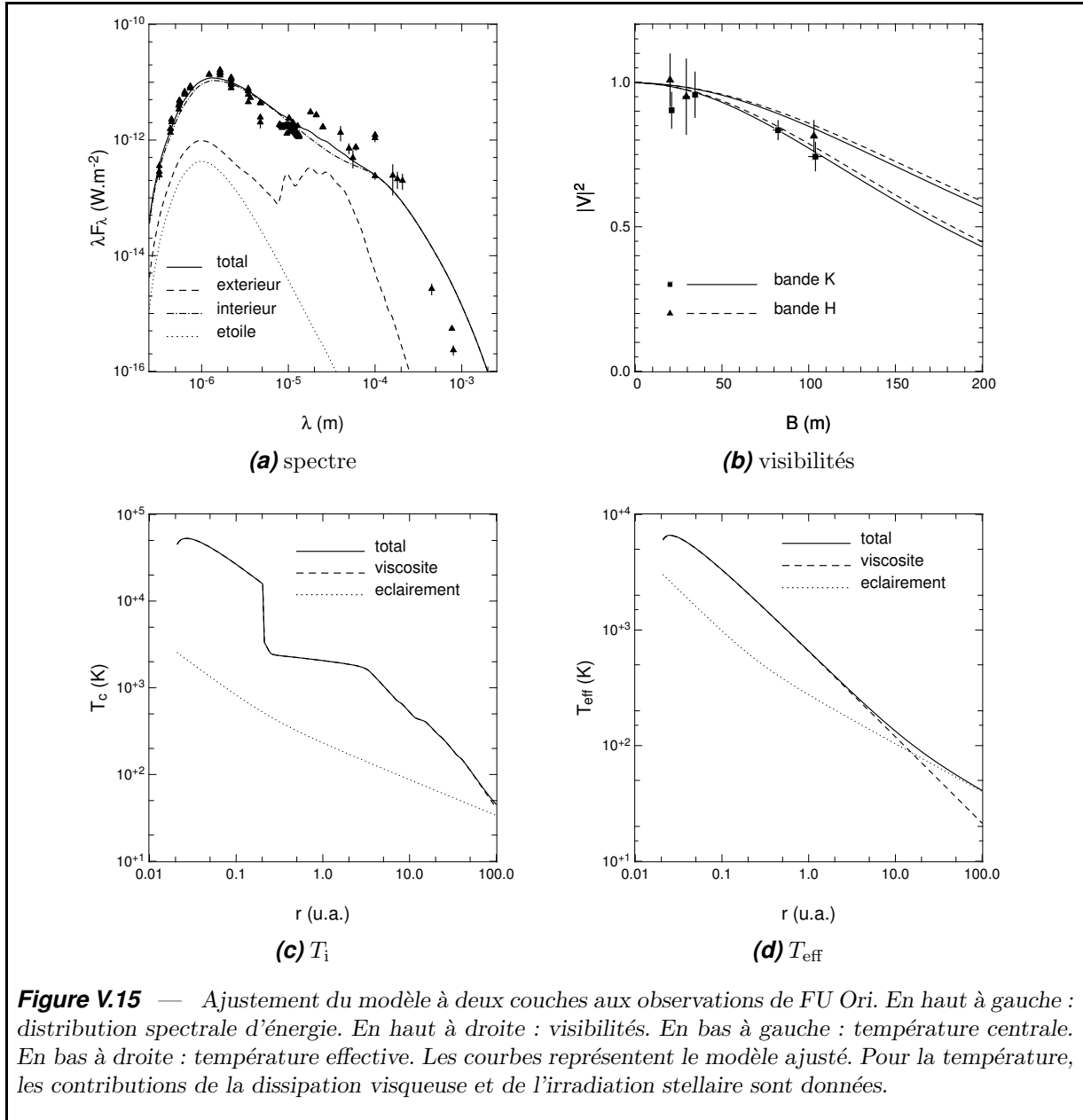
	SU Aur	FU Ori	T Tau N (spectre)	T Tau N (V)
r_* (R_\odot)	3.1	4.0 ^a	3.5	3.8 ^d
r_{\min} (R_\odot)	8.2	4.4	3.6	18.0 ^d
r_{\max} (AU)	200 ^a	150 ^b	80 ^a	80 ^a
M_* (M_\odot)	2.2	1.0	2.0	2.0 ^d
\dot{M} (M_\odot/an)	2.0×10^{-7}	4.0×10^{-5}	1.4×10^{-7} ^c	8.0×10^{-7} ^d
T_* (K)	5600	5000 ^a	4600	4700 ^d
i ($^\circ$)	40	40	0	0 ^d
A_V (mag)	0.85	1.4	0.8	0.8 ^a
\mathcal{A}	0.3	0.2 ^a	0.3 ^c	0.2 ^d
α	2×10^{-4} ^b	1×10^{-1} ^b	1×10^{-3} ^a	1×10^{-2} ^{b d}
a : paramètre non contraint				
b : paramètre faiblement contraint				
c : $(1 - \mathcal{A})\dot{M}$ contraint				
d : paramètres contraints ensemble, mais pas séparément				

garder à l'esprit que plus le champ est réduit, moins les signatures observationnelles liées à la diffusion — directement ou indirectement — seront visibles et de ce fait contraignantes.

V.4 Interprétation des observations

Depuis le modèle de disque de Shakura & Sunyaev (1973), la plupart des auteurs ont tenté de confronter les théories aux distributions spectrales d'énergie. L'avènement de l'interférométrie a permis pour la première fois de mesurer l'extension spatiale du rayonnement thermique infrarouge autour des étoiles jeunes. Cependant, seuls des modèles empiriques, décrivant un profil radial de température en loi de puissance, ont été ajustés aux visibilités pour des étoiles de faible masse. Malbet & Berger (2002) ajustent avec succès un disque présentant une distribution de température $T(r) \propto r^{-0.4}$ aux observations interférométriques de PTI et IOTA obtenues en H et K sur FU Ori, mais constatent une incohérence avec le spectre en proche infrarouge ; Akeson et coll. (2000, 2002) dérivent également de tels ajustements pour quelques objets stellaires jeunes et concluent aussi à une incompatibilité entre observables interférométriques et spectres dans le cadre du modèle standard.

Dans cette section, nous proposons des ajustements du modèle à deux couches pour trois étoiles de faible masses pour lesquelles données interférométriques et spectres sont disponibles : FU Orionis, SU Aurigae et T Tauri. Les paramètres de ces ajustements sont présentés dans la table V.1.



V.4.1 FU Orionis

FU Ori fit une entrée en scène remarquée avec un sursaut de luminosité de 5 magnitudes observé par Wachmann à la fin des années 1930. L'explication de Herbig d'une étoile jeune connaissant une transition rapide fut corroborée lorsque V 1057 Cyg, étoile T Tauri identifiée par Herbig (1958), connut un sursaut similaire au tournant des années soixante-dix (Welin, 1971). Aujourd'hui, il est communément accepté que les étoiles de type FU Orionis sont entourées d'un disque d'accrétion massif non stationnaire (*e.g.* Bell & Lin, 1994) et présentent une accrétion très importante. Nous faisons cependant l'hypothèse de stationnarité.

Le modèle à deux couches est compatible avec les observations de FU Ori en ce qui concerne le spectre visible et proche infrarouge, ainsi qu'avec les visibilités. La figure V.15 présente l'ajustement effectué et les prédictions en terme de températures caractéristiques

dans le disque. Le fait saillant est le taux d'accrétion élevé de $3 \times 10^{-5} M_{\odot}/\text{an}$ qui en fait un disque dominé par la dissipation visqueuse en termes de structure (température centrale), de flux bolométrique (température effective) et de spectre (la couche interne domine le flux stellaire de plus de 3 magnitudes ainsi que celui de la couche externe).

Il reste toutefois quelques points d'achoppement entre modèle et observations :

- (i) FU Ori présente une raie en émission à $10 \mu\text{m}$ typique des silicates que le modèle ne reproduit pas.
- (ii) Le spectre en infrarouge lointain présente un excès important par rapport au modèle.
- (iii) Les flux radio mesurés sont près d'un ordre de grandeur inférieurs à ce que nous prévoyons.
- (iv) Le modèle prévoit un écart faible entre les visibilitées en H et K comparé aux observations.

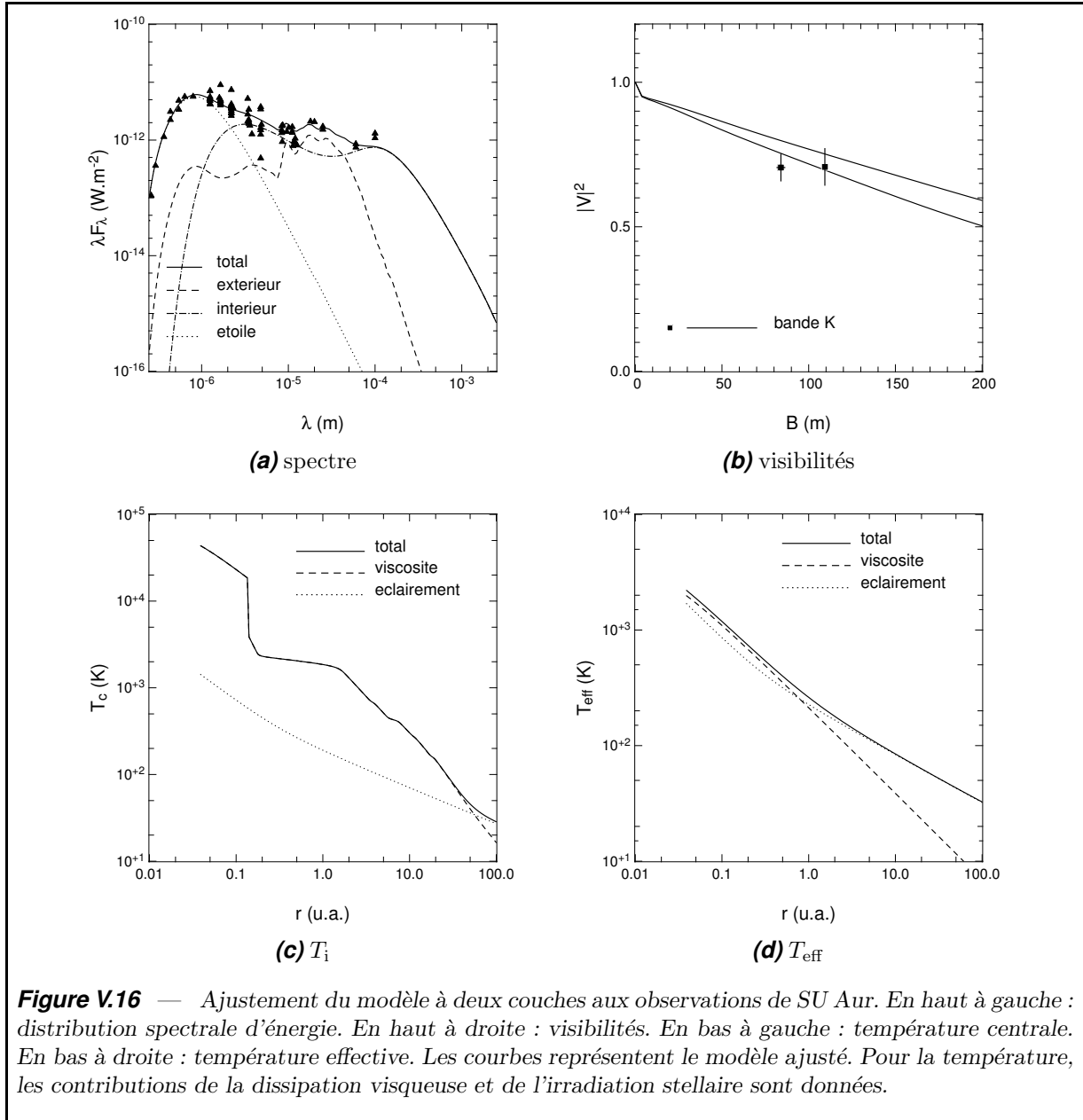
Le point (iv) n'est pas une incompatibilité en raison des incertitudes importantes sur les visibilitées. (Malbet & Berger, 2002) interprètent ces grandes incertitudes par une oscillation rapide de la visibilité avec la ligne de base, ce qui serait lié à une source ponctuelle située dans le disque. Davantage de données et un modèle incluant cette source sont nécessaires si nous voulons creuser plus avant. Avec (iii) nous ne faisons que découvrir la difficulté de prédire les flux radio très dépendants des lois d'opacité. En revanche les points (i,ii) posent un problème majeur : la raie des silicates et la bosse en infrarouge lointain sont typiques des disques dominés par le flux stellaire (voir section V.3.1). Combiné au fait que les visibilitées en H et en K semblent privilégier une loi de température proche de celle d'un disque passif, $T \propto r^{-0.5}$, nous sommes tentés d'introduire un éclaircissement central. Puisque l'étoile ne peut être mise en cause, un phénomène probable est un rétro-chauffage¹ des zones externes par les parties internes du disque. D'autres hypothèses ont été invoquées pour justifier l'excès infrarouge lointain :

- Une enveloppe chauffée par l'étoile (Simon & Dyck, 1977; Adams et coll., 1987) qui aurait également le bon goût d'avoir fourni la matière pour le sursaut d'accrétion. Cette enveloppe permet également de reproduire la raie des silicates (Kenyon & Hartmann, 1991).
- Un chauffage des parties externes par instabilité gravitationnelle (Lodato & Bertin, 2001). Cette hypothèse, malheureusement, n'explique pas la raie des silicates, car ce chauffage concentré dans les zones denses du plan médian n'a aucune raison de produire une inversion de température à la surface du disque nécessaire à l'observation d'une raie en émission.

V.4.2 SU Aurigae

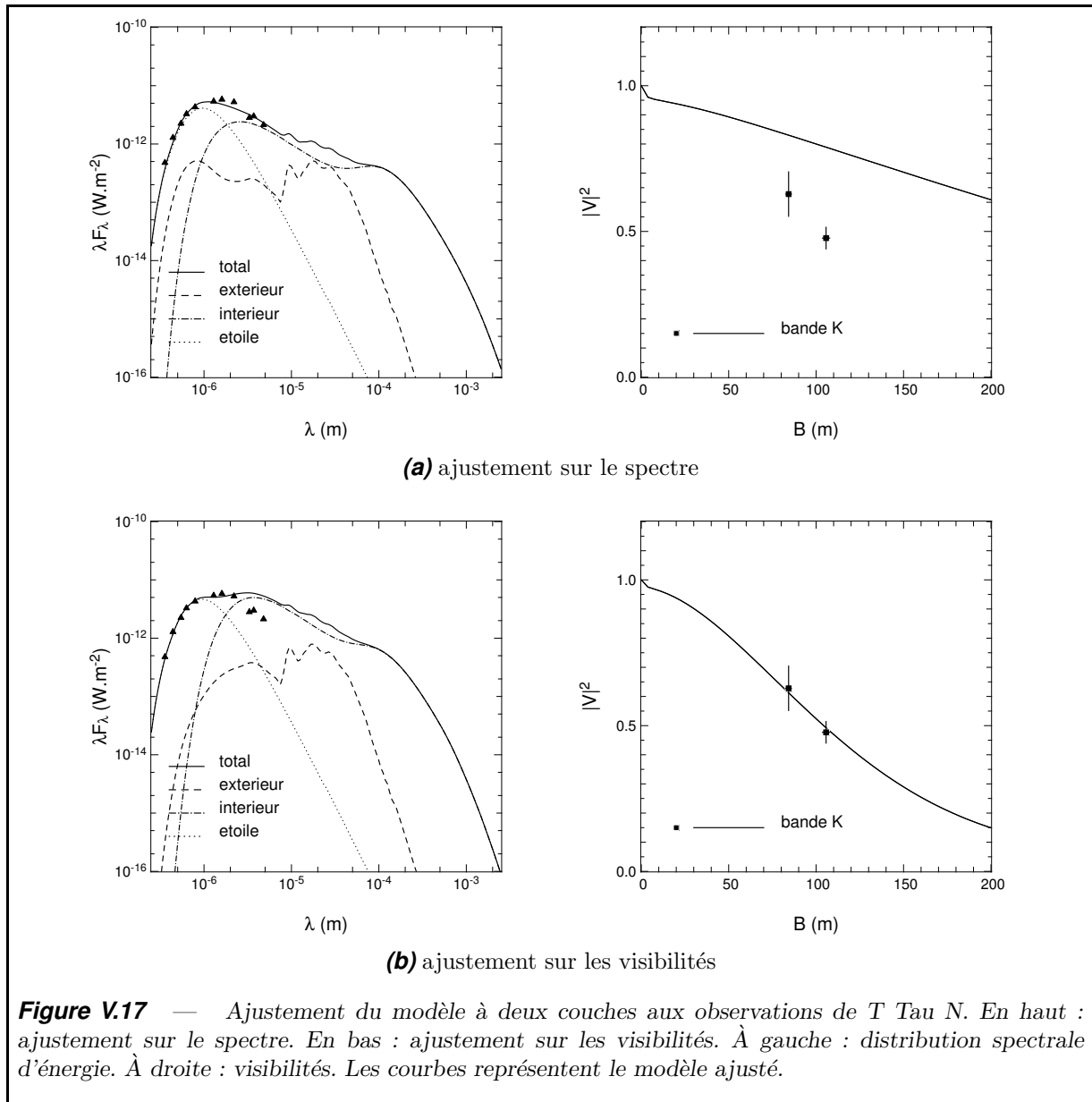
SU Aur est une étoile de type T Tauri, que le modèle à deux couches reproduit de manière correcte (voir figure V.16 page suivante). Le modèle prédit un disque avec une accrétion intermédiaire ($\dot{M} \approx 2 \times 10^{-7} M_{\odot}/\text{an}$), dont la structure est dominée par la dissipation visqueuse sur les premières unités astronomiques. Un ajustement du spectre

¹Ce scénario est écarté par Kenyon & Hartmann (1991) mais sur un argument insuffisant : les auteurs trouvent une température effective de rétro-chauffage trop faible pour justifier le spectre, mais la prise en compte d'une couche de surface surchauffée n'est pas abordée.



similaire avec un disque interne allant jusqu'à l'étoile et un taux d'accrétion plus faible est également possible, mais il témoigne moins fidèlement des visibilités. En termes de flux émergent, chauffage visqueux et irradiation sont du même ordre de grandeur sur l'intérieur du disque, et cette dernière l'emporte dans les régions internes. (Voir la température effective sur la figure V.16.) Aussi le disque ne peut-il être considéré ni comme actif, ni comme passif, quelle que soit la partie étudiée.

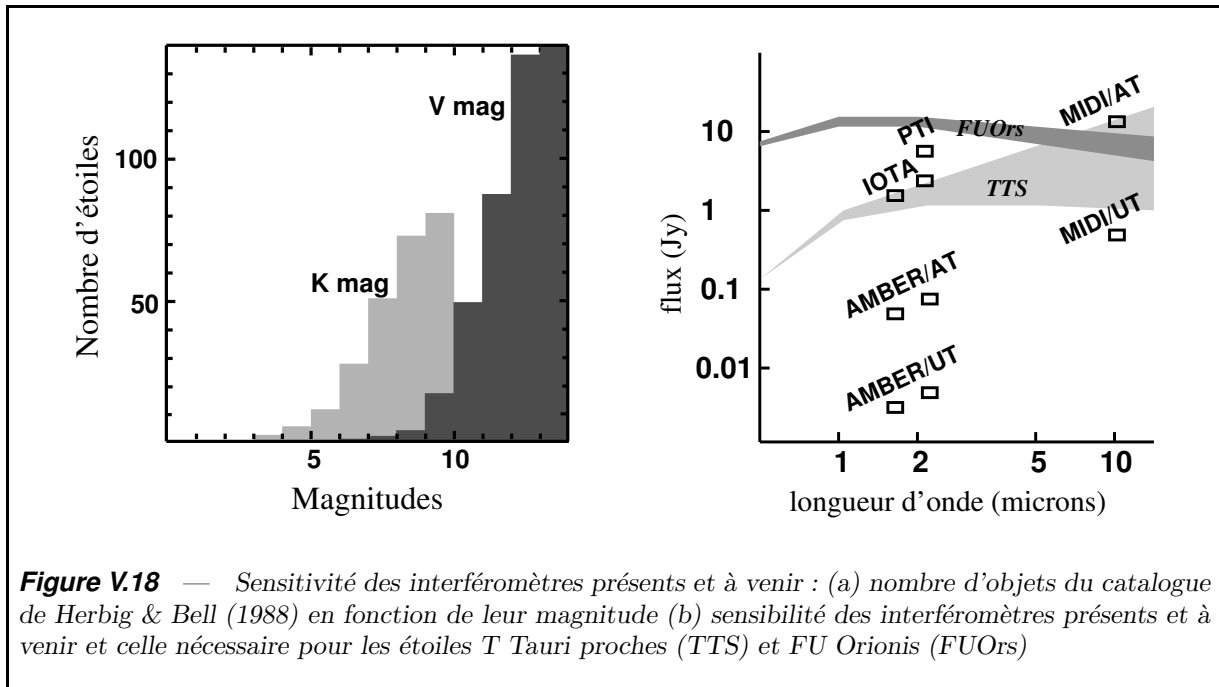
Bien que l'ajustement soit globalement satisfaisant, le disque est résolu de manière similaire à 75 m et 105 m, ce que le modèle a du mal à reproduire fidèlement, bien que les incertitudes ne permettent pas de conclure de manière définitive. Nous pourrions penser à une forte inclinaison du disque, responsable d'une taille apparente dépendante de la direction de la ligne de base, mais les mesures sont effectuées avec la même orientation, excluant de fait cette possibilité. Nous n'avons pas d'idée précise sur le phénomène pouvant expliquer ce comportement.



V.4.3 T Tauri

T Tau, le paradigme des étoiles jeunes de faible masse, n'est pas un objet d'étude aisé ! Il s'agit d'un système triple, dont le compagnon Nord est séparé d'environ $0.5''$ de la binaire sud (Ghez et coll., 1991). Classiquement, sa distribution spectrale d'énergie inclut les trois étoiles, l'excès infrarouge moyen étant très probablement dominé par le compagnon méridional. Nous avons utilisé la photométrie en infrarouge proche de Duchêne et coll. (2002) pour isoler le compagnon nord, mais n'avons aucune information au-delà de $5\mu\text{m}$. Les données interférométriques en K de Akeson et coll. (2000, 2002) sont celles de ce compagnon uniquement.

Nous n'avons pas été capables de trouver un ajustement satisfaisant du modèle à deux couches pour T Tau N malgré le faible nombre de données observationnelles utilisées. La figure V.17 présente un ajustement effectué sur le spectre, prédisant un rayon interne du disque faible et une accrétion modérée, et un ajustement sur les visibilités, prédisant un



rayon interne élevé et une accrétion plus forte. Malgré tout, ce résultat négatif n'est pas particulièrement étonnant, sachant que le disque est probablement fortement perturbé par le compagnon proche. De plus, les observations furent menées avec PTI, au champ de vue d'une seconde, puis corrigées du flux du compagnon sud ; des problèmes dans la réduction de données ne sont pas à exclure.

V.5 Perspective

Dans cette partie nous nous sommes attachés aux signatures observationnelles des paramètres d'un disque d'accrétion stationnaire. Les faits marquants de l'étude sont :

- L'observation des objets marginalement résolus par interférométrie ne peut permettre, quelque soit le nombre de bases utilisées, de reconstruire une image ou un modèle avec un grand nombre de paramètres, à moins, éventuellement, d'observer à un grand nombre de longueurs d'onde. La solution passe par la construction d'interféromètres avec des lignes de base encore plus grandes, comme le *Optical Hawaiian Array for Nanoradian Astronomy* (OHANA), afin de résoudre l'objet et, en attendant, la combinaison des visibilités avec d'autres observables.
- L'interférométrie apporte une contrainte importante, même avec un ou deux points de visibilités seulement, comme le prouve l'exemple de T Tau N, assez bien décrit par le modèle si nous considérons le spectre seul. Également, nous pouvons contraindre le profil radial de température d'un disque actif de type FU Orionis grâce à un point de visibilité à deux longueurs d'ondes distinctes.
- Pour la première fois, un modèle physique de disque explique (en partie) le spectre et les visibilités pour deux étoiles jeunes, SU Aur et FU Ori.

De progrès notables sont à espérer maintenant que l'interférométrie optique est en plein essor, essentiellement pour deux raisons (Lachaume, 2002) :

- (i) Le gain prévu en sensibilité des interféromètres dans les prochaines années, de l'ordre de 5 à 10 magnitudes, permettra d'observer plusieurs centaines d'étoiles jeunes. Nous pourrions mener, non plus une étude sur quelques cas, mais un travail statistique, permettant de voir quelles hypothèses des modèles de disque sont à modifier et d'isoler les problèmes issus des situations particulières de ceux généralement rencontrés. La figure V.18 page ci-contre présente le nombre d'étoiles jeunes du catalogue de Herbig & Bell (1988) en fonction de leur magnitude. À présent seuls quelques objets de magnitude inférieure à 5 ou 6 en K sont à la portée des instruments, tandis que le VLTI ou le KI devraient être en mesure d'aller au moins jusqu'à 13. Sur la même figure, la sensibilité théorique des interféromètres présents et à venir est comparée à celle nécessaire pour observer les étoiles T Tauri et FU Orionis les plus proches.
- (ii) Le gain en couverture du plan des visibilités, c'est-à-dire le nombre de lignes de bases, devrait également permettre une étude plus approfondie d'objets particuliers comme T Tau ou FU Ori.

Afin de pouvoir utiliser pleinement ces observations, il sera nécessaire de recouper avec d'autres observations, en photométrie optique et infrarouge, mais aussi en termes de flux et d'imagerie millimétrique, d'images optiques à grande échelle, données par l'optique adaptative, et de spectroscopie. Afin d'y parvenir nous comptons améliorer la détermination des observables à partir du modèle à deux couches en nous focalisant sur

- (i) les constantes optiques utilisées dans le calcul du flux. Dans le millimétrique, nous devons nous préoccuper de l'émissivité de la matière et de son opacité de manière plus approfondie. Pour les images à grande échelle, une prise en compte plus réaliste de la diffusion sur la surface du disque est requise. Si l'hypothèse d'albédo moyen n'a pas une influence cruciale dans le calcul de la structure, elle change drastiquement les résultats en termes d'image : la directionnalité de la diffusion peut provoquer des asymétries importantes.
- (ii) le cas des disques vus par la tranche. Le calcul du flux émergent n'est pas prévu pour les traiter, car il suppose que toute la surface du disque est visible. Si ces disques semblent importants, c'est qu'ils permettent de contraindre l'échelle de hauteur, la densité de poussières et la diffusion par les grains Stapelfeldt et coll. (1998)

Un autre tâche à venir est une étude plus détaillée de FU Ori. Les données existantes nous proposent plusieurs pistes, comme nous venons de le voir. En particulier, nous comptons, d'une part, modéliser le rétro-chauffage dans son disque afin d'en tester la pertinence et, d'autre part, faire davantage parler les observations interférométriques.

Conclusion

Ce travail de thèse avait pour but la détermination des conditions physiques dans le disque d'accrétion entourant les étoiles jeunes de faible masse. Je me suis concentré sur la détermination de la structure verticale et la confrontation des prédictions aux observations interférométriques optiques.

Faits marquants

J'ai exploré deux voies conduisant à la détermination de la structure des disques d'accrétion circum-stellaires géométriquement minces :

- (i) D'une part, j'ai déterminé formellement le profil vertical de température en fonction de la profondeur optique dans un cadre général où de multiples sources de chauffage sont présentes. J'ai notamment explicité le cas de la dissipation visqueuse, de l'éclairement par l'étoile et de la prise en compte de manière perturbative du transfert radiatif horizontal, généralement négligé dans les disques fins. J'ai ensuite appliqué ce formalisme au cas des disques d'accrétion actifs avec l'hypothèse d'opacités grises et en avons numériquement déterminé la structure.
- (ii) D'autre part, j'ai développé un modèle de disque à deux couches, plus facile à mettre en œuvre, où la couche externe est directement éclairée par l'étoile et chauffée par la couche interne, et où cette dernière est chauffée par viscosité et par la couche externe. Ce modèle permet une formulation analytique des conditions dans le disque et, malgré sa simplicité, donne une structure fort comparable à celles de modèles numériques plus poussés.

Je me suis ensuite intéressé aux signatures observationnelles de tels disques en termes de distribution spectrale d'énergie et de visibilité optiques, dans le but de contraindre les conditions physiques. J'ai dégagé essentiellement deux points :

- (i) L'interférométrie optique à longue base, qui ne permet pas encore de résoudre totalement le rayonnement thermique des disques, donne une information parcellaire. En particulier, les visibilité d'un objet marginalement résolu ne permettent pas de contraindre suffisamment les modèles si elles sont obtenues à une seule longueur d'onde : tout objet peu résolu reste assimilable, dans le meilleur des cas, à un système de quatre sources ponctuelles. En revanche, l'obtention de mesures à plusieurs longueurs d'onde et l'utilisation de quelques contraintes supplémentaires, comme l'hypothèse d'un rayonnement de corps noir, permettent d'aller plus loin : j'ai montré, l'exemple de FU Orionis à l'appui, que l'on peut alors déduire un profil radial de température avec une seule ligne de base et deux longueurs d'onde.

- (ii) La conjonction de données spectrales et interférométriques permet de contraindre les modèles de disque, quand la distribution spectrale d'énergie et les visibilités n'y parviennent pas isolément : j'ai notamment buté sur l'interprétation des données de T Tauri, alors que le spectre ou les visibilités pris séparément laissent toute latitude pour trouver un ajustement correct du modèle. Je suis parvenu, *a contrario*, à appliquer le modèle de disque à deux couches à SU Aurigae et FU Orionis.

Projets

L'approche que j'ai menée s'étant avérée fructueuse, je compte bien continuer à combiner modélisation et confrontation à l'interférométrie.

Les deux modèles que j'ai développés sont intéressants, le premier parce qu'il apportera une solution auto-cohérente et le second parce qu'il fournit une formulation analytique simple et tout de même réaliste. Je projette d'améliorer ces deux modèles à partir des pistes suivantes :

- (i) Le modèle de transfert radiatif du chapitre III est prometteur en termes de diagnostic précis ; aussi projetons-nous d'y rajouter des ingrédients la physiques
 - (a) Dans un premier temps, nous comptons mettre en œuvre le calcul de l'irradiation stellaire en suivant une méthode similaire à celle de D'Alessio et coll. (1999).
 - (b) Nous comptons dans un deuxième temps prendre en compte la gravité du disque de manière approchée, en considérant que le champ de gravité est induit par la densité de surface, à l'instar de Huré (2000). Une telle approche n'a pas encore été menée pour des disques éclairés par l'étoile, et l'influence sur l'évasement, et donc les conditions dans le disque, n'est pas connue.
 - (c) Enfin, peut-être devons-nous également nous pencher sur la prise en compte des phénomènes de transport non radiatifs, à savoir turbulent et convectif. Malheureusement, le formalisme relie les conditions au chauffage local, or ces phénomènes ne sont pas des chauffages locaux. Aussi devrai-je trouver une solution pour adapter le formalisme et inclure ces phénomènes.
- (ii) Le modèle à deux couches, bien qu'approché, a encore de beaux jours devant lui. Simple et efficace, il permet un diagnostic rapide et puissant. Nous comptons
 - (a) Dédire de manière entièrement cohérente, et si possible analytique, l'évasement du disque.
 - (b) Investiguer le cas d'un disque à structure verticale entièrement dominée par l'auto-gravité. La solution, en termes d'évasement, sera probablement une étape dans la voie de la prise en compte de la gravité du disque dans le modèle de transfert (*cf.* i.b).
 - (c) Nous allons éventuellement introduire un profil vertical de température analytique, plus précis qu'un profil à deux couches, afin de mieux reproduire les conditions dans les parties éloignées de l'étoile et de permettre au modèle de servir dans un diagnostic en millimétrique (Aikawa et coll., 2002).
- (iii) Nous devons également avoir un meilleur outil pour déduire les observables à partir de la structure. Pour l'instant le calcul reste approché et impose au disque d'être vu par le pôle ou sous une inclinaison faible.

- (iv) Enfin nous souhaitons couvrir un éventail plus large de conditions physiques et d'objets
 - (a) Nous avons vu que le rétro-chauffage est peut-être à l'origine de l'excès en infrarouge moyen pour FU Ori. Nous comptons inclure le rétro-chauffage dans le calcul de l'éclairement du disque ; pour ce faire nous pensons utiliser un calcul approché, consistant à postuler que le centre du disque ressemble à un anneau infiniment plat dont le flux correspond au flux total de dissipation visqueuse, fixé par le taux d'accrétion. À partir de cette hypothèse, nous espérons pouvoir traiter l'éclairement de la même façon que l'irradiation par l'étoile centrale.
 - (b) Par ailleurs, les étoiles T Tauri n'ont pas le monopole des disques. En particulier, les naines brunes sont également affublées d'excès infrarouges et il serait dommage que notre outil ne serve pas à explorer ces objets substellaires. Le modèle à deux couches nécessite d'être adapté car le ratio entre surface du disque et échelle de hauteur n'est plus très grand par rapport à l'unité, en raison du peu de matière contenue dans ces disques. En revanche le modèle de transfert vertical sera approprié une fois qu'y sera inclus l'éclairement par l'étoile.
 - (c) Enfin, nous pourrions inclure un diagnostic pour les étoiles de Herbig à un coût de développement modéré, une fois que nous aurons inclus un calcul auto-cohérent de l'effet d'ombre dans le modèle à deux couches (*cf.* Dullemond et coll., 2001).

En ce qui concerne la confrontations aux observations, la méthode combinant différents types d'observables (distribution spectrale et visibilités optiques) est à étendre. Les possibilités suivantes sont à envisager :

- (i) L'interférométrie optique à longue base. J'attends beaucoup de résultats des interféromètres à venir qui, par leur sensibilité, permettront d'observer plusieurs centaines de disques autour d'étoiles jeunes. Mes projets sont les suivants :
 - (a) Automatiser le diagnostic combinant spectres et visibilités optiques en utilisant un grand nombre d'objets. Je participe à un projet du groupe scientifique AMBER destiné à observer un grand échantillon d'étoiles T Tauri. Cette étude permettra d'obtenir
 - (b) Adjoindre le diagnostic interférométrique en infrarouge moyen, avec MIDI notamment, pour ajouter une contrainte spatiale à l'échelle de quelques u.a.
 - (c) Observer quelques objets de manière détaillée pour avoir plus d'idées sur les limites des modèles de disque. En particulier, je me suis investi dans deux projets du groupe scientifique AMBER destinés à la cartographie de FU Orionis : le premier consiste à observer la source avec un grand nombre de lignes de bases pour en reconstituer une image de manière paramétrique. Le second utilise la haute résolution spectrale et vise à mesurer la cinématique à l'échelle de l'unité astronomique (le projet est reproduit en section E) : le profil des phase et visibilité différentielles dans une raie peut permettre, comme en radioastronomie, de contraindre le profil de rotation autour de l'étoile. Le faible nombre de lignes de bases utilisées ne permettra cependant pas d'imagerie.
 - (d) Dans un avenir moins immédiat, OHANA et l'*InfraRed Space Interferometer* (IRSI, ou DARWIN) devraient apporter davantage de résolution angulaire et amorcer les débuts de la reconstruction d'image.

- (ii) L'interférométrie radio. Si l'interférométrie optique a de beaux jours devant elle, il n'en reste pas moins que la reconstruction d'image ne devrait pas voir le jour dans un proche avenir ; aussi devons-nous combiner les visibilités optiques avec d'autres observables. Nous avons étudié jusqu'à présent le spectre infrarouge, mais comptons adapter le modèle au millimétrique : les progrès de l'interférométrie radio permettent enfin d'imager certains disques à l'échelle de 100 u.a. et l'*Atacama Large Millimetre Array* (ALMA) devrait sonder, d'ici une décennie, sonder la matière jusqu'à quelques u.a. de l'étoile. La finesse optique de la plupart des disques aux grandes longueurs d'onde nous permet d'espérer enfin mesurer la densité de colonne dans les parties centrales et, de ce fait, d'obtenir une information quantitative sur la viscosité.

Remerciements

Au moment d'aborder cette page de remerciements, je commençai par par établir une méthode scientifique pour transcrire fidèlement l'aide dont j'avais bénéficié durant ces trois années et demie au laboratoire, et butai dès le début sur le choix de l'exhaustivité ou de l'ordre de citation, car, plus j'y songeais, plus la liste de noms s'allongeait, plus les ramifications du discours commençaient à rendre le propos sibyllin, plus j'y perdais le peu de latin que j'avais jamais su, de sorte que je faillis prendre la décision, *horresco referens*, de me tirer de cette difficulté par une pirouette facile, un simple merci à tous, qui eût probablement vexé des personnes que je ne tiens en aucune manière à froisser ; aussi entrepris-je cette tâche diplomatique, avec la certitude de n'être ni vraiment juste, ni vraiment fidèle à la réalité.

Au commencement, Fabien et Jean-Louis me firent confiance et me prirent en thèse sans m'avoir vu à l'œuvre auparavant. Leur complémentarité dans l'art et la manière de guider ma recherche furent profitables. De nombreux chercheurs de l'équipe Étoile jeunes², par leurs critiques, leurs conseils et leurs présentations m'ont apporté une vision plus générale de la formation stellaire. Je tiens également à remercier quelques chercheurs avec qui j'ai eu des contacts enrichissants, notamment Kees Dullemond, Antonella Natta, John Monnier et Jean-Marc Huré. Enfin, ce manuscrit a pu voir le jour en l'état grâce au conseils avisés des rapporteurs Claude et Antonella, et au soutien, bien sûr, de mes directeurs.

Je remercie Fabienne, Française, Sandrine et Sylvie pour leur gestion des fardeaux administratifs dans la bonne humeur, Ginette et Richard qui gèrent au jour le jour le parc informatique hétéroclite du LAOG et tous ceux qui participent à l'ambiance cordiale et détendue qui règne dans ce laboratoire.

C'est peut-être aussi grâce à un certain collègue de bureau, déconneur devant l'Éternel et qui aime à travailler sur fond de Renaud, Metallica ou Queen, que je n'ai (presque) pas pété les plombs lors de la rédaction de ce manuscrit. Merci enfin à Télé Z qui me conforte dans l'idée que les blagues qui fusaient dans le bureau étaient d'un niveau acceptable.

Ce travail a fait usage du Centre de données astronomiques de Strasbourg (CDS), du serveur d'*abstracts* de la NASA (NASA ADS) et du serveur d'articles électroniques arXiv. Les logiciels utilisés pour mon travail sont issus l'informatique libre, principalement Yorick, L^AT_EX et gcc.

²L'équipe est aujourd'hui fusionnée dans une équipe plus vaste de formation stellaire et planétaire.

Bibliographie

- Adams, F. C., Lada, C. J., & Shu, F. H. 1987,
Spectral evolution of young stellar objects,
Astrophysical Journal, 312, 788,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1987ApJ...312..788A&db_key=AST
- Adams, F. C. & Myers, P. C. 2001,
Modes of Multiple Star Formation,
Astrophysical Journal, 553, 744,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...553..744A&db_key=AST
- Aikawa, Y., van Zadelhoff, G. J., van Dishoeck, E. F., & Herbst, E. 2002,
Warm molecular layers in protoplanetary disks,
Astronomy & Astrophysics, 386, 622,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002A%26A...386..622A&db_key=AST
- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., & Creech-Eakman, M. J. 2002,
Constraints on Circumstellar Disk Parameters from Multiwavelength Observations : T Tauri and SU Aurigae,
Astrophysical Journal, 566, 1124,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002ApJ...566.1124A&db_key=AST
- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., Creech-Eakman, M. J., & Lada, E. A. 2000,
Infrared Interferometric Observations of Young Stellar Objects,
Astrophysical Journal, 543, 313,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000ApJ...543..313A&db_key=AST
- Ambartsumian, J. A. 1947, in *Stellar evolution and Astrophysics* (Erevan : Acad. Sco. Armen. SSR)
- Ambartsumian, J. A. 1957, in *IAU Symp. 3 : Non-stable stars*, Vol. 3, 177–184
- André, P. 1994, *The cold Universe* (Series : Moriond Astrophysics Meetings, Editions Frontière), 179
- Appenzeller, I., Oestreicher, R., & Jankovics, I. 1984,
Forbidden-line profiles of T Tauri stars,
Astronomy & Astrophysics, 141, 108,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1984A%26A...141..108A&db_key=AST
- Armstrong, J. T., Mozurkewich, D., Rickard, L. J., et coll. 1998,
The Navy Prototype Optical Interferometer,
Astrophysical Journal, 496, 550,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998ApJ...496..550A&db_key=AST

- Balbus, S. A. & Hawley, J. F. 1998,
Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks,
 Reviews of Modern Physics, 70, 1,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998RvMP...70....1B&db_key=AST
- Bardou, A., Heyvaerts, J., & Duschl, W. J. 1998,
Influence of viscosity laws on the transition to the self-gravitating part of accretion disks,
 Astronomy & Astrophysics, 337, 966,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998A%26A...337..966B&db_key=AST
- Bastien, P. & Ménard, F. 1988,
On the interpretation of polarization maps of young stellar objects,
 Astrophysical Journal, 326, 334,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1988ApJ...326..334B&db_key=AST
- Bate, M. R., Bonnell, I. A., & Bromm, V. 2002,
The formation mechanism of brown dwarfs,
 Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 332, L65,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002MNRAS.332L...65B&db_key=AST
- Beckwith, S. V. W., Sargent, A. I., Chini, R. S., & Guesten, R. 1990,
A survey for circumstellar disks around young stellar objects,
 Astronomical Journal, 99, 924,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1990AJ....99..924B&db_key=AST
- Bell, K. R., Cassen, P. M., Klahr, H. H., & Henning, T. 1997,
The Structure and Appearance of Protostellar Accretion Disks : Limits on Disk Flaring,
 Astrophysical Journal, 486, 372,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1997ApJ...486..372B&db_key=AST
- Bell, K. R. & Lin, D. N. C. 1994,
Using FU Orionis outbursts to constrain self-regulated protostellar disk models,
 Astrophysical Journal, 427, 987,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1994ApJ...427..987B&db_key=AST
- Bertin, G. & Lodato, G. 1999,
A class of self-gravitating accretion disks,
 Astronomy & Astrophysics, 350, 694,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999A%26A...350..694B&db_key=AST
- Bertout, C. 1989,
T Tauri stars — Wild as dust,
 Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 27, 351,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1989ARA%26A...27..351B&db_key=AST
- Bertout, C., Basri, G., & Bouvier, J. 1988,
Accretion disks around T Tauri stars,
 Astrophysical Journal, 330, 350,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1988ApJ...330..350B&db_key=AST
- Beust, H., Vidal-Madjar, A., Ferlet, R., & Lagrange-Henri, A. M. 1994,
Cometary-like bodies in the protoplanetary disk around beta Pictoris,

- ApSS, 212, 147,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1994Ap%26SS.212..147B&db_key=AST
- Bjorkman, J. E. & Wood, K. 2001,
Radiative Equilibrium and Temperature Correction in Monte Carlo Radiation Transfer,
Astrophysical Journal, 554, 615,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...554..615B&db_key=AST
- Blandford, R. D. & Payne, D. G. 1982,
Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets,
Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 199, 883,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1982MNRAS.199..883B&db_key=AST
- Bodo, G. & Curir, A. 1992,
Models of self-gravitating accretion disks,
Astronomy & Astrophysics, 253, 318,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1992A%26A...253..318B&db_key=AST
- Boehm, T. & Catala, C. 1994,
Forbidden lines in Herbig Ae/Be stars : the [O I](1F) 6300.31 Å and 6363.79 Å lines. I. Observations and qualitative analysis,
Astronomy & Astrophysics, 290, 167,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1994A%26A...290..167B&db_key=AST
- Boehm, T. & Hirth, G. A. 1997,
Forbidden lines in Herbig Ae/Be stars. The [O I](1F) 6300.31 Å and 6363.79 Å lines. II. Longslit observations of selected objects.,
Astronomy & Astrophysics, 324, 177,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1997A%26A...324..177B&db_key=AST
- Bonneau, D., Koechlin, L., Oneto, J. L., & Vakili, F. 1981,
Stellar diameter measurements by two-telescope interferometry in optical wavelengths,
Astronomy & Astrophysics, 103, 28,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1981A%26A...103...28B&db_key=AST
- Booth, A. J., Colavita, M. M., Shao, M., et coll. 1999, in ASP Conf. Ser. 194 : Working on the Fringe : Optical and IR Interferometry from Ground and Space, 256
- Bouvier, J., Duchêne, G., Mermilliod, J.-C., & Simon, T. 2001,
The formation and evolution of binary systems. III. Low-mass binaries in the Praesepe cluster,
Astronomy & Astrophysics, 375, 989,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...375..989B&db_key=AST
- Buffon. XVIII^e siècle, Histoire naturelle (Gallica, bibliothèque numérique de la BNF)
- Carleton, N. P., Traub, W. A., Lacasse, M. G., et coll. 1994, in Proc. SPIE Vol. 2200, p. 152-165, Amplitude and Intensity Spatial Interferometry II, James B. Breckinridge; Ed., Vol. 2200, 152–165
- Casse, F. & Ferreira, J. 2000,
Magnetized accretion-ejection structures. V. Effects of entropy generation inside the disc,

- Astronomy & Astrophysics, 361, 1178,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000A%26A...361.1178C&db_key=AST
- Chandrasekhar, S. 1960, Radiative transfer (New York : Dover, 1960)
- Chiang, E. I. & Goldreich, P. 1997,
Spectral Energy Distributions of T Tauri Stars with Passive Circumstellar Disks,
 Astrophysical Journal, 490, 368,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1997ApJ...490..368C&db_key=AST
- . 1999,
Spectral Energy Distributions of Passive T Tauri Disks : Inclination,
 Astrophysical Journal, 519, 279,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999ApJ...519..279C&db_key=AST
- Chiang, E. I., Joungh, M. K., Creech-Eakman, M. J., et coll. 2001,
Spectral Energy Distributions of Passive T Tauri and Herbig Ae Disks : Grain Mineralogy, Parameter Dependences, and Comparison with Infrared Space Observatory LWS Observations,
 Astrophysical Journal, 547, 1077,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...547.1077C&db_key=AST
- Clarke, C. J., Gendrin, A., & Sotomayor, M. 2001,
The dispersal of circumstellar discs : the role of the ultraviolet switch,
 Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 328, 485,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001MNRAS.328..485C&db_key=AST
- Colavita, M. M., Wallace, J. K., Hines, B. E., et coll. 1999,
The Palomar Testbed Interferometer,
 Astrophysical Journal, 510, 505,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999ApJ...510..505C&db_key=AST
- D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Lizano, S., & Cantó, J. 1999,
Accretion Disks around Young Objects. II. Tests of Well-mixed Models with ISM Dust,
 Astrophysical Journal, 527, 893,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999ApJ...527..893D&db_key=AST
- D'Alessio, P., Canto, J., Calvet, N., & Lizano, S. 1998,
Accretion Disks around Young Objects. I. The Detailed Vertical Structure,
 Astrophysical Journal, 500, 411,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998ApJ...500..411D&db_key=AST
- Del Popolo, A. & Eksi, K. Y. 2002,
Migration of giant planets in a time-dependent planetesimal accretion disc,
 Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 332, 485,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002MNRAS.332..485D&db_key=AST&high=3c655f0c0e20127
- Descartes, R. 1664, De la formation du Soleil et des étoiles de ce nouveau monde (Cousin, Victor. Ed.), 279–287

- Drouart, A., Dubrulle, B., Gautier, D., & Robert, F. 1999,
Structure and Transport in the Solar Nebula from Constraints on Deuterium Enrichment and Giant Planets Formation,
Icarus, 140, 129,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999Icar...140..129D&db_key=AST
- Duchêne, G., Ghez, A. M., & McCabe, C. 2002,
Resolved Near-Infrared Spectroscopy of the Mysterious Pre-Main-Sequence Binary System T Tauri S,
Astrophysical Journal, 568, 771,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002ApJ...568..771D&db_key=AST
- Dullemond, C. P. 2000,
Are passive protostellar disks stable to self-shadowing?,
Astronomy & Astrophysics, 361, 17,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000A%26A...361L..17D&db_key=AST
- Dullemond, C. P., Dominik, C., & Natta, A. 2001,
Passive Irradiated Circumstellar Disks with an Inner Hole,
Astrophysical Journal, 560, 957,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...560..957D&db_key=AST
- Dullemond, C. P., van Zadelhoff, G. J., & Natta, A. 2002,
Vertical structure models of T Tauri and Herbig Ae/Be disks,
Astronomy & Astrophysics, 389, 464,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002A%26A...389..464D&db_key=AST
- Dutrey, A., Guilloteau, S., Prato, L., et coll. 1998,
CO study of the GM Aurigae Keplerian disk,
Astronomy & Astrophysics, 338, 63,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998A%26A...338L..63D&db_key=AST
- Dutrey, A., Guilloteau, S., & Simon, M. 1994,
Images of the GG Tauri rotating ring,
Astronomy & Astrophysics, 286, 149,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1994A%26A...286..149D&db_key=AST
- Elmegreen, B. G. 2000,
Star Formation in a Crossing Time,
Astrophysical Journal, 530, 277,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000ApJ...530..277E&db_key=AST
- Ferreira, J. & Pelletier, G. 1995,
Magnetized accretion-ejection structures. III. Stellar and extragalactic jets as weakly dissipative disk outflows,
Astronomy & Astrophysics, 295, 807,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1995A%26A...295..807F&db_key=AST
- Frank, J., King, A. R., & Raine, D. J. 1992, Accretion power in astrophysics, second edition (Cambridge University Press)

Ghandour, L. O., Strom, S. E., Edwards, S., & Hillenbrand, L. A. 1993, in Bulletin of the American Astronomical Society, Vol. 25, 905

Ghez, A. M., Neugebauer, G., Gorham, P. W., et coll. 1991,
Diffraction limited infrared images of the binary star T Tauri,
Astronomical Journal, 102, 2066,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1991AJ...102.2066G&db_key=AST

Ghez, A. M., Neugebauer, G., & Matthews, K. 1993,
The multiplicity of T Tauri stars in the star forming regions Taurus-Auriga and Ophiuchus-Scorpius : A 2.2 micron speckle imaging survey,
Astronomical Journal, 106, 2005,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1993AJ...106.2005G&db_key=AST&high=3c655f0c0e11023

Ghez, A. M., White, R. J., & Simon, M. 1997,
High Spatial Resolution Imaging of Pre-Main-Sequence Binary Stars : Resolving the Relationship between Disks and Close Companions,
Astrophysical Journal, 490, 353,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1997ApJ...490..353G&db_key=AST

Glindemann, A., Abuter, R., Carbognani, F., et coll. 2000, in Proc. SPIE Vol. 4006, p. 2-12, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena ; Andreas Quirrenbach ; Eds., Vol. 4006, 2-12

Goldman, I. & Wandel, A. 1995,
Turbulent convection in thin accretion disks,
Astrophysical Journal, 443, 187,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1995ApJ...443..187G&db_key=AST

Guilloteau, S. 2001, in IAU Symposium, Vol. 200, 547

Haisch, Karl E., J., Lada, E. A., & Lada, C. J. 2001,
Disk Frequencies and Lifetimes in Young Clusters,
Astrophysical Journal, 553, 153,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...553L.153H&db_key=AST&high=19532

Hanbury Brown, R., Davis, J., & Allen, L. R. 1974,
The angular diameters of 32 stars,
Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 167, 121,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1974MNRAS.167..121H&db_key=AST

Hartigan, P., Edwards, S., & Ghandour, L. 1995,
Disk Accretion and Mass Loss from Young Stars,
Astrophysical Journal, 452, 736,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1995ApJ...452..736H&db_key=AST

Hartmann, L., Ballesteros-Paredes, J., & Bergin, E. A. 2001,
Rapid Formation of Molecular Clouds and Stars in the Solar Neighborhood,
Astrophysical Journal, 562, 852,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...562..852H&db_key=AST

- Hartmann, L. & Kenyon, S. J. 1996,
The FU Orionis Phenomenon,
Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 34, 207,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1996ARA%26A...34...207H&db_key=AST
- Hawley, J. F. & Balbus, S. A. 1995,
Magnetohydrodynamic Turbulence in an Accretion Disk,
Publications of the Astronomical Society of Australia, 12, 159,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1995PASA...12...159H&db_key=AST
- Henning, T. & Stognienko, R. 1996,
Dust opacities for protoplanetary accretion disks : influence of dust aggregates,
Astronomy & Astrophysics, 311, 291,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1996A%26A...311...291H&db_key=AST
- Herbig, G. H. 1958,
NGC 7000, IC 5070, and the Associated Emission-Line Stars,
Astrophysical Journal, 128, 259,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1958ApJ...128...259H&db_key=AST
- . 1962,
The properties and problems of T Tauri stars and related objects,
Advances in Astronomy and Astrophysics, 1, 470,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1962AdA%26A...1...47H&db_key=AST
- Herbig, G. H. & Bell, K. R. 1988, Catalog of emission line stars of the orion population :
3 : 1988 (Lick Observatory Bulletin, Santa Cruz : Lick Observatory, [c1988])
- Hersant, F., Gautier, D., & Huré, J. 2001,
A Two-dimensional Model for the Primordial Nebula Constrained by D/H Measurements in the Solar System : Implications for the Formation of Giant Planets,
Astrophysical Journal, 554, 391,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...554...391H&db_key=AST
- Hillenbrand, L. A., Strom, S. E., Vrba, F. J., & Keene, J. 1992,
Herbig Ae/Be stars - Intermediate-mass stars surrounded by massive circumstellar accretion disks,
Astrophysical Journal, 397, 613,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1992ApJ...397...613H&db_key=AST
- Hogerheijde, M. R. & van der Tak, F. F. S. 2000,
An accelerated Monte Carlo method to solve two-dimensional radiative transfer and molecular excitation. With applications to axisymmetric models of star formation,
Astronomy & Astrophysics, 362, 697,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000A%26A...362...697H&db_key=AST
- Hubeny, I. 1990,
Vertical structure of accretion disks - A simplified analytical model,
Astrophysical Journal, 351, 632,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1990ApJ...351...632H&db_key=AST

Huré, J.-M. 2000,

On the transition to self-gravity in low mass AGN and YSO accretion discs,
Astronomy & Astrophysics, 358, 378,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000A%26A...358..378H&db_key=AST

Hure, J. 1998,

Properties of self-gravitating alpha -discs in AGN revisited. General scaling laws,
Astronomy & Astrophysics, 337, 625,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998A%26A...337..625H&db_key=AST

Huré, J.-M. & Galliano, F. 2001,

The global structure of thin, stratified α -discs and the reliability of the one layer approximation,

Astronomy & Astrophysics, 366, 359,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...366..359H&db_key=AST

Huré, J.-M., Richard, D., & Zahn, J.-P. 2001,

Accretion discs models with the β -viscosity prescription derived from laboratory experiments,

Astronomy & Astrophysics, 367, 1087,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...367.1087H&db_key=AST

Jankovics, I., Appenzeller, I., & Krautter, J. 1983,

Blueshifted forbidden lines in T Tauri stars,

PASP, 95, 883,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1983PASP...95..883J&db_key=AST

Jeffreys, H. 1918,

On the early history of the solar system,

Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 78, 424,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1918MNRAS...78..424J&db_key=AST

Joy, A. H. 1942,

Spectral Criteria in the Classification of Variable Stars,

PASP, 54, 15,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1942PASP...54...15J&db_key=AST

—. 1945,

T Tauri Variable Stars,

Astrophysical Journal, 102, 168,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1945ApJ...102..168J&db_key=AST

—. 1949,

Bright-Line Stars among the Taurus Dark Clouds,

Astrophysical Journal, 110, 424,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1949ApJ...110..424J&db_key=AST

Kant, E. 1755, General History of Nature and Theory of the Heavens

Karmann, C., Beust, H., & Klinger, J. 2001,

The physico-chemical history of Falling Evaporating Bodies around beta Pictoris : investigating the presence of volatiles,

- Astronomy & Astrophysics, 372, 616,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...372..616K&db_key=AST
- Kenyon, S. J. & Hartmann, L. 1987,
Spectral energy distributions of T Tauri stars – Disk flaring and limits on accretion,
Astrophysical Journal, 323, 714,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1987ApJ...323..714K&db_key=AST
- . 1989,
High-resolution infrared spectra of FU Orionis variables – Keplerian rotation and mass loss,
Astrophysical Journal, 342, 1134,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1989ApJ...342.1134K&db_key=AST
- Kenyon, S. J. & Hartmann, L. W. 1991,
The dusty envelopes of FU Orionis variables,
Astrophysical Journal, 383, 664,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1991ApJ...383..664K&db_key=AST
- Labeyrie, A. 1975,
Interference fringes obtained on VEGA with two optical telescopes,
Astrophysical Journal, 196, 71,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1975ApJ...196L..71L&db_key=AST
- Lachaume, R. 2002, in Hunting for planets - GENIE-VLTI instrument : a DARWIN technology demonstrator
- Lachaume, R. 2003,
Astronomy & Astrophysics, 400, 795
- Lachaume, R., Malbet, F., & Monin, J.-L. 2003,
The vertical structure of T Tauri accretion discs. III. Consistent interpretation of spectra and visibilities with a two-layer model,
Astronomy & Astrophysics, 400, 185
- Lada, C. J. & Wilking, B. A. 1984,
The nature of the embedded population in the Rho Ophiuchi dark cloud – Mid-infrared observations,
Astrophysical Journal, 287, 610,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1984ApJ...287..610L&db_key=AST
- Laplace, P. S. 1796, Exposition du système du monde (Gallica, bibliothèque numérique de la BNF)
- Lavalley, C. 2000,
Etude de la Morphologie et de la Cinématique de l'Emission des Raies interdites autour des Etoiles T Tauri,
Ph.D. Thesis,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000PhDT.....4L&db_key=AST
- Leinert, C., Graser, U., Waters, L. B., et coll. 2000, in Proc. SPIE Vol. 4006, p. 43-53, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds., Vol. 4006, 43–53

- Lodato, G. & Bertin, G. 2001,
The spectral energy distribution of self-gravitating protostellar disks,
Astronomy & Astrophysics, 375, 455,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...375..455L&db_key=AST
- Longaretti, P. 2002,
On the Phenomenology of Hydrodynamic Shear Turbulence,
Astrophysical Journal, 576, 587,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002ApJ...576..587L&db_key=AST
- Luhman, K. L., Rieke, G. H., Young, E. T., et coll. 2000,
The Initial Mass Function of Low-Mass Stars and Brown Dwarfs in Young Clusters,
Astrophysical Journal, 540, 1016,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000ApJ...540.1016L&db_key=AST
- Lynden-Bell, D. & Pringle, J. E. 1974,
The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables,
Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 168, 603,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1974MNRAS.168..603L&db_key=AST
- Malbet, F. 1996,
High angular resolution coronagraphy for adaptive optics.,
Astronomy & Astrophysics Supplement Series, 115, 161,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1996A%26AS...115..161M&db_key=AST
- Malbet, F. & Berger, J.-P. 2002, in SF2A - Scientific Highlights 2001, ed. F. Combes, D. Barret and F. Thévenin (EDP Sciences), 457–460
- Malbet, F., Berger, J.-P., Colavita, M. M., et coll. 1998,
FU Orionis Resolved by Infrared Long-Baseline Interferometry at a 2 AU Scale,
Astrophysical Journal, 507, 149,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998ApJ...507L.149M&db_key=AST
- Malbet, F. & Bertout, C. 1991,
The vertical structure of T Tauri accretion disks. I - Heating by the central star,
Astrophysical Journal, 383, 814,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1991ApJ...383..814M&db_key=AST
- Malbet, F., Lachaume, R., & Monin, J.-L. 2001,
The vertical structure of T Tauri accretion disks. II. Physical conditions in the disk,
Astronomy & Astrophysics, 379, 515,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...379..515M&db_key=AST
- Mayor, M., Duquennoy, A., Halbwachs, J., & Mermilliod, J. 1992, in Proc. IAU Coll. 135, ASP Conf. Ser., Complementary Approaches to Double and Multiple Star Research., ed. McAlister H.A. and Hartkopf W.I., Vol. 32, 73
- McCaughrean, M. J. & O'dell, C. R. 1996,
Direct Imaging of Circumstellar Disks in the Orion Nebula,
Astronomical Journal, 111, 1977,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1996AJ....111.1977M&db_key=AST

- Mendoza V., E. E. 1966,
Infrared Photometry of T Tauri Stars and Related Objects,
Astrophysical Journal, 143, 1010,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1966ApJ...143.1010M&db_key=AST
- Men'shchikov, A. B. & Henning, T. 1997,
Radiation transfer in circumstellar disks.,
Astronomy & Astrophysics, 318, 879,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1997A%26A...318..879M&db_key=AST
- Michelson, A. A. 1891,
Measurement of Jupiter's Satellites by Interference,
PASP, 3, 274,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-data_query?bibcode=%1891PASP...3..273M&db_key=AST
- . 1920,
On the Application of Interference Methods to Astronomical Measurements,
Astrophysical Journal, 51, 257,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1920ApJ...51..257M&db_key=AST
- Michelson, A. A. & Pease, F. G. 1921,
Measurement of the diameter of alpha Orionis with the interferometer,
Astrophysical Journal, 53, 249,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1921ApJ...53..249M&db_key=AST
- Mihalas, D. 1970, Stellar atmospheres (W. H. Freeman and company)
- Millan-Gabet, R., Schloerb, F. P., & Traub, W. A. 2001,
Spatially Resolved Circumstellar Structure of Herbig AE/BE Stars in the Near-Infrared,
Astrophysical Journal, 546, 358,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001ApJ...546..358M&db_key=AST
- Monin, J.-L. & Bouvier, J. 2000,
Disks in multiple systems : direct imaging of a nearly edge-on circumstellar disk in the young triple system HV Tau,
Astronomy & Astrophysics, 356, 75,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000A%26A...356L..75M&db_key=AST
- Morozov, A. G. & Hoperskov, A. V. 1990,
The nature of turbulent viscosity in accretion disks,
Pis ma Astronomicheskii Zhurnal, 16, 567,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1990PAZh...16..567M&db_key=AST
- Mouillet, D., Larwood, J. D., Papaloizou, J. C. B., & Lagrange, A. M. 1997,
A planet on an inclined orbit as an explanation of the warp in the Beta Pictoris disc,
Monthly Notices of the Royal Astronomy Society, 292, 896,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1997MNRAS.292..896M&db_key=AST
- Myers, P. C., Fuller, G. A., Mathieu, R. D., et coll. 1987,
Near-infrared and optical observations of IRAS sources in and near dense cores,
Astrophysical Journal, 319, 340,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1987ApJ...319..340M&db_key=AST

- Nakao, Y. 1996,
Vertical Structure of Magnetohydrodynamic Turbulence in Accretion Disks,
 Publications of the Astronomical Society of Japan, 48, 335,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1996PASJ...48..335N&db_key=AST
- Natta, A., Prusti, T., Neri, R., et coll. 2001,
A reconsideration of disk properties in Herbig Ae stars,
 Astronomy & Astrophysics, 371, 186,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...371..186N&db_key=AST
- Novak, G., Predmore, C. R., & Goldsmith, P. F. 1990,
Polarization of the $\lambda = 1.3$ millimeter continuum radiation from the Kleinmann-Low nebula,
 Astrophysical Journal, 355, 166,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1990ApJ...355..166N&db_key=AST
- Padoan, P. & Nordlund, Å. 2002,
The Stellar Initial Mass Function from Turbulent Fragmentation,
 Astrophysical Journal, 576, 870,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2002ApJ...576..870P&db_key=AST
- Palla, F. & Stahler, S. W. 1999,
Star Formation in the Orion Nebula Cluster,
 Astrophysical Journal, 525, 772,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999ApJ...525..772P&db_key=AST
- . 2000,
Accelerating Star Formation in Clusters and Associations,
 Astrophysical Journal, 540, 255,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2000ApJ...540..255P&db_key=AST
- Perrin, G., Lai, O., Lena, P. J., & Coude du Foresto, V. 2000, in Proc. SPIE Vol. 4006, p. 708-714, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena ; Andreas Quirrenbach ; Eds., Vol. 4006, 708-714
- Petrov, R. G., Malbet, F., Weigelt, G., et coll. 2001, in SF2A-2001 : Semaine de l'Astrophysique Française, 615
- Pollack, J. B., Hollenbach, D., Beckwith, S., et coll. 1994,
Composition and radiative properties of grains in molecular clouds and accretion disks,
 Astrophysical Journal, 421, 615,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1994ApJ...421..615P&db_key=AST
- Reipurth, B. & Zinnecker, H. 1993,
Visual binaries among pre-main sequence stars,
 Astronomy & Astrophysics, 278, 81,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1993A%26A...278...81R&db_key=AST
- Richard, D. & Zahn, J. 1999,
Turbulence in differentially rotating flows. What can be learned from the Couette-Taylor experiment,
 Astronomy & Astrophysics, 347, 734,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999A%26A...347..734R&db_key=AST

- Roddiér, C., Roddiér, F., Northcott, M. J., Graves, J. E., & Jim, K. 1996,
Adaptive Optics Imaging of GG Tauri : Optical Detection of the Circumbinary Ring,
Astrophysical Journal, 463, 326,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1996ApJ...463..326R&db_key=AST
- Russell, H. N. 1935, The solar system and its origin (New York, The Macmillan company, 1935.)
- Scott, B. D. 1990,
A cascade model for turbulent dissipation in convection-accretion disks,
Astrophysical Journal, 357, L53,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1990ApJ...357L..53S&db_key=AST
- Shakura, N. I. & Sunyaev, R. A. 1973,
Black holes in binary systems. Observational appearance,
Astronomy & Astrophysics, 24, 337,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1973A%26A....24..337S&db_key=AST
- Shu, F., Najita, J., Ostriker, E., et coll. 1994,
Magnetocentrifugally driven flows from young stars and disks. I. A generalized model,
Astrophysical Journal, 429, 781,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1994ApJ...429..781S&db_key=AST
- Simon, T. & Dyck, H. M. 1977,
Broad-band 20-33-micron photometry of young stars,
Astronomical Journal, 82, 725,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1977AJ....82..725S&db_key=AST
- Smith, B. A. & Terrile, R. J. 1984,
A circumstellar disk around Beta Pictoris,
Science (ISSN 0036-8075), vol. 226, Dec. 21, 1984, p. 1421-1424., 226, 1421,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1984Sci...226.1421S&db_key=AST
- Spitzer, L. J. 1939,
The Dissipation of Planetary Filaments,
Astrophysical Journal, 90, 675,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1939ApJ...90..675S&db_key=AST
- Stapelfeldt, K. R., Krist, J. E., Menard, F., et coll. 1998,
An Edge-On Circumstellar Disk in the Young Binary System HK Tauri,
Astrophysical Journal, 502, 65,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1998ApJ...502L..65S&db_key=AST
- Strom, K. M., Strom, S. E., Wolff, S. C., Morgan, J., & Wenz, M. 1986,
Optical manifestations of mass outflows from young stars - At atlas of CCD images of Herbig-Haro objects,
Astrophysical Journal Supplement Series, 62, 39,
http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1986ApJS...62...39S&db_key=AST
- ten Brummelaar, T. A., Bagnuolo, W. G., McAlister, H. A., et coll. 2000, in Proc. SPIE Vol. 4006, p. 564-573, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds., Vol. 4006, 564-573

Toomre, A. 1964,

On the gravitational stability of a disk of stars,
Astrophysical Journal, 139, 1217,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1964ApJ...139.1217T&db_key=AST

Trussoni, E. & Tsinganos, K. 1993,

Analytical studies of collimated winds. III - Nonrotating meridional MHD outflows,
Astronomy & Astrophysics, 269, 589,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1993A%26A...269..589T&db_key=AST

Vrba, F. J., Strom, K. M., Strom, S. E., & Grasdalen, G. L. 1975,

Further study of the stellar cluster embedded in the Ophiuchus dark cloud complex,
Astrophysical Journal, 197, 77,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1975ApJ...197...77V&db_key=AST

Weintraub, D. A., Zuckerman, B., & Masson, C. R. 1989,

Measurements of Keplerian rotation of the gas in the circumbinary disk around T Tauri,
Astrophysical Journal, 344, 915,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1989ApJ...344..915W&db_key=AST

Weizsäcker, C. F. v. 1943,

Über die Entstehung des Planetensystems mit 2 Abbildungen,
Zeitschrift Astrophysics, 22, 319,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1943ZA....22..319W&db_key=AST

Welin, G. 1971,

Rapid Evolution of LkHa 190,
Astronomy & Astrophysics, 12, 312,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1971A%26A...12..312W&db_key=AST

Wolf, S. 2001,

Inverse raytracing based on Monte-Carlo radiative transfer simulations,
Astronomy & Astrophysics, 379, 690,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%2001A%26A...379..690W&db_key=AST

Wolf, S., Henning, T., & Stecklum, B. 1999,

Multidimensional self-consistent radiative transfer simulations based on the Monte-Carlo method,

Astronomy & Astrophysics, 349, 839,

http://cdsads.u-strasbg.fr/cgi-bin/nph-bib_query?bibcode=%1999A%26A...349..839W&db_key=AST

Annexe A

Structure verticale des disques d'accrétion T Tauri II. Conditions physiques dans le disque

Cet article correspond au modèle présenté dans le chapitre III (Malbet et coll., 2001).

The vertical structure of T Tauri accretion disks

II. Physical conditions in the disk

F. Malbet¹, R. Lachaume¹, and J.-L. Monin^{1,2}

¹ Laboratoire d'Astrophysique UMR UJF-CNRS 5571, Observatoire de Grenoble, Université Joseph Fourier, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France

² Institut Universitaire de France

Received 18 May 2001 / Accepted 11 September 2001

Abstract. We present a self-consistent analytical model for the computation of the physical conditions in a steady quasi-Keplerian accretion disk. The method, based on the thin disk approximation, considers the disk as concentric cylinders in which we treat the vertical transfer as in a plane-parallel medium. The formalism generalizes a work by Hubeny (1990), linking the disk temperature distribution to the local energy dissipation and leads to analytical formulae for the temperature distribution which help to understand the behaviour of the radiation propagated inside the disks. One of the main features of our new model is that it can take into account many heating sources. We apply the method first to two sources: viscous dissipation and stellar irradiation. We show that other heating sources like horizontal transfer or irradiation from the ambient medium can also be taken into account. Using the analytical formulation in the case of a modified Shakura & Sunyaev radial distribution that allow the accretion rate to be partly self-similar in the inner region, and, for an α and β prescription of the viscosity, we obtain two-dimensional maps of the temperature, pressure and density in the close environment of low mass young stars. We use these maps to derive the observational properties of the disks such as spectral energy distributions, high resolution spatial images or visibilities in order to underline their different behaviours under different input models.

Key words. accretion, accretion disk – radiative transfer – stars: circumstellar matter – stars: pre-main sequence

1. Introduction

Since the initial models of viscous accretion disks of Shakura & Sunyaev (1973) and Lynden-Bell & Pringle (1974), many efforts have focused on the description of the close environment of T Tauri stars (hereafter TTS). In order to reproduce high angular resolution images that became available soon after 1990, various authors have published models of scattered light in large circumstellar structures (Lazareff et al. 1990; Whitney & Hartmann 1992). In the last five years, more precise images of edge-on disks have been obtained by the *Hubble Space Telescope* (HST) and infrared adaptive optics (Burrows et al. 1996; Stapelfeldt et al. 1998; Monin & Bouvier 2000), allowing us to refine the models and the physical parameters used to describe the disks. Most of the time, when interpreting these images, the authors use ad-hoc power laws to extract the physical conditions in the disks, like surface density or the disk scale height. Indeed, these images show that the

large-scale flaring disks have a complex vertical structure that must be taken into account in the interpretation of their flat SED.

Up to now, we have access to only a very few constraints on the very central parts of circumstellar disks, since current instruments do not allow us to directly observe within 10 AU of the central object. However, the physics of the inner part of the disks is not expected to be completely different from that in their outer parts, but our knowledge of these central regions of circumstellar disks is restricted to scarce interferometric data and indirect measurements of the inner phenomena via the spectral energy distribution (hereafter SED), the high energy UV and X-ray emission of disks or the measurement of magnetic fields.

The first models used quasi-Keplerian steady accretion disks, expected to be geometrically thin for reasonable values of the accretion rate. They describe the disk as infinitely flat, predicting that the emergent flux has a spectral energy distribution proportional to the power $-4/3$ of the wavelength in the infrared. However,

Send offprint requests to: F. Malbet,
 e-mail: Fabien.Malbet@obs.ujf-grenoble.fr

Rydgren & Zak (1987) showed that most TTS present flatter spectral energy distributions, i.e. decreasing less steeply or even remaining constant over a large domain in the infrared. This discrepancy led Adams et al. (1988) to assume that the radial temperature distribution in T Tauri disks is also flatter than in standard accretion disks: if one assumes that the disk thickness flares then the disk intercepts more light from the star at large distances and leads to a variety of SED slopes.

Modeling of the vertical structure of the disks and the associated radiative transfer has been developed by Bell & Lin (1994) focusing their attention on the vertical structure of disks in FU Orionis systems where they explained a possible origin of outbursts. Chiang & Goldreich (1997, 1999) used a semi-analytical model of the circumstellar structure to explain the SEDs of different types of young stars. Recently, D'Alessio et al. (1998, 1999) numerically resolved a complete set of equations to compute the spatial distribution of the temperature and the density that can be constrained by the observed SEDs and two-dimensional images.

Up to now, the models have included various approximations: (i) the magnetic field is ignored; (ii) the viscosity is assumed to depend only on local conditions and (iii) the viscosity is expressed using a simple ad-hoc law. On the other hand, when authors take into account the magnetic field (Shu et al. 1994; Ferreira & Pelletier 1995; Casse & Ferreira 2000a; Casse & Ferreira 2000b), they assume that these magnetic fields do not affect the overall disk structure. As another example, Terquem et al. (1998) and Terquem (1998) showed that gravitational instabilities in the disks may produce waves dissipating viscous energy far from where they are created. Integrating all these effects in a unique model appears to be a difficult task.

Our goal is to develop a radiative model simple enough that it could later on include as many detailed physical processes of the energy transport in the disks as possible, and/or the interaction between the circumstellar matter and the magnetic field. In this paper, we present a new method to process the radiative transfer in circumstellar disks, following the pioneering work by Hubeny (1990) and an initial application in the case of TTS disks by Malbet (1991, 1992). Our results are not fundamentally different from previous models but thanks to the analytical expression of the vertical temperature distribution that we develop, we are able to identify the actual origin of the temperature rise in the upper part of the disk photosphere (1991). We propose that this formalism can be the starting point for more elaborate models, including magnetic field or viscous transport. As a first step, our new self-consistent analytical model can be used to constrain the physical environment of young stars using images from HST or ground-based large telescopes, as well as millimeter radio-interferometer maps and forthcoming data from large optical interferometers, and especially the ESO VLTI project (Malbet et al. 2000).

Section 2 presents the analytical model derived from hydrostatic and radiative equilibrium, as first described

by Hubeny (1990), and extended here to the illumination by an external source. Section 3 describes the application of this model to the specific case of the circumstellar environment of young stellar objects, especially in the case where the accretion rate is not constant at all radii. To illustrate the model and its application, we present and discuss in Sect. 4 some results in the case where the heating by the central source can be neglected and we focus our attention on the production of observable quantities like SEDs, images, and interferometric data including visibility amplitudes and closure phases.

2. Analytical model

In this section, we detail the analytical model for the calculation of the spatial distribution of quantities like the temperature or the density. We use the notations of Hubeny (1990) as much as possible, even if we present the formalism in a slightly different way. The first 3 sections (2.1, 2.2 and 2.3) are short reminders of the main equations of the problem. The last one (2.4) is the generalization of this formalism to external sources of radiation.

The principle for computing the vertical structure of T Tauri disks is to consider the disk as a set of concentric cylinders of infinitesimal width. Each cylinder is itself regarded as a plane-parallel atmosphere of mixed dust and gas layers. The basic assumption is that the radial radiative transfer of energy is smaller than the vertical transfer, which is true only in the thin disk approximation (Pringle 1981). However, we can still take into account the horizontal transfer as a perturbation for disks of moderate flaring (see in Sect. 2.4.4). We solve the coupled equations of hydrostatic equilibrium and the radiative transfer in each cylinder in order to compute the temperature and density distributions along the z -axis at a given radius r . In the following sections, when we focus our attention on the vertical structure of the cylinder of radius r , we drop the r coordinate unless otherwise specified. We also use the mass column coordinate m in place of the height coordinate z :

$$m(z) = \int_z^\infty \rho(z) dz, \quad (1)$$

where $M = m(0) = \Sigma/2$ is half the surface density of the disk at radius r .

2.1. Initialization stage from the radial structure

For the initial step, we assume a standard geometrically thin disk with a uniform vertical structure at each radius. To fully solve the radial structure, we need:

- the mass per area unit $\Sigma(r)$
- the energy dissipation per area unit $F(r)$
- the opacity law $\chi(T, \rho)$ of the disk material
- the equation of state of the material, $\rho = \mathcal{S}(P, T)$
- the local vertical acceleration field $\mathcal{G}_z(r, z)$, generally inferred from the gravity

where the temperature, density, scale height, pressure and optical thickness laws, respectively T_D , P_D , ρ_D , h_D and τ_D , are given by the coupled equations:

$$\begin{aligned} T_D^4(r) &= \frac{F(r)/2}{1 - e^{-\tau_D(r)}} \\ P_D(r) &= -\mathcal{G}_z(r, h_D(r)) \Sigma(r) \\ \rho_D(r) &= \mathcal{S}(P_D(r), T_D(r)) \\ h_D(r) &= \Sigma(r)/\rho_D(r) \\ \tau_D(r) &= \Sigma(r) \chi(T_D(r), \rho_D(r)). \end{aligned} \quad (2)$$

In the optically thin case, an iterative computation is required. One should notice that the mass, energy dissipation and acceleration field distributions do not need to be independent of the temperature or density laws; in this case $\Sigma(r)$, $F(r)$ and $\mathcal{G}_z(r, z)$ are refined at each iteration.

A first refinement is to replace the uniform distribution $\rho_D(r)$ by the isothermal density distribution. The resulting radial structure is then the structure given by the so-called *standard model* (Shakura & Sunyaev 1973; Lynden-Bell & Pringle 1974).

Another improvement consists of replacing the effective temperature by the temperature of the equatorial layer located at $\tau_D/2$. As in a stellar atmosphere, we substitute for the first equation of the set of Eqs. (2) the following equation:

$$T_D^4(r) = \frac{3/4 F(r) (\tau_D(r) + 2/3)}{1 - e^{-\tau_D(r)}}. \quad (3)$$

2.2. Hydrostatic equilibrium – Density distribution

For a given vertical temperature law, we compute the density distribution from the pressure given by the hydrostatic equilibrium. As the disk is dominated by gravitation of the central star, the partial derivative of \mathcal{G}_z is a constant in the approximation $z \ll r$, and we use a differentiated hydrostatic equilibrium equation for convenience:

$$\frac{d^2 P}{dm^2} = -\frac{1}{\mathcal{S}(P, T)} \frac{\partial \mathcal{G}_z}{\partial z}. \quad (4)$$

The second order equation Eq. (4) is solved with two following boundary conditions:

1. in the disk mid-plane: the first derivative of P is zero by symmetry;
2. in the outer boundary: P tends to a constant low value, the pressure in the interstellar medium (hereafter ISM). The choice of this limit has almost no influence on the disk structure.

2.3. Radiative equilibrium – Temperature distribution

To complete the calculations of the distributions of the physical quantities, we have to connect the local temperature with the heating sources, remote or local. This is the goal of the radiative transfer described in this section.

Theoretically speaking, the radiative transfer equations can be applied to any kind of radiation. However,

common and well-known approximations make them easier to solve provided the radiation is thermalized or isotropic. For instance we can approximate the flux-weighted mean opacity by the Rosseland opacity if the radiation is thermalized with the medium. The Eddington closure relations apply well for isotropic radiation.

We therefore treat separately radiation emitted (from internal heating sources or from external light absorbed by the disk) which is mainly isotropic and thermalized, and the radiation coming from external sources. The latter can also be split into two terms, the attenuated radiation coming from its external source in a certain known direction, and the radiation that has been scattered one or several times which should be mainly isotropic. In the first part of this section, following Hubeny we neglect the radiation by external sources. Later in Sect. 2.4, we will take into account correctly the influence of external radiations.

2.3.1. Energy dissipation in each layer

We first express the temperature as a function of the local production of energy u , such as viscous heating, stellar irradiation, disk backwarming, heating by a UV or X radiation field, or the contribution of the energy horizontal transfer. Following the usual notations (Mihalas 1978), we link u to the source function S and the diffuse radiation intensity I :

$$4\pi \int_0^\infty \chi_\nu(m) [S_\nu(m) - J_\nu(m)] d\nu = \rho(m)u(m) \quad (5)$$

$$\text{with } J_\nu(m) = \int_{-1}^1 I_\nu(m, \mu) d\mu. \quad (6)$$

The conservation of the radiative energy means that in an atmosphere layer, the radiated energy, i.e. the emission of the layer, minus the radiation coming from the neighbouring layers $J_\nu(z)$, is exactly equal to the dissipated energy in the layer:

$$S_\nu = \frac{\kappa_\nu}{\chi_\nu} B_\nu + \left(1 - \frac{\kappa_\nu}{\chi_\nu}\right) J_\nu. \quad (7)$$

Integrating over frequencies, one derives from Eq. (5):

$$\kappa_B B = \kappa_J J + \frac{u}{4\pi} \quad (8)$$

where κ_B and κ_J are respectively the Planck absorption mean and the *usual* absorption mean, defined by:

$$\kappa_B = \int_0^\infty (\kappa_\nu/\rho) B_\nu d\nu / B \quad (9)$$

$$\kappa_J = \int_0^\infty (\kappa_\nu/\rho) J_\nu d\nu / J. \quad (10)$$

Since $\pi B = \sigma_B T^4$, the vertical temperature distribution is, by using Eq. (8):

$$T^4 = \frac{\pi}{\sigma_B} \frac{\kappa_J}{\kappa_B} \left[J + \frac{u}{4\pi \kappa_J} \right]. \quad (11)$$

In other words, the temperature in a layer is the sum of two contributions: (i) a term proportional to the radiative intensity J transferred by adjacent layers and (ii) a local dissipation term proportional to u .

2.3.2. Radiative transfer of the diffuse intensity

We solve the transfer of the diffuse intensity I to determine J . The equation of transfer and its two first moments are:

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial z}(z, \mu) = \chi_\nu(z) [S_\nu(z) - I_\nu(z, \mu)], \quad (12)$$

$$\frac{d H_\nu}{dz}(z) = \chi_\nu(z) [S_\nu(z) - J_\nu(z)], \quad (13)$$

$$\frac{d K_\nu}{dz}(z) = -\chi_\nu(z) H_\nu(z) \quad (14)$$

where J_ν , H_ν and K_ν are respectively the zeroth, first and second moments of I_ν .

By integrating over frequencies one gets:

$$\frac{d H}{dm} = -\frac{u}{4\pi}, \quad (15)$$

$$\frac{d K}{dm} = \chi_H H. \quad (16)$$

In this equation, the flux-averaged opacity χ_H is defined by:

$$\chi_H = \int_0^\infty (\chi_\nu / \rho) H_\nu d\nu / H. \quad (17)$$

When integrating the first moment equation Eq. (15) over m , one gets:

$$H(m) = H(0) - UM\theta(m)/4\pi \quad (18)$$

$$\text{with } UM = \int_0^M u(\zeta) d\zeta \quad (19)$$

$$\text{and } \theta(m) = \frac{1}{UM} \int_0^m u(\zeta) d\zeta, \quad (20)$$

where U is the total energy dissipation in the upper atmosphere of the disk per surface unit, and θ the distribution function of the energy dissipation in this atmosphere.

The symmetry conditions in the equatorial plane for the flux $H(m)$ implies that $H(M) = 0$, that is $\theta(M) = 1$. We therefore get a relation between $H(0)$ and the energy flux dissipated in all atmospheric layers U :

$$H(0) = UM/4\pi. \quad (21)$$

Unlike in a stellar atmosphere, energy is locally produced so that the flux is not constant.

Integrating the second moment equation Eq. (16) over m , one derives:

$$K = K(0) + H(0) (\tau_H - \Delta\tau_H) \quad (22)$$

$$\text{with } \tau_H(m) = \int_0^m \chi_H(\zeta) d\zeta \quad (23)$$

$$\text{and } \Delta\tau_H(m) = \int_0^m \chi_H(\zeta) \theta(\zeta) d\zeta \quad (24)$$

where τ_H and $\Delta\tau_H$ are respectively the flux weighted and the “energy dissipation weighted” mean optical depths. In a stellar atmosphere, one has $K = K(0) + H(0)\tau_H$. Here, $\Delta\tau_H$ represents a correction to the flux-weighted mean optical depth due to the decrease of the flux toward the mid-plane of the disk. In the large depth approximation, we have: $dT^4/d\tau_H \propto H$. Since in a stellar atmosphere, the flux H is constant, $T^4 \propto H\tau_H$, whereas in a disk H decreases with τ_H until $T^4 \leq H(0)\tau_H$, hence the corrective term $\Delta\tau_H$.

We then introduce the Eddington factors,

$$f_K = \frac{K}{J} \quad \text{and} \quad f_H = \frac{H(0)}{J(0)}. \quad (25)$$

In the large depth approximation, met in thick parts of the disk, they are respectively equal to 1/3 and 1/2.

2.3.3. Formal solution

Combining Eqs. (11), (22) and (25), we get the temperature distribution:

$$T^4 = \frac{\kappa_J T_{\text{eff}}^4}{4\kappa_B f_K} \left[\left(\tau_H - \Delta\tau_H + \frac{f_K(0)}{f_H} \right) + \frac{f_K}{M\kappa_J} \frac{u}{U} \right] \quad (26)$$

with $\sigma_B T_{\text{eff}}^4 = UM$.

In the case of strict thermal equilibrium, the intensity-weighted and flux-weighted mean opacities κ_J and κ_H can be substituted by the Planck and Rosseland mean opacities κ_B and κ_R .

Equation (26) means that the vertical distribution of the temperature in a disk is similar to its distribution in a stellar atmosphere:

$$T^4(\tau) = \frac{\kappa_J(\tau)}{4\kappa_B(\tau)f_K(\tau)} T_{\text{eff}}^4 \left[\tau + \frac{f_K(0)}{f_H} \right], \quad (27)$$

with two main differences:

- (i) A local term, proportional to the energy dissipation u is added. In a stellar atmosphere no energy dissipation occurs in the intermediate layers. The factor proportional to the density of energy per unit mass u , in Eq. (26) is also inversely proportional to the optical depth of the disk, $\kappa_J M$. This factor is therefore dominant in zones where the disk is thin;
- (ii) the optical depth τ becomes $\tau_H - \Delta\tau_H$. The term $\Delta\tau_H$ is positive but cannot exceed τ_H depending where the energy dissipation occurs in the vertical structure. The two extreme situations are when the dissipation function is a Dirac function located either in the central plane of the disk, or at the top of the photosphere. In the first situation, $\Delta\tau_H = 0$ everywhere, whereas in the second one $\Delta\tau_H = \tau_H$. Above the layers where most dissipation occurs, the correction $\Delta\tau_H$ can be ignored and the disk behaves like a stellar atmosphere: there is no local energy source and all radiation comes from deeper layers. In the central layers, $\theta(m) \approx 1$ and $\tau_H(m) - \Delta\tau_H(m)$ is constant: most energy dissipation occurs in upper layers, and, in other terms

there is almost no radiation coming from deeper layers. Therefore the temperature is more or less constant. In the particular case where the energy is dissipated only in the central plane $\tau_H - \Delta\tau_H = \tau_H$ and the disk photosphere behaves like a stellar atmosphere.

2.3.4. Several sources of energy dissipation

In the case where there are several sources of energy dissipation releasing the energy $u_k(m)$ in the layer m , the formal solution given in Eq. (26) can be split as the sum of the temperature distributions (see Appendix A):

$$T^4(m) = \sum_k T_k^4(m), \quad (28)$$

with the temperature distribution of source k ,

$$T_k^4(m) = \frac{\kappa_J(T_{\text{eff}})_k^4}{4\kappa_B f_K} \times \left[\left(\tau_H - (\Delta\tau_H)_k + \frac{f_K(0)}{f_H} \right) + \frac{f_K}{M\kappa_J} \frac{u_k}{U_k} \right], \quad (29)$$

where the effective temperature of the k th source is defined by:

$$\sigma_B(T_{\text{eff}})_k^4 = \int_0^M u_k(\zeta) d\zeta = U_k M. \quad (30)$$

The quantity $(\Delta\tau_H)_k$ is defined by Eq. (24) where the vertical distribution function $\theta(m)$ is replaced by the corresponding k th energy source,

$$\theta_k(m) = \frac{1}{U_k M} \int_0^m u_k(\zeta) d\zeta. \quad (31)$$

We see that when dealing with several sources of energy dissipation, one can treat them separately from the analytical point of view (see Sect. 2.4). However in the full modelization, the field of radiation which defines $J(m)$, $H(m)$, $f_K(m)$ and f_H must be computed globally.

2.4. Influence of external radiative sources

Hubeny (1990) already took into account the effect of the irradiation by the central star (see also Hubeny 1991). However, when addressing the influence of the radiation from external sources, we can use Eqs. (28) and (29) taking into account as an additional source of energy dissipation the reprocessing of the incoming radiation. To compute the reprocessed energy u_A and its influence on $(\Delta\tau_H)_A$, we need to solve the radiative transfer of the direct and scattered incoming radiation.

The flux coming from a central source is highly directional and cannot be processed as isotropic radiation. For convenience, one may split the radiation field into several components, and consider separate partial transfer equations for the individual components. Some of the radiation components may be considered as a source of additional

heating. Only the component containing the thermal emission term, $\kappa_\nu B_\nu$, can be treated with the formalism developed in the previous section. The mean opacities κ_J , κ_B , χ_H , and the mean Eddington factors f_K and f_H are then defined as appropriate averages over the moments of this particular component of the radiation field.

Here, we process separately (i) the radiation from internal heating sources or from external light absorbed and reprocessed in the disk, a radiation which is mainly isotropic and thermalized, and (ii) the radiation coming from external sources which is not absorbed. In this latter case, we again split the incoming radiation into two terms, one attenuated coming directly from its external source in a given known direction, and one that has been scattered once or several times and that should be mainly isotropic.

We use the following notations:

1. I_ν : radiation emitted by the disk itself. (All thermal flux related quantities are written without superscript);
2. I_ν^s : radiation coming from external sources and scattered in the disk;
3. I_ν^0 : attenuated radiation coming from external sources
4. u_ν : the energy dissipated locally (e.g. viscosity process);
5. u_A : the energy coming from the incident photons absorbed in the disk and reprocessed.

This approach is quite similar to Chandrasekhar's one (Chandrasekhar 1960) and was used by (1991). It consists of writing the equations of transfer for the total intensity I_ν and then deriving equations involving non-local terms I_ν^0 and I_ν^s . Since the radiative transfer of I_ν and non-local terms are treated separately, the coupling between them can be seen either as a loss of energy for the non-local radiation, or as a gain of energy for I_ν . The stellar flux can now be seen as energy dissipation similar to that due to viscosity.

2.4.1. Energy reprocessed by the disk

In the presence of an external source of radiation, the energy dissipation term u_A linked to the reprocessing of the radiation coming from external sources and absorbed in the disk is directly linked to the specific intensity of the incoming radiation by:

$$\rho(m)u_A(m) = 4\pi \int_{-1}^{+1} \int_0^{+\infty} \kappa_\nu (I_\nu^0(m, \mu) + I_\nu^s(m, \mu)) d\nu d\mu. \quad (32)$$

With J^0 and J^s the frequency-integrated zeroth order moments of I_ν^0 and I_ν^s ,

$$J^0 = \int_0^{+\infty} J_\nu^0 d\nu \quad \text{with} \quad J_\nu^0 = \int_{-1}^{+1} I_\nu^0(\mu) d\mu, \quad (33)$$

$$J^s = \int_0^{+\infty} J_\nu^s d\nu \quad \text{with} \quad J_\nu^s = \int_{-1}^{+1} I_\nu^s(\mu) d\mu, \quad (34)$$

and, the intensity weighted opacities,

$$\kappa_J^0 = \int_0^{+\infty} (\kappa_\nu/\rho) J_\nu^0 d\nu/J^0, \quad (35)$$

$$\kappa_J^s = \int_0^{+\infty} (\kappa_\nu/\rho) J_\nu^s d\nu/J^s. \quad (36)$$

u_A can be expressed as:

$$u_A = 4\pi(\kappa_J^0 J^0 + \kappa_J^s J^s). \quad (37)$$

The energy absorbed u_A is therefore proportional to the mean incident flux and to the absorption coefficient of the medium.

2.4.2. Radiative transfer of the incoming radiation

We study the transfer of the radiative intensities I^0 and I^s upon which our knowledge of u_A and $(\Delta\tau_H)_A$ depends. The equations of transfer for the incoming radiation within the frame of coherent isotropic scattering are:

$$\mu \frac{\partial I_\nu^0}{\partial z}(z, \mu) = -\chi_\nu I_\nu^0(z, \mu), \quad (38)$$

$$\mu \frac{\partial I_\nu^s}{\partial z}(z, \mu) = -\chi_\nu I_\nu^s(z, \mu) + \sigma_\nu J_\nu^s(z, \mu) + \sigma_\nu J_\nu^0(z, \mu), \quad (39)$$

where $\sigma_\nu J_\nu^0(z, \mu)$ accounts for the scattering of the incoming radiation and $\sigma_\nu J_\nu^s(z, \mu)$ for multiple scattering.

We define the direction and frequency averaged opacities,

$$\chi_J^0 = \int_0^{+\infty} (\chi_\nu/\rho) J_\nu^0 d\nu/J^0; \quad (40)$$

$$\chi_H^0 = \int_0^{+\infty} (\chi_\nu/\rho) H_\nu^0 d\nu/H^0; \quad (41)$$

$$\sigma_J^0 = \int_0^{+\infty} (\sigma_\nu/\rho) J_\nu^0 d\nu/J^0; \quad (42)$$

$$\chi_H^s = \int_0^{+\infty} (\chi_\nu/\rho) H_\nu^s d\nu/H^s; \quad (43)$$

where J_ν^0 , J_ν^s , and, H_ν^0 , H_ν^s are respectively the zeroth and first moments of I_ν^0 and I_ν^s . Therefore the frequency-integrated zeroth, first and second moments of I_ν^0 and I_ν^s , namely J^0 , H^0 , K^0 for direct incoming radiation and J^s , H^s , K^s for scattered incoming radiation, are linked by the following equations:

$$\frac{dH^0}{dm} = -\chi_J^0 J^0 \quad \text{and} \quad \frac{dK^0}{dm} = -\chi_H^0 H^0 \quad (44)$$

$$\frac{dH^s}{dm} = -\kappa_J^s J^s + \sigma_J^0 J^0 \quad \text{and} \quad \frac{dK^s}{dm} = -\chi_H^s H^s. \quad (45)$$

Therefore, the reprocessed energy,

$$u_A(m) = -4\pi \left(\frac{dH^0}{dm} + \frac{dH^s}{dm} \right), \quad (46)$$

leads to

$$U_A M = 4\pi (H^0(0) + H^s(0)) \quad (47)$$

$$\theta_A(m) = 1 - \frac{H^0(m) + H^s(m)}{H^0(0) + H^s(0)} \quad (48)$$

assuming $H^s(M) = 0$ and $H^0(M) = 0$, i.e. assuming that the equatorial plane is a plane of symmetry for the source of external radiation. This is truly the case for a central star or a uniform ambient medium.

Using the second moment of the incoming and reprocessed radiative equations, we derive $(\Delta\tau_H)_A$,

$$(\Delta\tau_H)_A = \tau_H + \frac{\omega^0 [K^0 - K^0(0)] + \omega^s [K^s - K^s(0)]}{H^0(0) + H^s(0)} \quad (49)$$

where we define respectively ω^0 and ω^s , the mean ratios of χ_H to χ_H^0 and χ_H^s :

$$\int_0^m \chi_H(\zeta) H^0(\zeta) d\zeta = \omega^0(m) \int_0^m \chi_H^0(\zeta) H^0(\zeta) d\zeta \quad (50)$$

$$\int_0^m \chi_H(\zeta) H^s(\zeta) d\zeta = \omega^s(m) \int_0^m \chi_H^s(\zeta) H^s(\zeta) d\zeta. \quad (51)$$

If the radiation is absorbed in a geometrically thin layer, where the temperature and density are more or less constant, then $\omega^0 \approx \chi_H/\chi_H^0$. It is the ratio of the absorption of *reprocessed* radiation (generally in the thermal infrared) to the absorption of *incoming* radiation (often in the visible, or UV, or X-ray domain). In the case of a hot source like stellar irradiation or a UV field, this ratio is expected to be less than unity.

Finally the contribution of the incoming radiation source to the temperature distribution is:

$$T_A^4(m) = \frac{\kappa_J}{4\kappa_B f_K} (T_{\text{eff}})_A^4 \times \left[\frac{\omega^0 [K^0(0) - K^0] + \omega^s [K^s(0) - K^s]}{H^0(0) + H^s(0)} + \frac{f_K(0)}{f_H} + \frac{f_K}{M\kappa_J} \frac{\kappa_J^0 J^0 + \kappa_J^s J^s}{H^0(0) + H^s(0)} \right]. \quad (52)$$

We show in Appendix B how to compute $J^0(m)$, $J^s(m)$, $H^0(m)$, and $H^s(m)$ in the case of an external point-like source where the irradiation from the central source is highly collimated. As demonstrated in Sect. 2.3.4, the temperature vertical structure of a sum of point-like sources is the sum of the temperatures computed for each source to the fourth power.

2.4.3. Interpretation

In this section, we discuss in detail the physical interpretation of the complex Eq. (52). Since we know how to add the contributions of various energy sources by using Eqs. (28) and (29), we can restrict ourselves to a point-like source located at infinity without losing generality. An extended source will then be processed as the sum of point-like sources.

The dependence of the central temperature to the incoming stellar radiation is relatively simple. Since the top-most layer emits half upward to the outside and half downward toward the inner layers, the latter ones receive half of the emission. Their effective temperature is then $T_A/2^{1/4}$. Since there is no flux inside (for $\tau \gg 1$), the temperature

is constant and equal to this temperature. This intuitive result is compatible with Eq. (52). As a matter of fact, if μ^0 is the cosine angle of the incoming radiation and since $K = \mu^0 H$, the first term in the square brackets is of the order of $\omega^0 \mu^0$. For a slanted incident stellar radiation, we have $\mu^0 \ll 1$ and therefore $\omega^0 \mu^0 \ll 1$. Deep inside the disk, the third term, evanescent since the incoming radiation is absorbed, is also negligible. The brackets reduce to $f_K(0)/f_H \approx 2/3$. The central temperature is therefore smaller than the effective temperature T_A by a factor $\approx 2^{-1/4}$. In conclusion, half of the absorbed energy is irradiated by the hot topmost layer and another half by the cooler inner layers.

At the surface, the third term in the square brackets reduces to $1/(\mu^0 \omega^0)$ by using $J^0 = H/\mu^0$ and is dominant. The temperature is therefore much higher than the effective temperature. This fact is explained in Malbet & Bertout (1991): the topmost layer, vertically optically thin but radially optically thick, absorbs almost all stellar light. This layer is superheated by a factor of $(1/\mu^0)^{1/4}$. Chiang & Goldreich (1997) refined this view by multiplying the term $1/\mu^0$ by $1/\omega^0$. The first factor is a pure geometrical effect of the slanted incidence whereas the second one comes from the difference between the opacities for the visible incoming radiation and the infrared reprocessed radiation.

2.4.4. Overview of other heating sources

The flux radiation from the ISM can be processed on the same basis as the stellar irradiation. The main difference is that the ISM does not irradiate in a particular direction. If we assume that it consists of an isotropic black body radiation of characteristic temperature T_{ISM} , we can apply Eq. (61) within the two-stream approximation (i.e. with $\mu^* = 1/\sqrt{3}$ using the definition given in Sect. 3.2.2) and we can demonstrate that the contribution of the ISM radiation is a constant. In fact, if the ISM is the unique source of irradiation, the disk would be isothermal.

All other radiative sources can be treated exactly as the central star. If they are extended, the previous results derived for point-like sources are integrated over angles.

The radial extent of the disk is much larger than the vertical one. We can therefore apply the approximations of large depth to the horizontal transfer. This hypothesis, combined with the LTE approximation, allows us to write the horizontal flux H_r as:

$$H_r = -\frac{4}{3\pi(\rho\kappa_R)} T^3 \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (53)$$

The local energy gain for the material between r and $r+dr$ is $4\pi(H_r(r+dr) - H_r(r))$. One then derives the heating per unit of mass of material that allow us to self-consistently compute the correction to the vertical transfer, in the case $H_r \ll H$:

$$u_H = \frac{4\pi}{\rho} \frac{\partial H_r}{\partial r}. \quad (54)$$

3. Application to T Tauri disks

The two main heating sources in the case of T Tauri disks are the viscous dissipation and the stellar light absorption. We apply our general equations in this frame.

3.1. Approximations

All the terms τ_H , κ_H , etc., are dependent on the structure. Moreover f_K and f_H , are not known a priori. Therefore we will seek a self-consistent iterative method able to determine these quantities.

We now make two approximations concerning the opacities: the diffuse intensity is a Planck distribution at the local temperature and the radiation coming from an external source is also a Planck distribution at the temperature of the source T^* . We then derive:

- $\kappa_J = \kappa_B$, the Planck mean opacity.
- $\kappa_J^0 = \kappa_J^s = \kappa_B^*$, the mean opacity for a black body radiation at T^* through a medium at temperature T .
- $\kappa_H = \kappa_R$, the Rosseland mean opacity.

Since the scope of this paper is to present analytical solutions and simple numerical applications, we use the gray Rosseland opacities given by Bell & Lin (1994). We also use the gray approximation $\kappa_B = \kappa_B^* = \kappa_R$ and ignore diffusion. Therefore $\omega^s = \omega^0$ that we now call ω .

The f_H and f_K values will be close to $1/2$ and $1/3$. These approximations are only valid at large depths, but we refine these values in optically thin zones at each iteration, as well as for ω .

3.2. Vertical temperature distribution

3.2.1. Viscous heating at each layer in the disk

We consider here an energy density per mass unit which depends on local conditions. The energy dissipation per mass unit due to viscosity is given by Franck et al. (1985):

$$u_V(m) = \nu_{\text{visc}}(m) \left(r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2. \quad (55)$$

In the case of a thin Keplerian disk we get:

$$u_V(m) = \frac{9}{4} \Omega^2 \nu_{\text{visc}}(m). \quad (56)$$

Since $u_V(m)$ depends vertically only on $\nu_{\text{visc}}(m)$, the θ_V function depends only on the vertical structure of the viscosity ν_{visc} and of its mass-average $\bar{\nu}_{\text{visc}}$.

Up to now there has been no exact description of the viscosity induced by the turbulence. In this paper, we have considered two different types of viscosity:

1. The Shakura-Sunyaev prescription stating that the viscosity is proportional to the local sound speed and local height scale:

$$\nu_{\text{visc}} = \alpha c_s h \propto T. \quad (57)$$

The θ_V function is therefore the distribution function of the temperature. The term $\tau_H - (\Delta\tau_H)_V$, by definition smaller than τ_H , can be much smaller if the temperature peaks at the surface of the photosphere;

2. The β -prescription, derived from laboratory experiments, and applied to accretion disks by Huré et al. (2001), states that

$$\nu_{\text{visc}} = \beta\Omega r^2 \quad (58)$$

where β is a constant ranging from 10^{-5} to 10^{-3} . Here the viscosity is uniform along the vertical axis and does not depend on the temperature distribution of the disk.

3.2.2. Heating by the central stellar source

With the approximations of Sect. 3.1, there is no reason to distinguish the two specific intensities I^0 and I^s . If we call $I^* = I^0 + I^s$, then we find an analytical solution very similar to Eq. (28) of from Malbet & Bertout (1991):

$$T_A^4 = \frac{\pi\kappa_J H^*(0)}{f_K \kappa_B \sigma_B} \left[\omega^* \frac{K^*(0) - K^*}{H^*(0)} + \frac{f_K(0)}{f_H} + \frac{f_K \kappa_J^* J^*}{\kappa_J H^*(0)} \right] \quad (59)$$

where the quantities linked to the star incoming radiation are superscripted with *. The only difference is the presence of ω^* which is not a priori equal to 1 as noted by D'Alessio et al. (1998).

We derive $J^*(0)$ and $H^*(0)$ from the geometrical properties of the system using the approximation described by Ruden & Pollack (1991). The star is seen by the disk as a point-like source. It is valid beyond a few stellar radii; in the inner parts this is not the case, nevertheless reprocessing is seldom dominant in this region (see Fig. 3 of D'Alessio et al. 1998). A point-like source equivalent to the star must present the same values for $J^*(0)$ and $H^*(0)$. The incidence angle is given by:

$$\mu^* = H^*(0)/J^*(0). \quad (60)$$

One finally obtains, using the gray optical depth τ , the same expression (33) of Malbet & Bertout (1991) except for the factor ω^* already discussed in the previous section,

$$T_A^4 = \frac{(T_{\text{eff}})_A^4}{4f_K} \left[\mu^* \omega^* (1 - e^{-\tau/\mu^*}) + \frac{f_K(0)}{f_H} + f_K \frac{e^{-\tau/\mu^*}}{\mu^*} \right] \quad (61)$$

where the effective temperature of the stellar reprocessing is:

$$(T_{\text{eff}})_A^4 = 4\pi H^*(0)/\sigma_B. \quad (62)$$

3.3. Equation of state – Hydrostatic equilibrium

The equation of state in the disk is:

$$P = f_{\text{gas}} c_s^2 \rho \quad (63)$$

$$\text{with } c_s = \sqrt{\frac{k_B T}{\mathcal{M} m_H}}. \quad (64)$$

First of all, radiation pressure is ignored in Eq. (63) as suggested by Shakura & Sunyaev (1973). If the disk is assumed to be homogeneous and mixed by the turbulence, the mass fraction of gas, f_{gas} , is a known function of T and ρ , and might even be a constant if evaporation is ignored. The dust is only a few percent of the mass of the disk, so we use $f_{\text{gas}} = 1$ in the present work.

We also assume that the disk dynamics is dominated by the central star, so that it is Keplerian. Then, in the thin approximation, \mathcal{G}_z is a linear function of z . Combined with Eq. (63), the hydrostatic equilibrium and the local height scale become:

$$\frac{d^2 P}{dz^2} = -\frac{c_s^2 \Omega^2}{P}, \quad (65)$$

$$h = \frac{c_s}{\Omega}, \quad (66)$$

$$\text{with } \Omega = \sqrt{\frac{GM_*}{r^3}}. \quad (67)$$

3.4. Self-similar accretion model

The radial distribution of energy dissipation for the accretion $U_V(r)$ and the surface density $\Sigma(r)$ are essential parameters for the initialisation step of our code. In order to be as general as possible, we use a prescription with a self-similar accretion rate, instead of the model by Shakura & Sunyaev (1973) which assumes a uniform accretion rate over the disk. We assume that some ejection process removes material away from the close environment of the star within a radius r_0 . A more detailed description of this mechanism can be found in Ferreira & Pelletier (1995). The accretion rate is parametrized as:

$$\dot{M}(r) = \begin{cases} \dot{M}_\infty \left(\frac{r}{r_0} \right)^\xi & \text{if } r < r_0 \\ \dot{M}_\infty & \text{if } r \geq r_0 \end{cases} \quad (68)$$

where $0 \leq \xi \leq 1$ is the ejection index (see Ferreira & Pelletier 1995) and r_0 the cut-off radius. When $\xi = 0$, this model corresponds exactly to the standard accretion model by Shakura & Sunyaev (1973).

The dissipation per area unit $U_V(r)$ and the mass column $\Sigma(r)$ can then be expressed as:

$$U_V(r) = \frac{3GM_* \dot{M}(r)}{8\pi r^3} f(r) \quad (69)$$

$$\Sigma(r) = \frac{\dot{M}(r)}{3\pi \nu_{\text{visc}}} f(r) \quad (70)$$

where $f(r)$ is a factor close to unity at large r . Using the same method as Shakura & Sunyaev (1973) we obtain:

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{1+2\xi} \left[1 - \left(\frac{r_*}{r} \right)^{\xi+\frac{1}{2}} \right] & \text{if } r < r_0 \\ 1 - \frac{2\xi}{1+2\xi} \sqrt{\frac{r_0}{r}} - \frac{1}{1+2\xi} \left(\frac{r_*}{r_0} \right)^\xi \sqrt{\frac{r_*}{r}} & \text{if } r \geq r_0. \end{cases} \quad (71)$$

Table 1. Parameters used in the model.

r_*	$= 2 R_\odot$	M_*	$= 0.5 M_\odot$
T_*	$= 4000 \text{ K}$	T_{ISM}	$= 15 \text{ K}$
r_0	$= 100 r_*$	α	$= 0.01$
r_{min}	$= 2.2 R_\odot$	A_V	$= 1$
d	$= 450 \text{ pc}$		

3.5. The numerical code

Our set of equations are coupled and non-linear. They need to be solved numerically, within the framework presented below.

The grid: we use a logarithmic radial grid. For each radius we chose a non-uniform vertical grid so that the mass column coordinate $m(z)$ is logarithmically sampled.

Initial conditions: from the radial structure described in Sect. 2.1, we compute an isothermal vertical structure.

Iterative method: Knowing the temperature and mass column, the hydrostatic equilibrium is solved for. We deduce the density and pressure distributions. Then the temperature and optical depth are computed again using the development of Sect. 2.3.2. Subsequent quantities are derived, like the kinematic viscosity. The value of $M(r)$ is refined so that it matches Eq. (70) using the average kinematic viscosity. The mass column grid is computed again with the new value of $M(r)$. The latter step is performed as many times as necessary to reach convergence (typically in ten iterations).

The parameters used for the computations are reported in Table 1.

4. Results and discussion

In this paper, we chose to treat mainly the radiative transfer in the disk. Even if we have developed the formalism of the central source heating, we will ignore its contribution in a first step and concentrate only on the viscous dissipation. In a future paper, we will present the case of heating by the central star. Moreover the heating by the central star becomes dominant at radii larger than a few astronomical units as shown in Fig. 3 of D'Alessio et al. (1998) so the results presented here will be correct only for the inner part of the disk and therefore for the visible and infrared thermal domain.

First, we compute the physical conditions in the disk: temperature, density, optical depth. Then we use these physical conditions to compute astronomical observables like SEDs, millimetric images and interferometric complex visibilities and direct images.

4.1. Physical conditions in the disk

4.1.1. Temperature and density

A map of density and temperature for a standard disk ($\xi = 0$) with an accretion rate of $10^{-5} M_\odot/\text{yr}$ is displayed in Fig. 1. The shape of the temperature iso-contours illustrates that the disk temperature is almost constant in

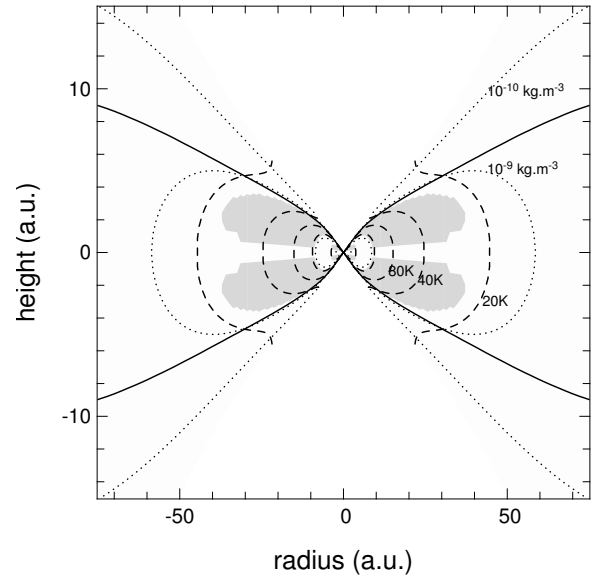


Fig. 1. Iso-contour maps of a T Tauri disk with $\dot{M} = 10^{-5} M_\odot/\text{yr}$. *Dashed lines:* lines of equal temperature; *Dotted lines:* lines of equal density; *Solid line:* limits of the optically thick region ($\tau = 1$); *Gray zone:* zone of instability with respect to the convection.

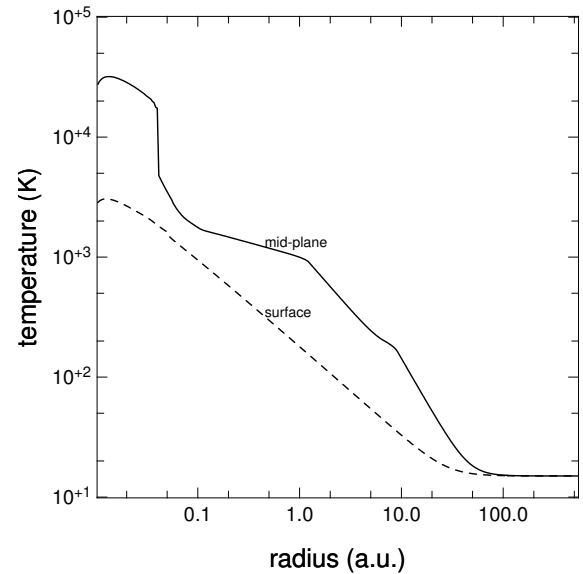


Fig. 2. Radial distribution of the temperature in the central layer and of the effective temperature (located at $\tau = 1$).

the optically thick part, whereas the temperature changes quickly with the altitude in the upper layer. As previously guessed, the disk appears roughly isothermal over the vertical dimension in its inner part.

Figure 2 displays the variation of the temperature with the radius. We verify that the effective temperature, i.e. at $\tau = 1$, is proportional to the dissipated flux: it follows

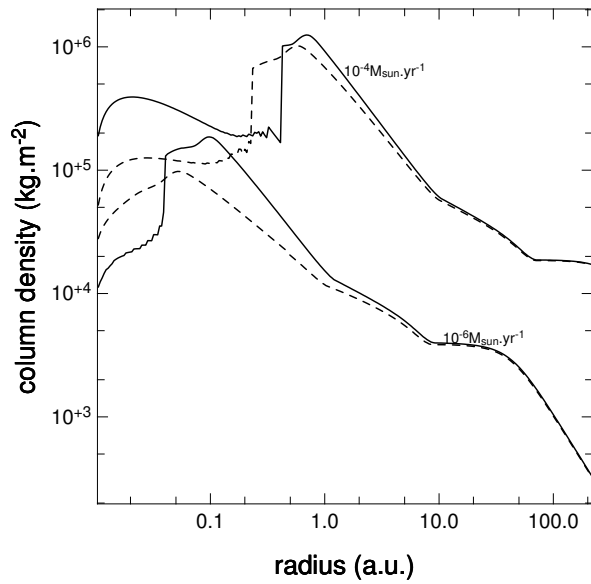


Fig. 3. Column density in an α -disk for two different accretion rates. *Solid lines:* $\xi = 0$; *Dashed lines:* $\xi = 0.5$.

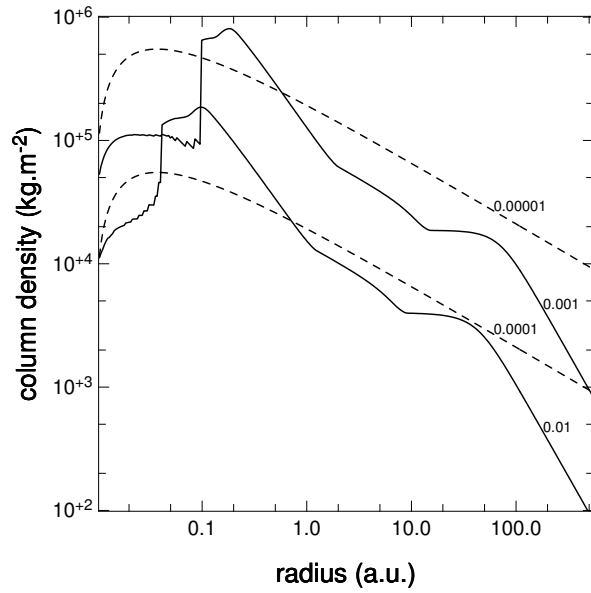


Fig. 4. Column density in a disk with different viscosity prescriptions. *Solid lines:* $\alpha = 10^{-3}, 10^{-2}$; *Dotted lines:* $\beta = 10^{-4}, 10^{-3}$.

an $r^{-3/4}$ law. We stress that the central temperature is much higher than the effective temperature.

We check that the disk is optically thick even at large radii while the geometrical thickness of the disk remains much smaller than unity: if we define the disk surface as the region of optical depth unity, we find $z/r \approx 0.1-0.2$.

The geometry of the density contours displayed in Fig. 1 have a different shape depending whether they are located in the central optically thick part or in the upper optically thin layers. Figure 1 also displays the disk parts which are unstable to convection by computing the Schwarzschild criterion. For the time being, the consequences of this convection are not taken into account in our model.

4.1.2. Column density

Figure 3 shows the mass column density as a function of the radius in the case of a standard α -disk with two values of the ejection parameter ξ . We take the cut-off r_0 at 100 stellar radii, i.e. about 1 AU. Two values of the accretion rate have been considered: 10^{-6} and $10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$. As expected, the radial structure of $\Sigma(r)$ changes in the close environment of the star when $\xi \neq 0$.

Power-laws are often used by observers in the description of the radial structure of disks, though one can see in Fig. 4 that the column density of an α -disk cannot be described with such a law. However, on restricted domains of radius, the mass column in an α -disk can be described by the equation

$$\Sigma(r) \approx \Sigma_i (r/1 \text{ AU})^{-q_i} \text{ kg m}^{-2} \text{ for } r_i \leq r \leq r_{i+1} \quad (72)$$

Table 2. Parameters computed from the model to approximate the surface density by a power law by pieces, sorted by decreasing order of radius domain.

$\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$			$\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$		
Σ_i	q_i	r_i	Σ_i	q_i	r_i
1×10^6	1.5	40	—	—	—
4×10^3	0.0	9	2×10^4	0.0	67
1.5×10^4	0.6	1	2.5×10^5	0.6	5
1.5×10^4	1.2	0.11	9×10^5	1.4	0.75
4×10^5	-0.3	0.06	1.5×10^6	-0.5	0.45

where the coefficient q_i ranges from -0.4 to 1.5 and Σ_i is a constant. These coefficients are given in Table 2 for two values of the accretion rate.

We show in Fig. 4 the influence of α on the structure of the disk. These results are compared with the ones obtained with the β viscosity prescription. The general behaviour is somewhat different except for the 1–10 AU region. Therefore observing inside 1 AU or outside 10 AU could be decisive in determining the viscosity law.

4.2. Astronomical observables

One of the aims of this work is to compute physical conditions around a young star so that we can calculate the electromagnetic field emerging from this region. This emission can then be analysed by several types of instruments: photometers, spectrographs, imaging cameras, interferometers, etc. The next sections give examples of astronomical observables that can be used to constrain our knowledge of the circumstellar environment.

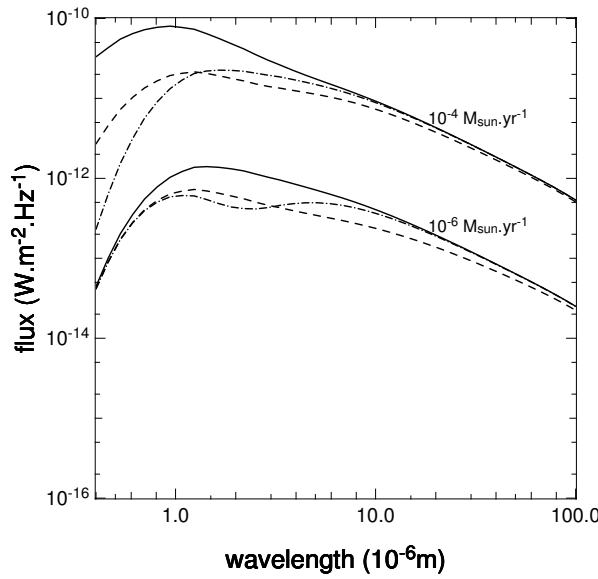


Fig. 5. Spectral energy distribution (λF_λ vs. λ) for different disk models *Solid lines*: standard disk; *Dashed lines*: disk with $\xi = 0.5$; *Dashed & dotted lines*: standard disk with an inner hole of $8r_*$.

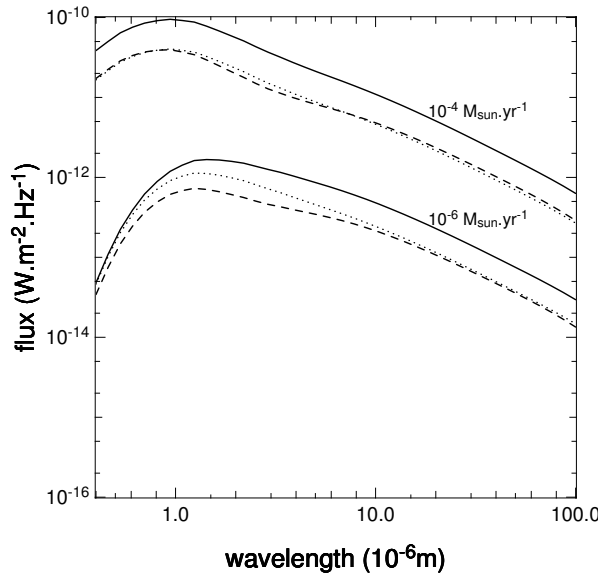


Fig. 6. Spectral energy distribution (λF_λ vs. λ) of the disk model as a function of inclination. *Solid lines*: pole-on disk. *Dashed lines*: inclination of $i = 45^\circ$. *Dotted lines*: same inclination without the flaring effect (see text for details).

4.2.1. Spectral energy distribution

The spectrophotometry technique gives access to the spectral energy distribution. We integrate along the line of sight the contribution of each disk layer to the emergent flux. In the examples taken for Fig. 5, the SED is significantly altered in the range $1\text{--}5\ \mu\text{m}$ with the self-similar accretion model. The inner hot regions being depleted, the

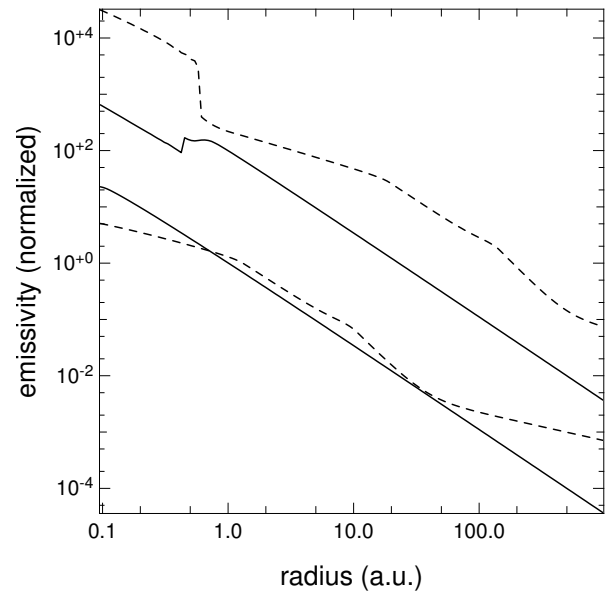


Fig. 7. Emergent millimetric flux from a pole-on disk for several accretion rates and viscosity prescriptions. *Upper curves*: $\dot{M} = 10^{-4} M_\odot/\text{yr}$; *Lower curves*: $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$; *Solid lines*: $\alpha = 10^{-2}$; *Dashed lines*: $\beta = 10^{-4}$.

short wavelengths are less present. We assumed an overall extinction of $A_V = 1$ in the visible and an inner radius of the disk of $r_{\min} = 1.1$ stellar radius. However, Fig. 5 shows that the SED is significantly different from the one expected from a standard model with a large inner gap.

Figure 6 shows the influence of disk flaring on the intermediate wavelength range of the SED. The difference between the two curves representing the SED of a 45° -inclined disk lies in the location of the photosphere, i.e. the location of the disk layer that emits most of the emergent flux. In the flaring case, the flux comes from the layer where $\tau = 1$, whereas in the so-called no flaring case, the flux comes from the disk equatorial plane but with the same temperature as the effective temperature. This latter case corresponds to the standard radial model where the vertical structure is not taken into account. Even without the reprocessing of the stellar photons, the effect of the vertical extension of the disk atmosphere is therefore not negligible at intermediate wavelengths.

4.2.2. Millimetric images

Radio observations can help us discriminate between the two viscosity prescriptions, and especially radio observations in the outer disk, since they are sensitive to the mass column. The disk being optically thin in the millimetric continuum, the flux is given by:

$$F_\nu \propto \int_{-\infty}^{+\infty} T(z) \rho(z) dz \approx \Sigma \bar{T}. \quad (73)$$

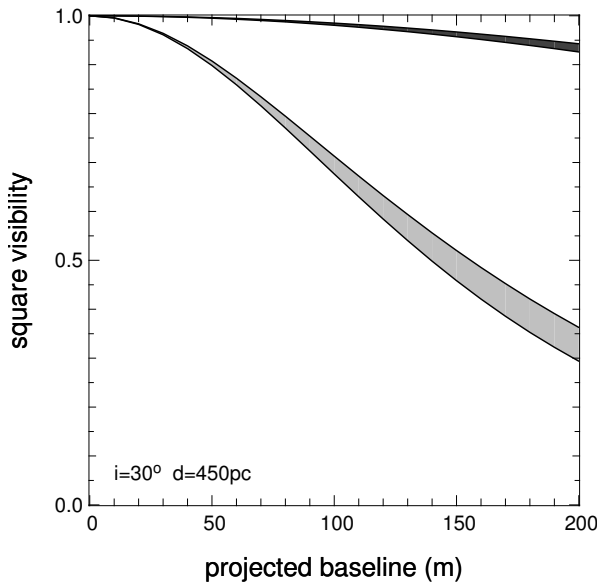


Fig. 8. Visibilities from a disk model as a function of the baseline. *Gray:* $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$; *Black:* $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$. For a given baseline the visibility varies with the position angle; the domain between the minimum and maximum values is filled.

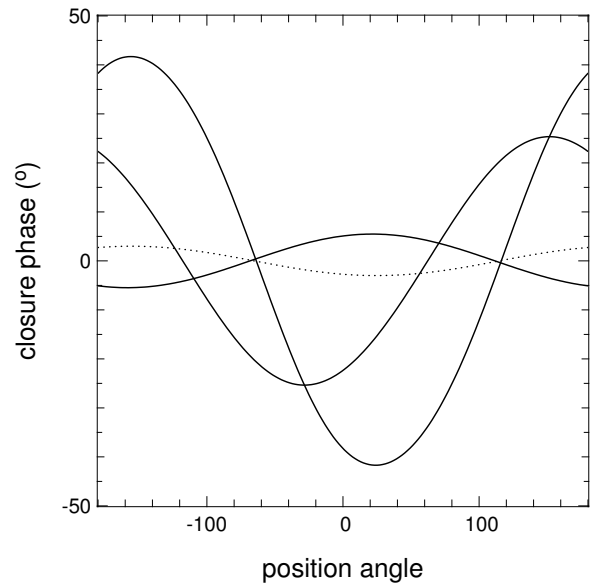


Fig. 9. Closure phases as a function of the position angle for a triplet combination of the VLTI auxiliary telescopes. *Solid lines:* $\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$. *Dotted line:* $\dot{M} = 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$ with the largest baseline.

Figure 7 compares the millimetric emissivity for an α -disk and a β -disk with the same characteristics. At intermediate radii, the two emissivities are more or less equivalent, however at larger radii the emissivities can follow somewhat different power laws. F_{ν} is proportionnal to $r^{-3/2}$ for an α -disk over the full range, whereas a β -disk presents a variable power-law exponent. In the domain where the disk is thermalized with the ISM, i.e. at large radii, $F_{\nu} \propto r^{-1/2}$.

4.2.3. Interferometric observables

Probing the inner parts of disks requires high angular resolution techniques that can be achieved with present or soon-to-be operated interferometric instruments (Malbet & Bertout 1995). The more massive disks ($\dot{M} > 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$) should be resolved by the VLTI and its 100m-baseline, but we should also detect non-zero closure phase.

Figure 8 shows the visibility of a disk as a function of the projected baseline. Since the image is not centro-symmetric, the visibility depends on the position angle. Figure 9 displays the closure phase as a function of the position angle for different telescope combinations in the VLTI for a disk with an important accretion rate ($\dot{M} = 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$). As a comparison, the closure phase is displayed for a disk with moderate accretion rate with the widest combination of the VLTI auxiliary telescopes. Because of the natural flaring, a disk that is not seen pole-on does not appear centro-symmetric (as can be noticed in Fig. 10), therefore leading to a non-zero closure phase.

4.2.4. Direct images

Synthetic infrared images of the disk thermal emission are displayed in Fig. 10 with a field of 50 mas for a distance of $d = 450\text{pc}$. As explained above, they are not centro-symmetric because of the flaring. So far, we have only access to interferometric observations at this scale, so they are only relevant as a step to produce interferometric observables.

5. Conclusion

We have presented a new method to model the vertical structure of accretion disks. This method leads to analytical formulae for the temperature distribution which help to understand the behaviour of the radiation propagated inside the disk. Our model includes two sources of energy dissipation: viscous heating and reprocessing of external radiation like that emitted by the central star. We have applied these analytical results to the case of T Tauri disks in a variety of conditions showing that the method is versatile:

- with a modified Shakura-Sunyaev prescription for a disk with a non-constant accretion rate (Ferreira & Pelletier 1995);
- with a viscosity prescription following either the standard α or the β one proposed by Huré et al. (2001).

We are able to simulate the conditions of temperature and density in any part of the circumstellar environment and to compute astronomical observables like SED, optical and millimeter images or interferometric visibilities. This

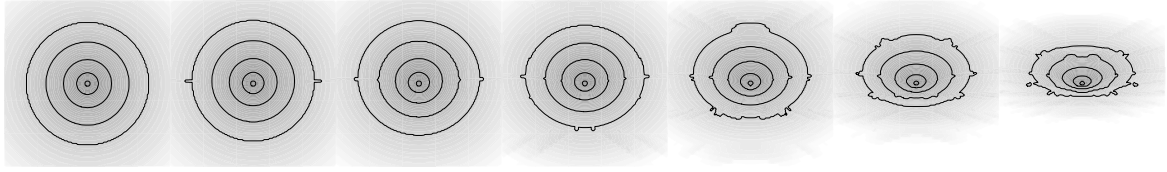


Fig. 10. Synthetic images of the thermal emission at $2.2 \mu\text{m}$ for different inclinations of the disk (from 0° to 60° by steps of 10°). $\dot{M} = 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$. The field is 50 mas.

code could be used also as starting conditions in a Monte-Carlo multiple scattering code in order to derive polarization maps.

When completed, this code will offer to observers a tool based on physical parameters to interpret their observations better than ad-hoc models based on power laws often used today.

Acknowledgements. We would like to thank E. di Folco who has partly worked on the code. We are grateful to C. Bertout, J. Bouvier, C. Ceccarelli, C. Dougados and F. Ménard for helpful discussions. We also thank the referee, Dr. Hubeny, for useful suggestions.

Appendix A: Vertical structure of the temperature with several energy sources

Each source of energy locally contributes to the heating u_k (see Sect. 2.3.4). The total local heating is then $u = \sum_k u_k$ and the energy dissipated per unit of disk surface is then $U = \sum_k U_k$ with

$$U_k M = \int_0^M u_k(\zeta) d\zeta. \quad (\text{A.1})$$

We now write the vertical distribution of energy dissipation, θ as a function of the different vertical distributions of the energy source, θ_k :

$$\begin{aligned} \theta(m) &= \int_0^m u(\zeta) d\zeta / (UM) \\ &= \sum_k \frac{U_k}{U} \theta_k(m) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{with } \theta_k(m) = \int_0^m u_k(\zeta) d\zeta / (U_k M).$$

Similarly for $\Delta\tau_H$:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_H(m) &= \int_0^m \theta(\zeta) \tau_H(\zeta) d\zeta \\ &= \sum_k \frac{U_k}{U} (\Delta\tau_H)_k \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{with } (\Delta\tau_H)_k(m) = \int_0^m \theta_k(\zeta) \tau_H(\zeta) d\zeta.$$

Since,

$$\frac{u(m)}{U} = \sum_k \frac{U_k}{U} \frac{u_k(m)}{U_k}$$

and $\sum_k (U_k/U) = 1$, we can rewrite Eq. (26) by replacing each term in the brackets by a sum over the k sources:

$$T^4 = \frac{\kappa_J T_{\text{eff}}^4}{4\kappa_B f_K} \sum_k \frac{U_k}{U} \left[\left(\tau_H - (\Delta\tau_H)_k + \frac{f_K(0)}{f_H} \right) + \frac{f_K}{M\kappa_J} \frac{u_k}{U_k} \right]. \quad (\text{A.5})$$

If we define the effective temperature of the k th energy source,

$$\sigma_B (T_{\text{eff}})_k^4 = U_k M, \quad (\text{A.6})$$

then Eq. (26) can be written as the following sum:

$$T^4 = \sum_k \frac{\kappa_J (T_{\text{eff}})_k^4}{4\kappa_B f_K} \left[\left(\tau_H - (\Delta\tau_H)_k + \frac{f_K(0)}{f_H} \right) + \frac{f_K}{M\kappa_J} \frac{u_k}{U_k} \right]. \quad (\text{A.7})$$

Therefore the vertical distribution of the temperature for a disk with multiple energy dissipation sources is the same as the sum of the individual temperature distributions using the global radiation in the disk, i.e. with J , H , K , τ_H computed from the global temperature distribution.

Appendix B: Incoming radiation field

We show in this appendix how to compute $J^0(m)$, $J^s(m)$, $H^0(m)$, and $H^s(m)$ in the case of an external point-like source. The intensity of the source is J^0 , giving us a boundary condition to solve the equations of transfer (44) and (45). If we define the optical depths,

$$\tau^0 = \int_0^m \chi_J^0(\zeta) d\zeta \quad (\text{B.1})$$

$$\tau^s = \int_0^m \kappa_J^s(\zeta) d\zeta \quad (\text{B.2})$$

we obtain:

$$J^0(m) = J(0) e^{-\tau^0(m)/\mu^0} \quad (\text{B.3})$$

$$J^s(m) = \Lambda_{\tau^s(m)} \left(\frac{\sigma_J^0}{\kappa_J^s} J^0 \right) \quad (\text{B.4})$$

where Λ is a commonly used operator (cf. Mihalas 1978) defined by:

$$\Lambda_\tau(f) = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} E_1 |t - \tau| f(t) dt \quad (\text{B.5})$$

$$\text{and } E_n(t) = \int_1^{+\infty} u^{-n} e^{-ut} du. \quad (\text{B.6})$$

The terms $H^0(m)$ and $H^s(m)$ can be computed in the same way as $J^0(m)$ and $J^s(m)$:

$$H^0(m) = \mu^0 J(0) e^{-\tau^0(m)/\mu^0} \quad (\text{B.7})$$

$$H^s(m) = \Phi_{\tau^s(m)} \left(\frac{\sigma_J^0}{\kappa_J^s} J^0 \right) \quad (\text{B.8})$$

with

$$\Phi_\tau(f) = 2 \int_0^{+\infty} E_2|t - \tau| f(t) \operatorname{sgn}(t - \tau) dt \quad (\text{B.9})$$

where $\operatorname{sgn}(x)$ is the sign function.

References

- Adams, F. C., Shu, F. H., & Lada, C. J. 1988, *ApJ*, 326, 865
 Basri, G., & Bertout, C. 1989, *ApJ*, 341, 340
 Bell, K. R., & Lin, D. N. C. 1994, *ApJ*, 427, 987
 Bertout, C., Basri, G., & Bouvier, J. 1988, *ApJ*, 330, 350
 Burrows, C. J., Stapelfeldt, K. R., Watson, A. M., et al. 1996, *ApJ*, 473, 437
 Calvet, N., Patio, A., Magris, G., & D'Alessio, P. 1991, *ApJ*, 380, 617
 Casse, F., & Ferreira, J. 2000a, *A&A*, 353, 1115
 Casse, F., & Ferreira, J. 2000b, *A&A*, 361, 1178
 Chandrasekhar, S. 1960, in *Radiative Transfer* (New York: Dover)
 Chiang, E. I., & Goldreich, P. 1997, *ApJ*, 490, 368
 Chiang, E. I., & Goldreich, P. 1999, *ApJ*, 519, 279
 D'Alessio, P., Canto, J., Calvet, N., et al. 1998, *ApJ*, 500, 411
 D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., et al. 1999, *ApJ*, 527, 893
 Di Folco, E. 1999, graduation dissertation from Grenoble University
 Feautrier, P. 1964, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 258, 3189
 Ferreira, J., & Pelletier, G. 1995, *A&A*, 295, 807
 Franck, J., King, A. R., & Raine, D. J. 1985, in *Accretion Power in Astrophysics* (Cambridge: University Press)
 Hubeny, I. 1990, *ApJ*, 350, 632
 Hubeny, I. 1991, The 6th Institute d'Astrophysique de Paris (IAP) Meeting: Structure and Emission Properties of Accretion Disks, *IAU Colloq.*, 129, 227
 Huré, J.-M., Richard, D., & Zahn, J.-P. 2001, *A&A*, 367, 1087
 Lazareff, B., Monin, J.-L., & Pudritz, R. E. 1990, *ApJ*, 358, 170
 Malbet, F., Lachaume, R., Monin, J.-L., & Berger, J.-P. 2000, *SPIE*, 4006, 243
 Lynden-Bell, D., & Pringle, J. E. 1974, *MNRAS*, 168, 603
 Malbet, F. 1992, Ph.D. from Paris University
 Malbet, F., & Bertout, C. 1995, *A&AS*, 113, 369
 Malbet, F., & Bertout, C. 1991, *ApJ*, 383, 814
 Meyer, F., & Meyer-Hofmeister, E. 1982, *A&A*, 106, 34
 Mihalas, D. 1978, in *Stellar atmospheres* (San Francisco: Freeman)
 Monin, J.-M., & Bouvier, J. 2000, *A&A*, 356, L75
 Pringle, J. E. 1981, *ARA&A*, 19, 137
 Ruden, S. P., & Pollack, J. B. 1991, *ApJ*, 375, 740
 Rydgren, A. E., & Zak, D. S. 1987, *PASP*, 99, 191
 Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, *A&A*, 24, 337
 Shu, F., Najita, J., Ostriker, E., et al. 1994, *ApJ*, 429, 781
 Stapelfeldt, K. R., Krist, J. E., Ménard, F., et al. 1998, *ApJ*, 502, L65
 Terquem, C., Papaloizou, J. C. B., Nelson, R. P., & Lin, D. N. C. 1998, *ApJ*, 502, 788
 Terquem, C. 1998, *ApJ*, 509, 819
 Whitney, B. A., & Hartmann, L. 1992, *ApJ*, 395, 529

Annexe B

La structure verticale des disques d'accrétion T Tauri III. Un modèle de disque à deux couches afin d'interpréter spectres et visibilités

L'article exposé ci-après correspond au modèle à deux couches du chapitre IV et à l'étude des observables du chapitre suivant (Lachaume et coll., 2003).

The vertical structure of T Tauri accretion discs

III. Consistent interpretation of spectra and visibilities with a two-layer model

Régis Lachaume¹, Fabien Malbet¹, and Jean-Louis Monin^{1,2}

¹ Laboratoire d'Astrophysique UMR UJF-CNRS 5571, Observatoire de Grenoble, Université Joseph Fourier, BP 53, F-38041 Grenoble cedex 9, France

² Institut Universitaire de France

Received 27 May 2002 / Accepted 17 June 2002

Abstract. We present a two-layer accretion disc model developed to simultaneously fit optical long baseline visibilities and spectral energy distributions of T Tauri accretion discs. This model allows us to access easily the physical conditions in the disc as the mid-plane or the surface temperature.

Our model includes viscous heating, absorption of stellar irradiation, and thermalisation with the surrounding medium. The disc is modelled with concentric cylinders for which the vertical radiation transfer is computed using two layers with vertically averaged temperatures: the outer layer is heated by the stellar irradiation and by the inner layer, and the inner layer by viscous dissipation and by the outer layer. We investigate three prescriptions for the geometrical thickness of the disc: it is either proportional the scale height (model 1), given ad hoc (model 2), or zero (model 3). We then derive the disc structure in the case of the α and β viscosity prescriptions, as well as for various optical thickness regimes of the disc.

This analytical model allows us to disentangle regions where the mid-plane temperature and the effective temperature are dominated by accretion from regions dominated by reprocessing of stellar light. In the case of α -prescription, we find that the structure of model 2 gives predictions very close to those of numerical simulations from previous authors.

From the disc structure, we derive the spectral energy distributions, images and interferometric visibilities. We analyse the influence of the disc parameters on the resulting structure and on the observable outputs. We apply our model to interpret consistently the spectral energy distributions and visibilities of SU Aur and FU Ori for which interferometric data are available, and that are not known to be part of a multiple system. We were not able to derive a consistent fit for T Tau North, which might come from caveats in the flux correction from its South component, but were able to separately derive fits for its spectrum and its visibilities.

We find that even a single interferometric measurement at one infrared wavelength can bring a very strong constraint on disc models. We predict that future massive interferometric observations of accretion discs will provide a breakthrough in the understanding of accretion disc physics.

Key words. Stars: pre-main-sequence; circumstellar matter – Accretion; accretion disks – Radiative transfer – Methods: analytical; numerical; data analysis

1. Introduction

Since the initial models of viscous accretion discs by Shakura & Sunyaev (1973) and Lynden-Bell & Pringle (1974), the physics of the close environment of T Tauri stars (TTS) has been extensively studied in order to interpret their spectral energy distribution (SED). For the sake of simplicity, models traditionally separated discs into two categories, sometimes called active discs, on one hand, in which viscous dissipation is predominant, and passive discs, on the other hand, for which irradiation by the

central star is the main heating process. Early models used quasi-Keplerian steady accretion discs, assumed to be geometrically thin for a wide range of accretion rate; they predicted a fixed slope for the infrared spectrum: $\lambda F_\lambda \sim \lambda^{-4/3}$. However many TTS present flatter SEDs, and disc flaring was among the first attempts to explore disc vertical structure as an explanation for such SED flattening (Adams et al. 1987; Kenyon & Hartmann 1987): in a flared disc, the surface of the remote parts is tilted toward the star and gets more stellar light than forecast by the standard model, resulting in a warmer disc further away from the star. Since then, several models have been

Send offprint requests to: R. Lachaume, e-mail:
Regis.Lachaume@obs.ujf-grenoble.fr

proposed in order to explain both standard SEDs and flatter ones.

An analytical study of the radiative transfer in the vertical structure of discs was first carried out by Hubeny (1990) for active discs, then by Malbet & Bertout (1991, hereafter paper I) for passive discs. In the latter model, the topmost layers of the disc, illuminated by the star, are hotter than the disc photosphere, resulting in excess continuum and line emission. Later on, Chiang & Goldreich (1997, 1999) used a simplified two-layer passive disc model based on the same super-heating mechanism and derived SEDs, confirming conclusions of paper I and producing results consistent with observations. More recently, Malbet et al. (2001, hereafter paper II) generalised the analytical study of paper I to discs heated by several processes, and used its formalism to derive the vertical structure of active discs.

On the other hand, numerical integration of the equations of radiative transfer was carried out by various authors in order to derive the vertical structure of accretion discs with fewer *a priori* approximations. Bell & Lin (1994); Bell et al. (1997) developed an active disc model in order to explain FU Orionis outbursts; D'Alessio et al. (1998, 1999) dealt with the more general case of a disc heated both by viscous heating and stellar irradiation.

From a general point of view, all these studies predict spectra consistent with observations, but they have rarely been checked consistently against the spatial information revealed by recent optical and infrared high angular resolution imaging. Recently, the advent of optical interferometry has set newer constraints on disc models. Malbet et al. (1998); Akeson et al. (2000, 2002); Malbet & Berger (2002) obtained the first visibility measurements of TTS and FU Orionis stars. However, they failed to consistently fit both SEDs and visibilities with a standard disc model: most of the time, the disc parameters derived from the SED data are in disagreement with those derived from visibility data. No other attempt to compare self-consistent disc models and interferometric measurements has been carried out so far for low mass pre-main sequence stars.

In this paper, we tackle the issue of analytically describing a disc in presence of the two main heating processes, viscous heating and stellar irradiation, the latter requiring a correct description of the flaring. This model suits the TTS and FU Ori-type stars for which viscous heating cannot be ignored; for more massive stars (Herbig Ae/Be) it has been shown (Dullemond et al. 2001) that viscosity, as a heating mechanism, can be ignored, so that our model is not relevant. In Sect. 2, we present a two-layer version of the model developed in paper I and carry out an analytical determination of the structure of the disc. We derive a set of equations giving the mid-plane temperature and the flaring index, from which the whole structure can be determined. In Sect. 3, we briefly present the numerical approach. In Sect. 4, we compare the results of the model with other models and analyse the influence of some disc parameters on the observables. In Sect. 5, we

apply our model to the few low-mass young stellar objects (YSOs) observed in optical interferometry.

2. Model description

2.1. The two-layer structure

The standard accretion disc model by Shakura & Sunyaev (1973) determines the disc emission with its effective temperature and does not take the vertical temperature profile into account. However, this approximation fails when the disc surface is super-heated by stellar irradiation (paper I): the illumination by the star is predominant in an optically thin outer layer of the disc while the optically thick part of the disc is governed by the radiative transfer of thermal radiation. This phenomenon results in emission at different temperatures and has a strong incidence on the SED.

To further explore the resulting structure of the disc, we use a two-layer vertical structure. This approach was first proposed by Chiang & Goldreich (1997) in the case of passive discs, and we apply it here in a more general case where viscous dissipation, stellar irradiation, and thermalization with the surrounding medium are taken into account. In the case of a passive disc the disc physical properties variations with distance to the star follow a unique power law (Chiang & Goldreich 1997). In an active disc, where the temperature is dominated by viscous dissipation, this is no longer the case (paper II, see Fig. 3), due to the sensitivity of the vertical structure to the disc material opacity.

In this paper, we present a model of disc that can be seen as a simplification of the formalism of paper II. In this model, we consider an optically thick disc heated both by stellar irradiation and viscous dissipation. An optically and geometrically thin outer layer is directly heated by the star and by the inner layer; the optically thick inner layer is heated by viscous dissipation and by the outer layer. In the outer layer we use a vertically averaged temperature to solve the radiative transfer, and in the inner layer we use the mid-plane temperature. A radial slice of such a disc is represented in Fig. 1. The inner and outer layers have the optical thicknesses τ_i and τ_e , and the temperatures T_i and T_e respectively.

The incidence of stellar radiation onto the disc is given by the angle ϕ , which is an average of this incidence over the surface of the star. The height of the outer layer is \mathcal{H} .

In this section, we focus our attention on two quantities: the mid-plane temperature and the flaring angle. The structure of the disc can be derived from these two quantities; for instance, the mid-plane temperature governs the scale height and the flaring angle the surface temperature. In order to obtain T_i and γ we proceed in four steps: in Sect. 2.2, we derive the effective temperatures T_v , T_r and T_a corresponding to viscous heating, stellar light reprocessing and thermalization with the disc surrounding medium. In Sect. 2.3, equations of transfer are obtained, giving the temperatures T_i and T_e as a function of the

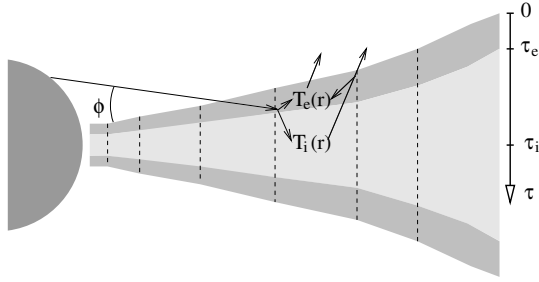


Fig. 1. Radial slice of a two-layer disc.

optical depths τ_i and τ_e and the effective temperatures T_v , T_r and T_a . In Sect. 2.4, the structure of the disc (scale height, column density, optical depth, etc.) is connected to the temperatures T_i and T_e . In Sect. 2.5, the results from the first three steps are combined to derive the mid-plane temperature T_i and the flaring (variation of \mathcal{H}/r with r) in a set of coupled equations.

2.2. Heating sources

Lynden-Bell & Pringle (1974) showed that the effective temperature of a geometrically thin active disc is

$$T_v = \frac{3}{8} \frac{\Omega_K^2 \dot{M} f}{\sigma \pi}, \quad (1)$$

where f is given by

$$f = 1 - \sqrt{\frac{r_*}{r}}. \quad (2)$$

\dot{M} , Ω_K and r_* are respectively the accretion rate, the Keplerian angular velocity at radius r , and the radius of the star.

We suppose that the surface of the disc presents a mean albedo \mathcal{A} constant over the whole disc. The effective temperature associated with stellar heating then reads

$$T_r^4 \approx \phi T_{eq}^4. \quad (3)$$

T_{eq} is the Local Thermal Equilibrium temperature of a body with an albedo \mathcal{A} at a distance r of the star. It is given by

$$T_{eq}^4 = (1 - \mathcal{A}) \frac{T_*^4}{2} \left(\frac{r_*}{r} \right)^2, \quad (4)$$

where T_* is the effective temperature of the star.

2.3. Equations of transfer

Since the layers are assumed to be isothermal, the radiative transfer has a simple form, depending only on the optical depths of the layers and their temperatures.

If viscous dissipation only occurs, we expect a surface temperature of

$$T_e^4 = \frac{T_v^4}{2} \quad (5a)$$

as in a stellar atmosphere within the Eddington approximation. Concerning the temperature in the mid-plane of the disc, as showed in paper II, the stellar atmosphere formalism cannot be used as is. A corrective term $\Delta\tau_i$ must be applied to the optical thickness τ_i :

$$T_i^4 = \frac{3}{4} T_v^4 (\tau_i - \Delta\tau_i). \quad (5b)$$

For the sake of simplicity we ignored the usual constant term $2/3$ before the large optical depth.

If reprocessing only occurs, the outer layer is superheated because it is optically thin: the stellar irradiation is dissipated along a slanted path of optical depth unity in the visible, *i.e.* much less than one for the reprocessed IR radiation in the vertical direction. We follow Chiang & Goldreich (1997) and state that both layers present a vertically averaged temperature. The outer layer catches the flux T_r^4 and emits half of it upward, while being optically thin, so that

$$T_e^4 = \frac{T_r^4}{2\tau_e}, \quad (6a)$$

and emits the other half down to the optically thick inner layer, hence

$$T_i^4 = \frac{T_r^4}{2}. \quad (6b)$$

In the case of thermalization with the disc surrounding medium, the temperatures are

$$T_i^4 = T_a^4, \quad (7a)$$

$$T_e^4 = T_a^4. \quad (7b)$$

In the general case, the three heating contributions considered above occur together. The superposition principle can be applied to the specific radiative intensities; that is the radiation at a given location of the disc is the sum of the radiations corresponding to different heating processes (see paper II). Summing over Eqs. (5, 6, 7) we derive

$$T_i^4 = T_a^4 + \frac{T_r^4}{2} + \frac{3}{4} T_v^4 (\tau_i - \Delta\tau_i), \quad (8a)$$

$$T_e^4 = T_a^4 + \frac{T_r^4}{2\tau_e} + \frac{T_v^4}{2}. \quad (8b)$$

This result can also be obtained from the equations of transfer 28–31 of paper II using the following approximations: (i) the surface is optically thin, (ii) both layers are isothermal, (iii) viscosity only occurs in the inner layer, (iv) diffusion is ignored, (v) no stellar radiation penetrates the inner layer, and (vi) the vertical optical thickness of the disc is larger than unity.

2.4. Structure of the disc

If we ignore self-gravity, the vertical gravitational field is proportional to the distance z from the mid-plane. Since the inner layer is isothermal, the density reads

$$\rho(z) = \rho_i \exp\left(-\frac{z^2}{2h_i^2}\right), \quad (9)$$

where the density scale height h_i is linked to the sound speed c_i and the gravitational field g_z by

$$h_i = c_i \left(\frac{\partial g_z}{\partial z}\right)^{-1/2}. \quad (10)$$

We consider the gravitational temperature T_g at which the thermal energy of a particle balances the gravitational energy, given by

$$k_B T_g = \frac{GM_* m_H}{r}, \quad (11)$$

where m_H is the atomic mass of hydrogen. Then,

$$h_i = r \sqrt{\frac{T_i}{\mu_i T_g}}, \quad (12)$$

where μ_i is the mean molecular mass in the mid-plane of the disc.

In the standard disc model by Lynden-Bell & Pringle (1974), the mass column Σ is linked to the uniform accretion rate \dot{M} by

$$\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi\nu_i} f, \quad (13)$$

where ν_i is the vertically averaged viscosity.

In order to go further, we need a prescription for the kinematic viscosity. Shakura & Sunyaev (1973) use the so-called α -prescription:

$$\nu_i = \alpha c_i h_i, \quad (14)$$

where α is a dimensionless factor ranging from 10^{-4} to 10^{-1} . If we ignore the thin outer layer, the viscosity is uniform over the entire height because of the isothermal assumption. So, Eq. (13), together with Eq. (14), becomes

$$\Sigma = \Sigma_0 \left(\frac{\mu_i T_g}{T_i}\right), \quad \Sigma_0 = \frac{\dot{M} f}{3\Omega_K \alpha \pi r^2}. \quad (15)$$

The mass column also meets

$$\Sigma = 2 \int_0^{+\infty} \rho(z) dz. \quad (16)$$

so that, with Eqs. (13, 9)

$$\rho_i = \rho_0 \left(\frac{\mu_i T_g}{T_i}\right)^{\frac{3}{2}}, \quad \rho_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\dot{M} f}{6\Omega_K \alpha \pi r^3}. \quad (17)$$

In order to keep an analytical description, we assume that the opacity κ locally follows a power law:

$$\kappa(\rho, T) = k \rho^l T^m. \quad (18)$$

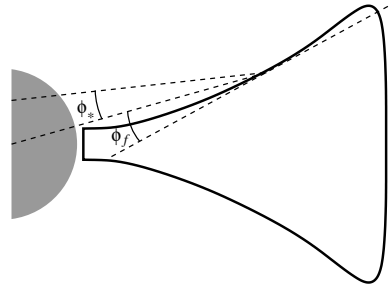


Fig. 2. Incidence angle of stellar radiation onto the disc

We now assume that the outer layer has an optical depth much smaller than that of the inner layer, that is $\tau_e \ll \tau_i$. This is indeed true in optically thick regions of the disc, where $\tau_i \gg 1$ and $\tau_e \ll 1$. In optically thin regions, the validity of this approximation must be self-consistently checked after computation. With such an approximation, the optical depth of the disc can be written as if the outer layer were absent:

$$\tau_i = \int_0^{+\infty} \rho(z) \kappa(z) dz, \quad (19)$$

so that

$$\tau_i = \sqrt{\frac{\pi}{2(l+1)}} k \rho_i^{l+1} T_i^m h_i. \quad (20)$$

The corrective term $\Delta\tau_i$ depends on the distribution ϑ of the viscous heating. Paper I gives

$$\vartheta(z) = \frac{\int_z^{+\infty} \rho(\zeta) \nu(\zeta) d\zeta}{\int_0^{+\infty} \rho(\zeta) \nu(\zeta) d\zeta}, \quad (21)$$

$$\Delta\tau_i = \int_0^{+\infty} \rho(z) \kappa(z) \vartheta(z) dz. \quad (22)$$

After some calculations we finally obtain

$$\tau_i - \Delta\tau_i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi_l \rho_i^{l+1} T_i^m h_i \quad (23)$$

with

$$\xi_l = \frac{1}{\sqrt{l+1}} - \frac{1}{\sqrt{l+2}} \quad (24)$$

We call ω the ratio of opacity for radiation reprocessed by the outer layer to opacity for stellar radiation. ω is smaller than unity. With such a definition, the optical depth of the outer layer is

$$\tau_e \approx \omega \phi. \quad (25)$$

The incidence angle of stellar radiation onto the disc is related to the flaring of the disc. Yet, in a flat disc, this incidence is non-zero because of the vertical extent of the star. Figure 2 shows that ϕ is the sum of two contributions: the mean extent of the star ϕ_* and the tilt of the disc

surface toward the star ϕ_f . Since the star is not a point-like source, we need to integrate over the stellar surface to find ϕ_* . We introduce the flaring angle as the logarithmic variation of the disc thickness \mathcal{H}/r with respect to the radial location:

$$\gamma = \frac{\partial \ln \mathcal{H}}{\partial \ln r} - 1. \quad (26)$$

γ represents the variation of the opening angle with the distance to star, *i.e.* $\mathcal{H}/r \sim r^\gamma$. If the opening angle of the disc is constant, *e.g.* in a flat disc, γ is zero. With such a definition, the incidence angle is

$$\phi = \phi_f + \phi_* \quad (27a)$$

with

$$\phi_f = \gamma \frac{\mathcal{H}}{r}, \quad (27b)$$

$$\phi_* \approx \frac{4}{3\pi} \frac{r_*}{r}, \quad (27c)$$

The expression of ϕ_* is an asymptotic value at large r , as used in Chiang & Goldreich (1997). Then, we need to connect \mathcal{H} to the previously determined scale height h_i and use the closure relation

$$\mathcal{H} = Q h_i. \quad (28)$$

Chiang & Goldreich (1997) notice that Q is a slowly varying quantity close to 4 and imposed $Q = 4$ over the disc. D'Alessio et al. (1999) consistently determine the location of the outer layer, and we used their results for the fiducial model to derive that Q ranges from 3 to 5 (see Fig. 5h.).

Finally,

$$\tau_e = \omega \left(\phi_* + \gamma Q \sqrt{\frac{T_g}{\mu_i T_i}} \right). \quad (29)$$

2.5. Implicit equations governing the structure

First, we use the previous developments to derive the mid-plane temperature T_i as a function of the disc parameters. Second, we derive the flaring index on which the temperature also depends. Last, we determine a boundary condition on \mathcal{H} that allows to derive it over the whole disc using $\mathcal{H}/r \propto r^\gamma$.

2.5.1. Mid-plane temperature

All quantities of Eq. (8a) have been expressed in terms of T_i and μ_i , of the physical constants of the disc, and of the quantities γ and Q . Therefore, we derive an equation on T_i

$$T_i^4 = \sum_k t_k(r, T_i(r))^4 \quad (30a)$$

with

$$t_1(r, T_i)^4 = \frac{3}{8} \xi_l T_v^4 T_g^{1+\frac{3}{2}l} \Sigma_0 \rho_i^l T_i^{-\frac{3}{2}l+m-1}, \quad (30b)$$

$$t_2(r, T_i)^4 = \frac{1}{2} T_{eq}^4 T_g^{-\frac{1}{2}} \gamma Q \mu_i^{-\frac{1}{2}} T_i^{\frac{1}{2}}, \quad (30c)$$

$$t_3(r, T_i)^4 = \frac{1}{2} T_{eq}^4 \phi_*, \quad (30d)$$

$$t_4(r, T_i)^4 = T_a^4. \quad (30e)$$

Equation (30a) states that the mid-plane temperature is the sum of different heating processes. t_k represents the thermal contribution of the k -th process. $t_1(r)$ is the mid-plane temperature for an optically thick disc dominated by viscous heating; $t_2(r)$ is the mid-plane temperature for a flared disc dominated by stellar irradiation, if the geometrical extent of the star is ignored due to the distance; $t_3(r)$ is the mid-plane temperature for a flat disc dominated by stellar irradiation; $t_4(r)$ is the mid-plane temperature in a disc thermalised with the ambient medium. The radial and thermal dependencies of the contributions t_k are

$$t_1(r, T_i)^4 \sim r^{-3l-9/2} f(r)^{l+2} T_i^{-3/2l+m-1}, \quad (31a)$$

$$t_2(r, T_i)^4 \sim r^{-3/2} T_i^{1/2}, \quad (31b)$$

$$t_3(r, T_i)^4 \sim r^{-3}, \quad (31c)$$

$$t_4(r, T_i)^4 \sim 1. \quad (31d)$$

2.5.2. Flaring index

The case of the flaring is slightly more complicated. In Chiang & Goldreich (1997), the disc thickness was both a power law of the distance to the star ($\mathcal{H} \propto r^{9/7}$ at large radii) and proportional to the scale height h_i . In presence of viscous dissipation, it is no longer possible to ensure that both properties are met, since the scale height is not a simple power law. We investigate three possibilities:

1. The thickness is proportional to the scale height (model 1).
2. The thickness is given by the same law as in the passive disc (model 2).
3. The disc is flat, which occurs if the dust grains settle in the mid-plane (model 3).

The flaring index of model 1 can be expressed as the average of the specific flaring indices γ_k imposed by the various heating processes weighted by their characteristic temperatures t_k (see Appendix B for a demonstration).

$$\gamma = \frac{\sum_k \gamma_k t_k^4}{\sum_k t_k^4} \quad (32a)$$

with

$$\gamma_1 = \frac{1 - 3l - 2m}{20 + 6l - 4m} + \frac{l + 2}{20 + 6l - 4m} g, \quad (32b)$$

$$\gamma_2 = \frac{2}{7}, \quad (32c)$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{8}, \quad (32d)$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2}, \quad (32e)$$

where

$$g = \frac{1 - f}{f} \quad (33)$$

arises from the departure of viscous heating from the radial power law in r^{-3} . This effect occurs close to the star and is characterised by f (Eqs. 1, 2). γ_1 is the flaring index for an optically thick active disc, therefore depending on the opacity law; γ_2 the flaring index in a passive disc, if the geometrical extent of the star is ignored; γ_3 the flaring index in a flat passive disc; γ_4 the flaring index in a disc thermalised with the ambient medium.

In Chiang & Goldreich (1997), the thickness meets $\mathcal{H} \propto r^\gamma$, with $\gamma = 1/8$ close to the star and $\gamma = 2/7$ at large radii, depending whether the dominant effect in stellar light reprocessing is the extent of the star (t_3) or the disc flaring (t_2). We have assumed in model 2 that, even in the presence of viscosity, we can still write

$$\gamma = \frac{\gamma_2 t_2^4 + \gamma_3 t_3^4}{t_2^4 + t_3^4}, \quad (34)$$

which means the disc thickness \mathcal{H} is only governed by the irradiation terms (t_2 and t_3) and varies from 1/8 to 2/7 from the central parts to the outer ones.

In model 3, the disc is flat, that is $\gamma = 0$.

2.5.3. Disc thickness on the outer edge

In model 1 we have assumed, like in Chiang & Goldreich (1997), that the closure relation $\mathcal{H} = Qh_i$ applies, with Q constant over the disc. The authors took $Q = 4$, which is seemingly a good approximation for low-mass discs ($\dot{M} \approx 10^{-8} M_\odot/\text{yr}$) but which might no longer be correct over the wide range of masses that we shall consider ($\dot{M} \approx 10^{-8} - 10^{-4} M_\odot/\text{yr}$). For this reason we prefer to determine the value of Q , and chose to carry out the calculation at the outer edge of the disc.

In model 2, the thickness is no longer proportional to the scale height, so that we have to determine \mathcal{H} with the relation $\frac{d \ln \mathcal{H}}{d \ln r} = \gamma + 1$, that requires a boundary condition, and therefore determine \mathcal{H} at the other edge of the disc. We perform this calculation by computing $Q = \mathcal{H}/h_i$.

So, we need to determine the value of Q at the outer boundary of the disc in both models, which leads us to approximately solving the vertical hydrostatic equilibrium and the radiative transfer of the incoming radiation. We

obtain

$$Q = \sqrt{\frac{2}{\delta_\rho(Q)} \ln \left(\frac{\kappa_e \rho_i r}{\gamma Q \omega} \sqrt{\frac{T_e}{T_i}} \delta_h(Q) \right)}, \quad (35)$$

where δ_h and δ_ρ are corrections due to the deviation of the gravity field from the linear law $g_z \propto z$ when the elevation becomes of the order of r :

$$\delta_\rho(Q) = 2 \left(\frac{r}{Qh_i} \right)^2 \left[1 - (1 + (Qh_i/r)^2)^{-1/2} \right], \quad (36)$$

$$\delta_h(Q) = ((1 + (Qh_i/r^2))^3)^{3/2}. \quad (37)$$

A demonstration can be found in Appendix C.

3. Numerical approach

Though analytical, the expressions of T_i and γ do not allow direct determination, because the equations giving γ and T_i are coupled and the opacities do not follow a power law over the whole disc. This section first describes the numerical method we used for the derivation of the structure. Then, we briefly explain who the observables (SEDs and visibilities) have been derived.

3.1. Opacities

Because the heating and the flaring of the disc is dependent on opacities, their adequate description is mandatory. The computation of the SED and image requires monochromatic opacities that we took from two sources:

- At low temperatures ($T \lesssim 1800$ K) the opacity is dominated by the dust. We use opacities computed by Henning & Stognienko (1996) for a mixture of inhomogeneous aggregates; they include continuum emission and the silicate feature in the mid-infrared.
- At higher temperatures ($T \gtrsim 1800$ K) the opacity comes from the gas. We could not find such opacities; instead, we used piecewise power laws $\kappa_\lambda(\rho, T) = \kappa_0(\rho, T) \lambda^{-p}$, and chose (ρ, T) and q , so that they approximately match Rosseland opacities by Bell & Lin (1994) and Planck opacities by Henning & Stognienko (1996). Despite of this poor description, the influence on the observables is small because it only concerns the inner disc, where both optical depth ($\tau \gg 1$) and thickness ($\mathcal{H} \ll r$) are not critical.

These opacities were smoothed in order to avoid numerical instabilities between the different domains; it is justified since we use a vertically averaged structure in both layers.

The structure requires the Planck and Rosseland opacities, as well as the determination of the opacity ratio ω . They have been determined from the monochromatic opacities as explained in Appendix A. In order to keep

the power law opacities formalism, we determined the local equivalent $\kappa_R \propto \rho^l T^m$ with

$$l = \frac{\partial \log \kappa_R}{\partial \log \rho}, \quad (38a)$$

$$m = \frac{\partial \log \kappa_R}{\partial \log T}. \quad (38b)$$

3.2. Physical conditions in the disc

The disc is divided in concentric cylinders and the two-layer formalism is applied for each one: it consists in computing t_k , refining the values for T_i and γ (Eqs. 30,32), computing the corresponding opacities with the associated l and m (Eq. 38), deriving \mathcal{H} , and iterating until convergence. In model 1, the computation is carried out in ascending order of radius. Cylinders shadowed by inner ones do not receive stellar light and are determined with the same equations, but using $T_* = 0$ K. \mathcal{H} is determined as $\mathcal{H} = Qh$ with Q constant; the self-consistent determination of Q at the outer edge has not been implemented so far. In model 2, Q is determined at the outer edge (Eq. 28), then the computation is performed from outer to inner cylinders. For each cylinder, \mathcal{H} is given by the thickness of the enclosing cylinder \mathcal{H}^{out} using

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{\text{out}} \left(\frac{r}{r_{\text{out}}} \right)^{1+\gamma}. \quad (39)$$

The validity of the derived structure was checked with two tests. On one hand, when setting $\gamma = 0$ and $\tau_e = 1$, the results are consistent with those of the standard disc as determined in Bertout et al. (1988). On the other hand, the model locally determines the flaring index (Eq. 32) without using the radial structure, and we checked that the derived radial structure fulfilled $\frac{d\mathcal{H}}{dr} = \gamma$.

3.3. Spectral energy distributions

In order to compute a synthetic image or a SED, we divide each disc annulus in angular sectors. For each sector we determine the emergent flux in the observer's direction as the sum of three contributions: the contributions of the outer layers F_λ^e , of the inner layer F_λ^i , and of simple isotropic scattering of stellar radiation by the surface of the disc F_λ^s . These fluxes depend on the wavelength-dependent optical thicknesses τ_λ^i and τ_λ^e of the inner and outer layers. The incidence of the line of sight onto the visible surface of the disc is given by its angle i , and its incidence onto the opposite surface by i' .

$$F_\lambda = F_\lambda^i + F_\lambda^e + F_\lambda^s \quad (40a)$$

with

$$F_\lambda^i = \left(1 - e^{-\frac{2\tau_\lambda^i}{\cos i}} \right) e^{-\frac{\tau_\lambda^e}{\cos i}} B_\lambda(T_\lambda^{\text{phot}}(i)), \quad (40b)$$

$$F_\lambda^e = \left(\left(1 - e^{-\frac{\tau_\lambda^e}{\cos i}} \right) + \left(1 - e^{-\frac{\tau_\lambda^s}{\cos i'}} \right) e^{-\frac{2\tau_\lambda^i}{\cos i}} \right) B_\lambda(T_e), \quad (40c)$$

$$F_\lambda^s = \frac{\mathcal{A} \sin(\phi)}{2} \left(\frac{r_*}{r} \right)^2 B_\lambda(T_*), \quad (40d)$$

where B_λ is the black-body function. $T_\lambda^{\text{phot}}(i)$ is the temperature of the inner layer at optical depth $\cos i$ at wavelength λ if $\tau_\lambda^i > \cos i$, and its mid-plane temperature in the other case.

This determination allows a fast computation but is only an approximation. It is only valid when the outer parts of the disc shadows neither the star nor other parts of the disc; therefore a more adequate radiative transfer determination must be carried out for edge-on discs, which is beyond the scope of this paper.

As a test, we have checked that the bolometric flux predicted by the SED is consistent with the one predicted by the effective temperatures of the heating processes. We noticed discrepancies of 2–3% in most cases, up to 8% in a few ones; they are connected to the use of the mean opacities κ_R and κ_P in the structure calculation.

3.4. Visibilities

The image and visibilities are determined using the same method as for the SED. However, optical visibilities at long baselines can be both sensitive to large-scale structures up to 1" (*e.g.* Palomar Testbed Interferometer field of view) and to small scale structures down to 0.1 mas. As the visibility function is the Fourier transform of the image, a straightforward determination would require a huge number of image pixels ($\approx 10^4 \times 10^4$).

As one of the goals of the present model is rapidity, we avoid this determination. Our image $I(x, y)$ contains the central structure with about $10^3 \times 10^3$ pixels. All flux falling outside this image is integrated as a single value F_{out} . Then, the non-normalised visibility \mathcal{V} is given by

$$\mathcal{V}(u, v) = \begin{cases} \tilde{I}(0, 0) + F_{\text{out}} & \text{if } u = v = 0 \\ \tilde{I}(u/\lambda, v/\lambda) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (41)$$

where \tilde{I} is the Fourier transform of I . This equation states that the F_{out} contribution cancels as soon as the baseline is non-zero, which means that the outer parts of the disc are fully resolved for any arbitrarily small baseline and would produce a visibility of 0 if they were alone. Two approximations are made: (i) the outer parts of the disc do not contain small-scale structures (ii) for too small baselines Eq. (41) is not valid. Our model does include neither irregularities nor steep variations in the outer parts of the disc so that approximation (i) is valid. The smallest baseline for which Eq. (41) is valid is determined by the field

Table 1. Parameters used for the fiducial model

Parameters	fiducial model
r_* (R_\odot)	2.0
r_{\min} (R_\odot)	6.0
r_{\max} (AU)	100
M_* (M_\odot)	1.0
\dot{M} (M_\odot/yr)	1.0×10^{-8}
T_* (K)	4000
i ($^\circ$)	0
A_V (mag)	0.0
\mathcal{A}	0.2
α	1×10^{-2}

of view of the image¹ and we choose this field in order to produce correct results for the smallest baselines used in long-base optical interferometry (≈ 10 m).

4. Model analysis

In this section study the influence of disc flaring hypotheses, compare our model with other authors' models, analyse the influence of different heating processes, show the influence of viscosity prescription and examine the influence of some disc parameters on both the structure and the observables. For the sake of comparison, authors compute a fiducial model, typical of a T Tauri star; its parameters are displayed in Table 1.

From now on, we use model 2 in our study, unless specified otherwise (sect. 4.1 and appendices).

4.1. Importance of disc flaring hypotheses

Figure 3 compares the structure of the fiducial T Tauri disc in three cases: the disc thickness is proportional to the scale height (model 1), the disc thickness is given by the reprocessing terms only (model 2), and the disc is flat (model 3).

The major difference between models 1 and 2 is the presence of self-shadowing in the first one: at a radius of a few AUs, the surface temperature of model 1 drops because the disc is not directly illuminated by the star (see middle panel of Fig. 3). The cause is a decrease of the relative scale height h/r (see right panel on the same figure), hence a similar behaviour of the disc surface because of the proportionality $\mathcal{H} \propto h$. *A contrario*, model 2 assumes a thickness increasing faster than r ($\mathcal{H} \propto r^{1+\gamma}$), so the surface is always illuminated.

Model 3 is a flat disc, therefore it catches much less light from the central star: the outer parts are much cooler (Figure 3, T_i , left panel). If the surface has the same temperature (cf. T_e , middle panel), it produces a much smaller flux because the outer layer happens to be extremely thin.

¹ The visibility is the discretised Fourier transform of the image and the smallest non-zero baselines obtained are given by $B = \lambda/\vartheta$, where ϑ is the field of the image. As a consequence Eq. (41) is only valid for baselines $\gtrsim B$.

Such a disc has a lesser scale height because it is cooler (cf. h/r , right panel).

As we shall see in Sect. 4.3, numerical simulations tend to prove that there is no self-shadowing effect in T Tauri discs. D'Alessio et al. (1999) establishes that even with a scale height flaring inwards, there is still enough material at large z to catch stellar light, so that all parts of the disc are illuminated. Moreover, we noticed that model 2, with the *ad hoc* flaring index, compares much better with other simulations than model 1. So, we shall continue our study with model 2.

4.2. Viscosity prescription

We compare the standard α viscosity prescription with the β prescription derived from laboratory experiments by Huré et al. (2001). β is defined as

$$\nu_i = \beta \Omega_K r^2 \quad (42)$$

and is a slowly varying factor ranging from 10^{-6} to 10^{-2} . We keep it constant over the disc.

We chose $\beta = 10^{-5}$ so that the viscosity ν_i has the same order of magnitude as with the α -model in the central parts of the disc. This prescription gives much higher column density and disc mass in the outer parts of the disc, as displayed on Fig. 4. Note that the impact of viscosity on the observables is small, since both viscous effective temperature and reprocessing flux do not directly depend on it. In the mid-IR, the SED is only slightly affected, via a subtle modification of the disc thickness \mathcal{H} , with an impact of the reprocessing temperature. Larger wavelength observations ($> 100\mu\text{m}$) probe the outer parts of the disc, and should become more sensitive to the influence of the viscosity law, because the flux emerging from these optically thin parts is proportional to $\kappa \Sigma T_i$.

4.3. Comparison with other models

We computed the two-layer structure of the fiducial model (Table 1) and compare it model with others listed in Table 2 together with their main characteristics. Figure 5 displays some physical conditions describing the radial structure of the fiducial disc, as forecast by these models. As a general result, despite of the approximation made, our model is in good agreement with previous ones.

Some discrepancies with the Bell et al. (1997) and Chiang & Goldreich (1997) models come from different heating hypotheses. Chiang & Goldreich (1997) obtain lower values for temperatures in the inner parts of the disc, and higher mass columns since $\Sigma \nu$ is constant (see Fig. 5a. & 5g.). The reason is that they do not include viscous heating, predominant in the first AUs of T Tauri discs (see Fig. 6 for $r \lesssim 1$ AU). In the outer parts of the disc, dominated by reprocessing, the Bell et al. (1997) model differs significantly because it does not take this process into account.

Our model and that of D'Alessio et al. (1999) present very close predictions in terms of central temperature, sur-

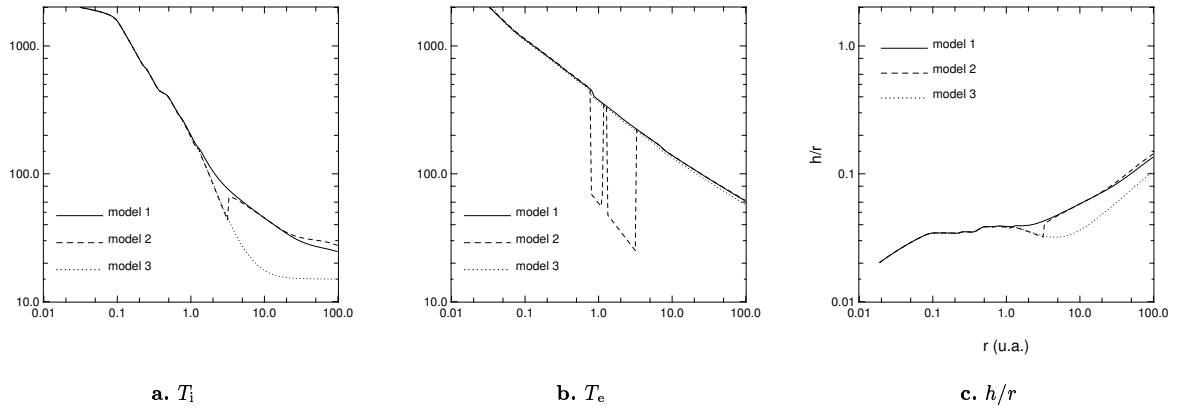


Fig. 3. Influence of disc flaring hypotheses on the structure. Model 1: thickness proportional to the scale height, model 2: self-similar thickness, model 3: flat disc. Left: mid-plane temperature, middle: surface temperature, right: relative scale height.

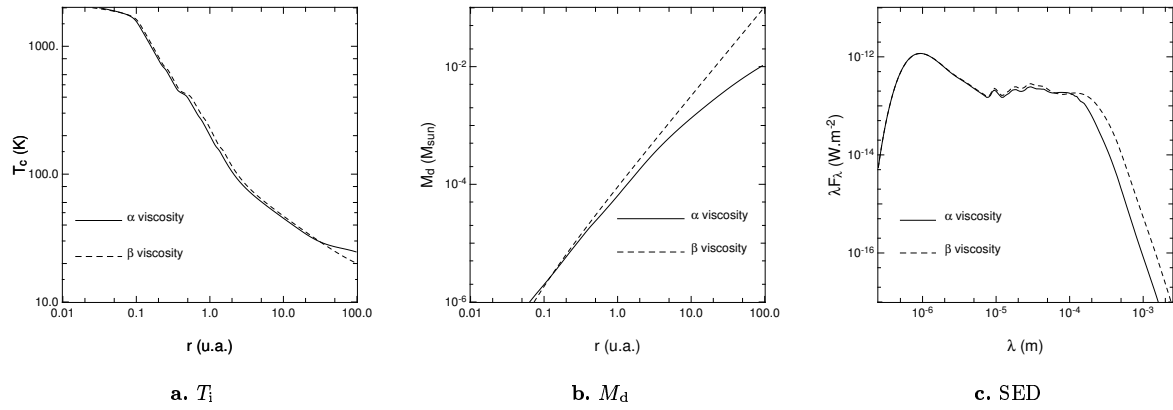


Fig. 4. Influence of the viscosity prescription. Solid lines: α -prescription by Shakura & Sunyaev (1973); dashed lines: β -prescription by Huré et al. (2001). Right panel: mid-plane temperature vs. radius; middle panel: mid-plane temperature vs. radius; right panel: SED.

Table 2. Disc model characteristics compared in section 4.3. We mention whether stellar light reprocessing, viscous heating and convective transport are taken into account, whether the vertical transfer is solved or vertically averaged, and the viscosity prescription used.

	a	b	c	d	e
reprocessing	yes	no	yes	yes	no
viscosity	yes	yes	yes	no	yes
convection	no	no	no	yes	no
vertical transfer	no	1D	1D	no	1D
viscosity prescription	α, β	α, β	α	—	α
a: present model					
b: paper II					
c: D'Alessio et al. (1999)					
d: Chiang & Goldreich (1997)					
e: Bell et al. (1997)					

face temperature or scale height. Huré & Galliano (2001) already noticed that the flat vertically average disc model

is a good approximate of an active disc; we have now demonstrated that a two-layer model is a faithful description of discs both illuminated by the central star and heated by viscosity. However there are still some discrepancies:

- Our prediction of the disc thickness \mathcal{H} is an underestimation in the range 0.1–1 AU, so is the effective temperature of reprocessing T_r .
- Despite of a smaller effective temperature than in D'Alessio et al. (1999), our SED is a slight overestimation in the range 20–100 μm . There is a likely reason: the two-layer structure tends to over-estimate the temperature of emission by the outer layer of the disc, hence the far-infrared excess.
- We find important discrepancies in the region $r \lesssim 0.1$ AU, because our opacities at intermediate temperatures ($T \gtrsim 1800$ K) are different from those of D'Alessio et al. (1999).

These discrepancies do not affect much the results concerning SED and long-baseline visibility model fitting.

4.4. Location of heating processes

Figure 6 displays the radial profile of contributions of each heating process to the temperature of a typical T Tauri disc. The mid-plane temperature of the fiducial model is dominated by reprocessing for $r \gtrsim 2$ AU and by viscous dissipation for $r \lesssim 2$ AU. However, in terms of effective temperature, the disc is dominated by reprocessing at any radial location, with a marginal contribution of viscosity for $r \lesssim 0.2$ AU. The outer layer is completely dominated by stellar light reprocessing at any distance from the star. One important conclusion to draw is that the notion of a disc dominated by an heating process depends on what quantity we are interested in.

4.5. Thermal flux vs. scattered light

Simple disc models often ignore scattering when they focus on the inner parts, but at large radius scattered light is dominant. A reason for this is that the thermal flux decreases exponentially with r , since it is proportional to $B_\lambda(T(r))$, while reprocessed flux is roughly in proportional to r^{-2} — more exactly $\propto r^{-2}\phi$. Figure 7 represents the contribution of thermal and scattered light to the emergent flux from a typical T Tauri disc, in different spectral bands.

Let us first notice that the flux emerging from a standard “one-layer” disc is dominated by scattered light for $r > 0.15$ AU in J, $r > 0.5$ AU in K, and $r > 20$ AU in N (contribution of the inner layer, Fig. 7). Ignoring scattering in AU-scale predictions with the standard model proves out to be a bad approach in the near-IR.

In a two-layer disc, the outer layer is hotter and produces a larger thermal flux (contribution of the outer layer, same figure). Scattering is therefore dominant only at large radii: $r > 2$ AU in J, $r > 8$ AU in K, and $r \gtrsim 500$ AU in N, so that ignoring it as a first approach can be an interesting simplification, when dealing with the AU-scale observations provided by IR interferometry, provided that the field of view of the interferometer is limited (see Sect. 4.6.1). In other words, the thermal emission is more extended in a two-layer disc, which implies for instance lower optical visibilities.

4.6. Influence of disc parameters

Figure 8 displays the influence of four parameters on the disc structure and the observables — the SED and the normalised visibility.

The visibility curves are built using a point-like source, the star, with a flux F_* , over-imposed on an extended source F_{disc} . At large baselines, the visibility amplitude reaches a plateau yielding information on the flux ratio $|V|^2 \approx 1/(1 + F_*/F_{\text{disc}})^2$. The higher the plateau, the

smaller the ratio F_{disc}/F_* . The baseline B at which the plateau is reached gives the disc extent $\vartheta \approx \lambda/B$. The higher the baseline B , the smaller the disc.

At first sight the SED and visibilities present general features: the presence of a silicate feature in emission, due to the super-heated outer layer, and a steep drop of visibility when the wavelengths approaches the N band, also linked to the silicates: at $10 \mu\text{m}$ the outer layer becomes suddenly optically thicker and contributes more to the total flux; since it is hotter and therefore presents a larger extent than the inner layer, the disc appears much larger.

4.6.1. Albedo

When the albedo varies, the outer parts of the structure and the SED are altered, because reprocessing is lowered. The effect on the structure of the inner parts is not visible, because reprocessing is not important there. The visible SED is only slightly changed because stellar light dominates scattered light by a factor > 10 .

While one usually ignores scattering in simple disc models, its incidence on the visibility curve can be important. The scattered flux represents about $\mathcal{A}H/r$ of the stellar flux for a disc with a relative outer geometrical thickness H/r , *i.e.* ≈ 5 to 10% in most discs. At near-infrared wavelengths and for moderate accretion rates, direct stellar flux and disc reprocessed flux are comparable, so scattered light cannot be ignored. Since reprocessing occurs at a large scale (like scattering, see Fig. 6), an extended structure is resolved at very small baselines, hence the visibility drop near the origin. This effect might not be seen if the interferometer field of view is not large enough, hence a possible discrepancy up to 0.1 in normalised visibility.

An important scattering also alters the variation of the visibility with wavelength by a differential effect: scattering is much more important at short wavelengths, where it induces a larger drop in visibility.

4.6.2. Inner disc radius

As the inner truncation of the disc increases, the near-infrared part of the SED is depleted, because this part of the spectrum is mostly produced by the hot inner parts of the disc.

The very long baseline ($B > 400$ m) visibility amplitudes are higher, because the flux of the disc is lower compared to the flux of the star. The visibility plateau is reached for smaller baselines (≈ 50 – 100 m) because the disc has a larger mean square dimension. For small baselines, the visibility is lower because the resolved outer parts of the disc have a greater contribution compared to its still unresolved parts.

The inner truncation also affects the variation of visibility with wavelength, because of a resolution effect. At small wavelengths, the resolution is high and visibilities follow the very long baseline trend and the visibility is

higher for a large inner radius. At large wavelengths, the resolution is low and the visibility is lower for a large inner truncation.

4.6.3. Viscosity

As α increases, the viscosity becomes more efficient. The amount of material needed to produce a given accretion rate decreases. Therefore the optical thickness of the disc becomes lower and the mid-plane temperature follows the same trend. The discrepancy in the IR SED and visibility amplitudes are small, because the effective temperature of viscosity does not directly depend on α . However, when α increases, Σ decreases, so that the thickness \mathcal{H} also decreases and less stellar light is caught by the disc. Therefore, the mid IR SED is depleted and the visibility is slightly higher. The SED is much more affected in the sub-millimetre, because it probes the optically thin outer parts of the disc, so that the flux is proportional to $\Sigma \propto \alpha^{-1}$.

4.6.4. Accretion rate

As the accretion rate increases, the mid-plane temperature is higher in the regions dominated by viscous heating ($r < 1\text{--}10$ AU), but remains unchanged in the outer regions dominated by reprocessing. The near- and mid-infrared parts of the SED drastically change with accretion rate, since the viscous effective temperature is proportional to the accretion rate. At small accretion rates, the temperature inversion at the surface produces a silicate feature in emission at $10\mu\text{m}$; when \dot{M} increases, the temperature inversion disappears, because the reprocessing becomes secondary, and the feature disappears. The far-infrared SED does not change much for moderate accretion rates ($10^{-9}\text{--}10^{-7} M_{\odot}/\text{yr}$), because the regions that significantly contribute at large wavelength are dominated by stellar light reprocessing (almost) independent of the accretion. The slight decrease in the far infrared, when accretion increases, is due to the change of \mathcal{H} with the amount of material.

The visibility presents a lower plateau for larger accretion rates, because the flux from the disc becomes higher compared to the flux from the star. For large accretion rates ($> 10^{-7} M_{\odot}/\text{yr}$), the plateau is reached for smaller baselines because the mean angular size of the disc is larger (the hotter the disc, the larger the region of emission at a given wavelength). However at small baselines, discs with moderate accretion present a faster visibility drop because the resolved scattered flux is larger compared to the still unresolved inner parts.

5. Comparison with observations

We limit our study to TTS and FU Orionis stars for which both SEDs and optical visibilities are available. The sample consists of three objects: FU Ori, SU Aur and T Tau North. Table 3 lists interferometric observations available for these stars. SED measurements have been taken from

Table 3. Interferometric observations of FU Ori and T Tau stars

star	band	instrument	reference
FU Ori	H & K	PTI/IOTA	a
T Tau N	K	PTI	b
SU Aur	K	PTI	b

a: Malbet et al. (1998); Malbet & Berger (2002)
b: Akeson et al. (2000, 2002)

Table 4. Parameters used for the models of our best fits. For T Tau North the SED and visibility fits are displayed.

	SU Aur	FU Ori	T Tau N (SED)	T Tau N (V)
r_* (R_{\odot})	3.1	4.0 ^a	3.5	3.8 ^d
r_{\min} (R_{\odot})	8.2	4.4	3.6	18.0 ^d
r_{\max} (AU)	200 ^a	150 ^a	80 ^a	80 ^a
M_* (M_{\odot})	2.2	1.0	2.0	2.0 ^d
\dot{M} (M_{\odot}/yr)	2.0×10^{-7}	4.0×10^{-5}	1.4×10^{-7} c	8.0×10^{-7} d
T_* (K)	5600	5000 ^a	4600	4700 ^d
i ($^{\circ}$)	40	40	0	0 ^d
A_V (mag)	0.85	1.4	0.8	0.8 ^a
\mathcal{A}	0.3	0.2	0.3 ^c	0.2 ^d
α	2×10^{-4} b	1×10^{-1} b	2×10^{-3} a	1×10^{-2} d

a: parameter not constrained
b: parameter loosely constrained
c: $(1 - \mathcal{A})\dot{M}$ constrained
d: parameters not separately constrained

Gezari et al. (1999). Table 4 lists the physical parameters of the best fits.

Model-fitting of disc visibilities has already been carried out by Malbet & Berger (2002); Malbet (2002): they consistently fitted the spectrum and K visibilities for FU Ori, with a self-similar flat disc model presenting an effective temperature $\propto r^{-0.75}$ but were not able to reproduce both H & K visibilities unless assuming a radial temperature law in $r^{-0.4}$ to $r^{-0.6}$, that most physical accretion disc models cannot reproduce: in the case of FU Ori, dominated by viscous dissipation, the expected temperature exponent is -0.75 . Akeson et al. (2002) separately fit SEDs and visibilities for T Tau and SU Aur but fail to find a set of parameters consistent both with interferometric data and SED.

Figure 9 displays observational data together with our best models fits.

5.1. Fitting strategy

We have identified various resulting characteristics of our modelled SEDs and visibilities that relate more specifically to physical parameters of the model. We describe hereafter how we use them to adjust our fits.

- The level of the near-IR and mid-IR SED are very sensitive to the accretion rate (see Fig. 8d.), and more precisely to $M_*\dot{M}$ (used to fit $M_*\dot{M}$).

- The shape of near-IR and mid-IR SED is sensitive to the inner disc truncation (see Fig. 8b.) (used to fit r_{\min}).
- The shape of the optical SED is sensitive to the stellar temperature, the stellar radius and the extinction (used to fit A_V , T_* and r_*). However, in massive discs, the shape of the optical SED is governed by the disc only and the values of r_* and T_* have little impact on the observables.
- The shape of the far-IR SED is sensitive to the stellar temperature, the albedo and the parameter ω (used to fit ω and \mathcal{A}).
- The inclination of the disc implies a spread of visibility measurements at a given baseline modulus because the visibilities along major and minor axes then differ. We fit the inclination i using the spread in visibility.

Visibilities have not been used to fit parameters directly but were added as a constraint. The reason is that many parameters have an influence on visibilities, as shown in Fig. 8.

We find values close to 0.2 for ω (0.1 in Chiang & Goldreich 1997), and albedo values close to 0.2. These parameters will no longer be free when we have included wavelength-dependent opacities.

5.2. *SU Aur*

We were able to find a set of parameters to adjust simultaneously the visibilities and the spectrum of this object (see Table 4).

As expected with an accretion rate of $2 \times 10^{-7} M_{\odot}/\text{yr}$, the structure of *SU Aur* is dominated by viscous heating within 10 AU from the star. (See the mid-plane temperature curves on the right panel of Fig. 9a.) On the contrary, the effective temperature of the disc is never dominated by viscous dissipation, as shown by effective temperature curves on the same figure. Therefore, the inner parts of the disc can be considered as an active disc in terms of structure but not in terms of observables. The reason for this contradictory behaviour is the following: $T_v \approx T_r$, but since $T_i \approx T_v \tau_i + T_r/2$ with $\tau_i \gg 1$, we indeed have an inner temperature $T_i \approx T_v \tau_i$, that is dominated by viscous heating.

5.3. *FU Ori*

The visibility measurements present a very large scatter. It may be produced by: (i) a large inclination of the disc (ii) a fully resolved structure. The first hypothesis can be discarded with scattered light images that do not show any jet, suggesting that the disc is seen almost pole on. Moreover the low value for a baseline of 30 m also backs the second hypothesis. Malbet & Berger (2002) derived that the visibility measurements are compatible with a standard disc if a faint punctual source is located at 35 mas from the star. It might be interpreted as a hot spot in the disc.

We are able to reproduce the SED until 20 μm and the average of H and K measurements. The excess in the far IR is a well-know feature likely due to some phenomenon occurring in the outer parts of the discs. For instance, Lodato & Bertin (2001) explain this excess with self-gravitation.

Our model does not explain why the visibility value in the H-band at 100 m is much higher than in the K-band while the visibility curve in H is only slightly above the K curve. However our fit is consistent because of large uncertainties on visibility values. We indeed need more accurate measurements to disentangle between uncertainties and model inaccuracy. Malbet & Berger (2002); Malbet (2002) find that this higher value in H is consistent with an effective temperature distribution $T_v \sim r^{-0.4 \text{ to } -0.6}$, that our model cannot reproduce. Figure 9b. displays the effective temperature of the disc: its law is $T_v \sim r^{-0.75}$, in agreement with the active disc model.

As expected, the structure of *FU Ori* (see mid-plane temperature curves Fig. 9b., right panel) is dominated by viscous dissipation. Its effective temperature is also dominated by this process within a few tens of AUs from the star.

5.4. *T Tau North*

The available interferometric data for *T Tau North* include the *T Tau South* component. We have used the Akeson et al. (2002) corrected data to adjust our model but we were unable to derive a unique set of physical parameters to reproduce simultaneously the visibility and the SED of *T Tau North*. Therefore we present separate fits for the SED and the visibility, respectively displayed on Figs. 9c. & 9d. The best SED fit is obtained with a small inner disc truncation and a moderate accretion rate of $2.0 \times 10^{-7} M_{\odot}/\text{yr}$. This fit overestimates the visibility by at least 2σ . Visibility fits imply a large inner disc truncation and a larger accretion rate, inconsistent with the spectral data.

We cannot exclude caveats in the visibility correction mentioned above. Hence we conclude that the physical parameters derived from the SED fit are the actual *T Tau North*'s ones. Future VLTI or Keck Interferometer (KI) observations with a field of view of 50 mas should remove the *T Tau N/S* ambiguity.

Like *SU Aur*, *T Tau* disc structure is dominated by viscosity within 10 AU from the star (see Fig. 9c.), but in terms of effective temperature both viscosity and reprocessing must be taken into account.

6. Conclusion

We have developed an analytical model for *T Tauri* accretion discs based on a two-layer approximation, and including the main heating processes: viscous dissipation, reprocessing, and thermalization with the surrounding medium. The outer layer is directly heated by visible stellar light and the thermal flux from the inner layer, whereas the

inner layer is heated by viscous dissipation and light reprocessed by the outer layer. The strength of the model is an analytical prediction of the mid-plane temperature and, yet with less accuracy, of the flaring of the disc; it is a suitable tool in grasping the physical conditions taking place in these discs: it allows to predict easily the relative importance of heating processes, the contribution of scattering, the influence of the viscosity prescription, etc.

Despite of simplifications made in order to keep the model analytical, it compares well with other disc models available in the literature. Its predictions in terms of mid-plane temperature, density scale height or disc mass are consistent with those of numerical models by D'Alessio et al. (1998), or by Bell et al. (1997) in the inner regions where this model is valid.

For the first time, we are able to consistently fit the infrared spectra and the optical visibility of two young stars, SU Aur and FU Ori. A third object has been considered (T Tau North), but we could not find a set of parameters that would fit simultaneously the SED and the visibility. This might result from the peculiar structure of this object which is a triple system, and demonstrates that even a single interferometric measurement at one infrared wavelength can be a very strong constraint to interpret disc models. We therefore expect a breakthrough in disc physics understanding when new generation interferometers, like the VLTI or the KI, are able to observe hundreds of young stellar objects. Providing an analytical description and a fast computation, while including essential physical phenomena taking place in discs, our model will be a useful tool to interpret these forthcoming observations.

Concerning the influence of the viscosity on the model output, our results show that current instruments cannot significantly probe the influence of the viscosity law, because it has no direct impact on the flux emerging from optically thick regions. The dependency on viscosity observed in our model remains small and results from the variation of the disc geometrical thickness when the amount of material changes. It is only at larger wavelengths, where the central regions are optically thin, that the mid-plane temperature can be probed, thus indirectly the viscosity. The future Atacama Large Millimetre Array (ALMA) should be able to measure the column density and the mid-plane temperature of discs within 10 AUs from the star, and probe the influence of the viscosity.

In forthcoming work, we will address the following points.

- Including direct heating of the inner rim of the disc by the star will allow us to make predictions for more massive stars (Herbig Ae/Be systems) as shown by Dullemond et al. (2001).
- The treatment of self-shadowing can also be improved: our model 1 assumes that the regions where the disc flares inwards are simply not illuminated at all, while vertical structure models tend to prove that there is still enough material at large heights to catch stel-

Table A.1. Five optical thickness regimes of the disc.

regime	τ_R	τ_P	τ_P^e	τ_P^*
1	$\gg 1$	$\gg 1$	$\gg 1$	$\gg \cos \phi$
2	< 1	$\gg 1$	$\gg 1$	$\ll \cos \phi$
3	< 1	$\ll 1$	$\gg 1$	$\ll \cos \phi$
4	< 1	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll \cos \phi$
5	< 1	$\ll 1$	$\ll 1$	$\ll \cos \phi$

lar radiation. Model 2 is neither satisfactory because the flaring index is taken *ad hoc*, though it gives quite faithful predictions.

- A precise determination of the chemistry species in the outer parts of the disc implies to model the temperature profile in the outer layer instead of assuming an isothermal one. Aikawa et al. (2002) showed that the model by Chiang & Goldreich (1997) cannot reproduce observed element abundances in the outer part of the disc whereas the vertical structure by D'Alessio et al. (1998) can.

Acknowledgements. We thank the referee Dr. O. Regev for a quick response and a report that helped to clarify the paper. This research has made use of NASA's Astrophysics Data System Bibliographic Services, of CDS's Service for Astronomical Catalogues, and of the free software Yorick by D. Munro.

Appendix A: General α -disc solution

In simplified disc models, dealing with optical thickness is always cumbersome, for five different mean optical thicknesses of the inner layer have to be considered: Rosseland optical thickness τ_R , Planck thickness τ_P , Planck-like thickness for the radiation of the outer layer τ_P^e and the Planck-like thickness for the radiation of the star τ_P^* . It leads to considering five different regimes summarised in Table A.1. Most T Tauri discs present the regimes 1–4, while the fifth one is seldom encountered. For each of these regimes the mid-plane temperature follows different laws, expressed below:

$$T_i^4 \approx \frac{1}{2} T_r^4 + T_v^4 \xi \tau_R + T_a^4, \quad (\text{A.1a})$$

$$T_i^4 \approx \frac{1}{2} T_r^4 + T_v^4 + T_a^4, \quad (\text{A.1b})$$

$$T_i^4 \approx \frac{1}{2} \frac{1}{2\tau_P} T_r^4 + \frac{T_v^4}{2\tau_P} + T_a^4, \quad (\text{A.1c})$$

$$T_i^4 \approx \frac{1}{2} \frac{\tau_P^e}{\tau_P} T_r^4 + \frac{T_v^4}{2\tau_P} + T_a^4, \quad (\text{A.1d})$$

$$T_i^4 \approx \frac{1}{2} \frac{\tau_P^e}{\tau_P} \frac{2\tau_P^*}{\cos \phi} T_r^4 + \frac{T_v^4}{2\tau_P} + T_a^4, \quad (\text{A.1e})$$

where ξ is a constant of the order of a few tenths related to the opacity local density exponent l (see Eq. 18), as defined in Eq. (24).

Some factors 2 in these expressions arise from our choice to deal with half-optical thickness (from mid-plane to outer layer). Instead of using four developments for the

first four domains, we use an expression that follows the same asymptotic behaviours:

$$T_i^4 = \frac{T_v^4}{F\left(\frac{4}{3\xi\tau_R}\right)F(2\tau_P)} + \frac{T_r^4 F(2\tau_P^e)}{2F(2\tau_P)} + T_a^4 \quad (\text{A.2})$$

with

$$F(x) = 1 - \exp(-x). \quad (\text{A.3})$$

In Eq. (A.2), all F-terms can be interpreted using simple radiative transfer arguments, except for $\frac{4}{3\xi\tau_R}$ that has been taken *ad hoc*.

The different optical thicknesses of Eq. (A.2) are determined from monochromatic opacities $\kappa_\lambda(\rho, T)$ by

$$\tau_R = \Sigma \kappa_R(\rho, T, T_e) \quad (\text{A.4})$$

$$\tau_P = \Sigma \kappa_P(\rho, T, T) \quad (\text{A.5})$$

$$\tau_P^e = \Sigma \kappa_P(\rho, T, T_e) \quad (\text{A.6})$$

where the generalised Planck and Rosseland opacities of the material at (ρ, T) for black-body radiation at temperature T_{rad} are given by:

$$\kappa_R = \frac{\int_0^{+\infty} \frac{\partial B_\lambda}{\partial T_{\text{rad}}}(T_{\text{rad}}) d\lambda}{\int_0^{+\infty} \frac{1}{\kappa_\lambda(\rho, T)} \frac{\partial B_\lambda}{\partial T_{\text{rad}}}(T_{\text{rad}}) d\lambda} \quad (\text{A.7})$$

$$\kappa_P = \frac{\int_0^{+\infty} \kappa_\lambda(\rho, T) B_\lambda(T_{\text{rad}}) d\lambda}{\int_0^{+\infty} B_\lambda(T_{\text{rad}}) d\lambda} \quad (\text{A.8})$$

The opacity ratio in the outer layer (thermal radiation/stellar radiation) is then described as

$$\omega = \frac{\kappa_P(\rho, T_e, T_e)}{\kappa_P(\rho, T_e, T_\star)}. \quad (\text{A.9})$$

Appendix B: Flaring index

The mid-plane temperature is given by

$$T_i^4 = \sum_k t_k(r, T_i)^4. \quad (\text{B.1})$$

Using Eqs. (10, 28) one derives

$$T_i = \zeta \varepsilon(r)^2 r, \quad (\text{B.2})$$

where ζ is a constant and $\varepsilon(r) = \mathcal{H}/r$. Substituting this equation in to Eq. (B.1) we have

$$\varepsilon(r)^8 = (\zeta r)^{-4} \sum_k t_k(r, \zeta r \varepsilon(r)^2). \quad (\text{B.3})$$

The flaring is given by the variation of the relative geometrical thickness $\varepsilon(r)$ (Eq. 26):

$$\gamma = \frac{r}{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dr}. \quad (\text{B.4})$$

Derivating Eq. (B.3) in respect to r and introducing

$$a_k = \frac{d \log t_k^4}{d \log r}, \quad (\text{B.5a})$$

$$b_k = \frac{d \log t_k^4}{d \log T_i} \quad (\text{B.5b})$$

we derive

$$\gamma = \frac{\sum_k \gamma_k t_k(r, T_i)^4}{\sum_k t_k(r, T_i)^4}, \quad (\text{B.6})$$

with

$$\gamma_k = \frac{4 + a_k - b_k}{8 - 2b_k}. \quad (\text{B.7})$$

The flaring index of an optically thick α -disc is given in the main matter, by substituting the t_k 's in Eq. B.5. In the following we give the formulae in the case of an arbitrary optical thickness and of a β -disc.

B.1. α -disc of arbitrary optical thickness

The expression for the temperature contributions t_k are in the present case quite tangled (see Appendix A), though straightforward to derive, so we only give the results for the flaring index. We note

$$\eta(x) = \frac{x \exp(-x)}{1 - \exp(-x)} \quad (\text{B.8})$$

the logarithmic derivative of F . The flaring associated to each heating process are:

$$\gamma_1 = \frac{\mathcal{P}(l, m) \left(\eta(2\tau_P) - \eta\left(\frac{4}{3\xi\tau_R}\right) \right) + (2 + g(r))}{\mathcal{Q}(l, m) \left(\eta(2\tau_P) - \eta\left(\frac{4}{3\xi\tau_R}\right) \right) + 16}, \quad (\text{B.9a})$$

$$\gamma_2 = \frac{\mathcal{P}(l, m) (\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)) + 4}{\mathcal{Q}(l, m) (\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)) + 14}, \quad (\text{B.9b})$$

$$\gamma_3 = \frac{\mathcal{P}(l, m) (\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)) + 2}{\mathcal{Q}(l, m) (\eta(2\tau_P) - \eta(2\tau_P^e)) + 16}, \quad (\text{B.9c})$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2} \quad (\text{B.9d})$$

with

$$\mathcal{P}(l, m) = 2m + 3l + 1 - (1 + l)g(r), \quad (\text{B.10a})$$

$$\mathcal{Q}(l, m) = 4m - 6l - 4. \quad (\text{B.10b})$$

B.2. Optically thick β -disc

The switch to β -prescription changes terms that involve column density:

$$\Sigma_0 = \frac{f(r)\dot{M}}{3\pi\beta\Omega r^2}, \quad (\text{B.11})$$

$$\rho_0 = \frac{\Sigma_0}{r} \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \quad (\text{B.12})$$

Then, only the temperature contribution and flaring index related to viscous dissipation are changed:

$$t_1(r)^4 = \frac{3}{4} k \mu^{1/2} T_g^{l/2} \rho_0^l \Sigma_0 T_v^4 T_i^{m-l/2}, \quad (\text{B.13})$$

$$t_1(r)^4 \propto f(r)^{l+2} r^{-2l-7/2} T_i^{m-l/2}, \quad (\text{B.14})$$

$$\gamma_1 = \frac{1 - 3l - 2m}{16 + 2l - 4m} + \frac{2 + l}{16 + 2l - 4m} g(r). \quad (\text{B.15})$$

B.3. β -disc of arbitrary optical thickness

The flaring indices are given by the same set of equations as in Appendix B.1 except for a change of $Q(l, m)$:

$$\mathcal{P}(l, m) = 2m + 3l + 1 - (1 + l)g(r), \quad (\text{B.16a})$$

$$Q(l, m) = 4m - 2l. \quad (\text{B.16b})$$

Appendix C: Disc thickness on the outer edge

In the main matter, we used an approximate $g_z \propto z$ in the determination of the structure of the inner layer, because most of the matter is concentrated within one or two scale heights, with $h_i \ll r$. In determining the vertical location of the disc surface with the same approximation, we noticed a large underestimation of \mathcal{H} . The reason is that $\mathcal{H} \approx 4-6h_i$ is not so small compared to r , so that the departure of g_z from the linear law cannot be ignored. So, we are bound to considering the exact expression for the gravity field.

In the outer layer, the Planck optical thickness τ_e , the surface density Σ_e , and the opacity κ_e are linked by

$$\tau_e = \kappa_e \Sigma_e. \quad (\text{C.1})$$

If we use an isothermal layer, Σ_e can be substituted by $\rho_e h_e$ where h_e is the scale height of the outer layer and ρ_e the density at its base. τ_e can be expressed as $\phi \tau_\omega$, because we expect the incidence ϕ of stellar radiation to be dominated by the flaring term. Therefore

$$\kappa_e \rho_e h_e = \phi \omega \quad (\text{C.2})$$

To determine ρ_e , we solve the vertical hydrostatic equilibrium of the inner layer in the gravity field of the central star

$$g_z(z) = -\frac{z c_i^2}{2 h_i^2} \left[1 + \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right]^{-3/2}, \quad (\text{C.3})$$

which leads to

$$\rho(z) = \rho_i \exp \left(- \left(\frac{r}{h} \right)^2 \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \right), \quad (\text{C.4})$$

with a scale height

$$h(z) \propto \sqrt{T(z) \left[1 + \left(\frac{Q h_i}{r} \right)^2 \right]^{-3/2}}. \quad (\text{C.5})$$

This allows us to write

$$\rho_e = \rho_i \exp \left(- \frac{Q^2}{2} \delta_\rho \right), \quad (\text{C.6})$$

$$h_e = h_i \sqrt{\frac{T_e}{T_i}} \delta_h, \quad (\text{C.7})$$

δ_ρ and δ_h being corrective terms due to the non-linearity of $g(z)$. They are given in Sect. 2.5.3 (Eqs. 36 & 37). Therefore

$$Q = \sqrt{\frac{2}{\delta_\rho} \log \left(\frac{\kappa_e \rho_i h_i}{\phi \omega} \sqrt{\frac{T_e}{T_i}} \delta_h \right)}. \quad (\text{C.8})$$

Equation (35) in Sect. 2.5.3 is then obtained after the substitution $\phi = \gamma Q h_i / r$.

References

- Adams, F. C., Lada, C. J., & Shu, F. H. 1987, *ApJ*, 312, 788
- Aikawa, Y., van Zadelhoff, G. J., van Dishoeck, E. F., & Herbst, E. 2002, *A&A*, 386, 622
- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., & Creech-Eakman, M. J. 2002, *ApJ*, 566, 1124
- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., Creech-Eakman, M. J., & Lada, E. A. 2000, *ApJ*, 543, 313
- Bell, K. R., Cassen, P. M., Klahr, H. H., & Henning, T. 1997, *ApJ*, 486, 372
- Bell, K. R. & Lin, D. N. C. 1994, *ApJ*, 427, 987
- Bertout, C., Basri, G., & Bouvier, J. 1988, *ApJ*, 330, 350
- Chiang, E. I. & Goldreich, P. 1997, *ApJ*, 490, 368
- . 1999, *ApJ*, 519, 279
- D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Lizano, S., & Cantó, J. 1999, *ApJ*, 527, 893
- D'Alessio, P., Canto, J., Calvet, N., & Lizano, S. 1998, *ApJ*, 500, 411
- Dullemond, C. P., Dominik, C., & Natta, A. 2001, *ApJ*, 560, 957
- Gezari, D. Y., Pitts, P. S., & Schmitz, M. 1999, *VizieR Online Data Catalog*, 2225, 0
- Henning, T. & Stognienko, R. 1996, *A&A*, 311, 291
- Hubeny, I. 1990, *ApJ*, 351, 632
- Hur , J.-M. & Galliano, F. 2001, *A&A*, 366, 359
- Hur , J.-M., Richard, D., & Zahn, J.-P. 2001, *A&A*, 367, 1087
- Kenyon, S. J. & Hartmann, L. 1987, *ApJ*, 323, 714
- Lodato, G. & Bertin, G. 2001, *A&A*, 375, 455
- Lynden-Bell, D. & Pringle, J. E. 1974, *MNRAS*, 168, 603
- Malbet, F. 2002, in *Proc. SPIE vol. 4838 — Interferometry in optical astronomy*, Vol. 4838
- Malbet, F. & Berger, J.-P. 2002, in *SF2A - Scientific Highlights 2001*, ed. F. Combes, D. Barret and F. Thévenin (EDP Sciences), 457-460
- Malbet, F., Berger, J.-P., Colavita, M. M., et al. 1998, *ApJ*, 507, 149
- Malbet, F. & Bertout, C. 1991, *ApJ*, 383, 814
- Malbet, F., Lachaume, R., & Monin, J.-L. 2001, *A&A*, 379, 515
- Shakura, N. I. & Sunyaev, R. A. 1973, *A&A*, 24, 337

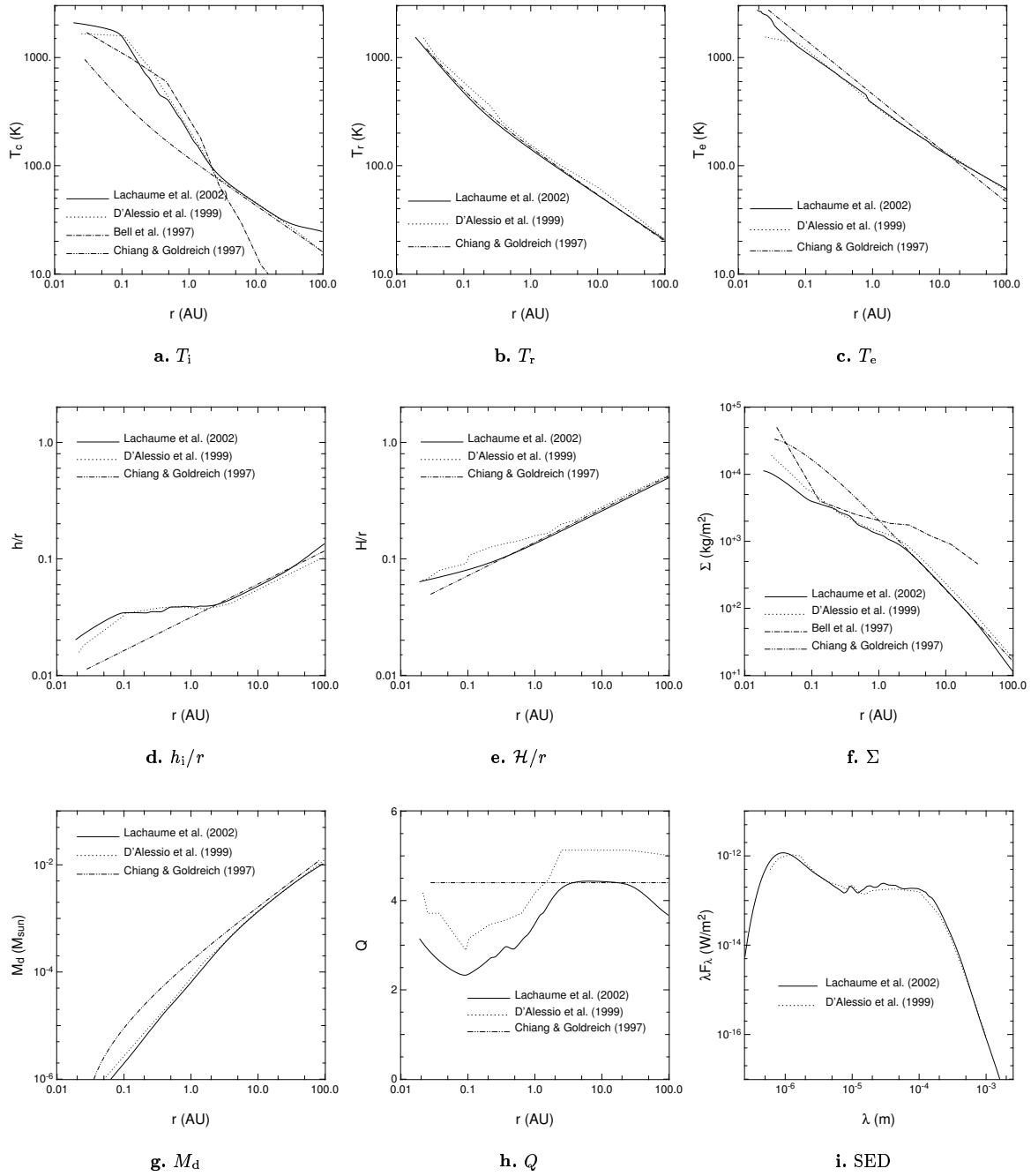


Fig. 5. Comparison between disc models: present work with α and β prescription, D'Alessio et al. (1999), Bell et al. (1997) and Chiang & Goldreich (1997). The panels are: (a) mid-plane temperature (b) effective temperature associated to stellar irradiation (c) surface temperature (d) scale height (e) mean height of reprocessing (f) column density (g) cumulative disc mass (h) relative geometrical thickness of the disc (k) spectral energy distribution of the pole-on disc.

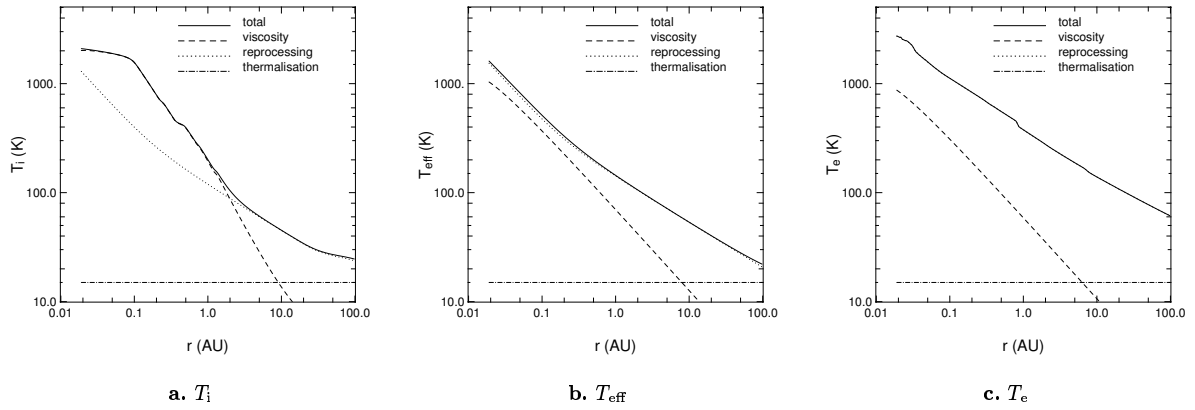


Fig. 6. Contribution of heating processes: radial profile of these contributions to the temperature of the disc (model 2). Left: mid-plane temperature, middle: surface temperature, right: surface temperature.

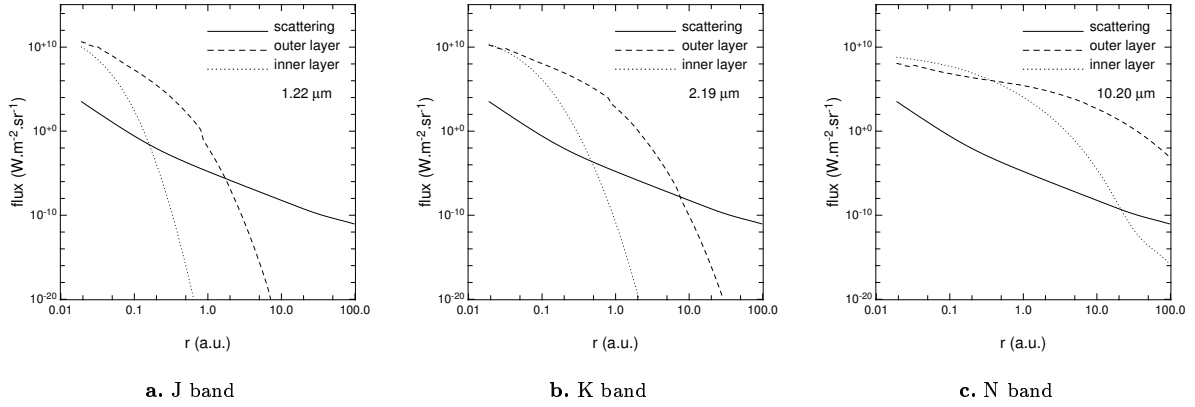


Fig. 7. Scattered light and thermal flux from a typical T Tauri disc (model 2) vs. the distance to the star. Left: J-band; middle: K-band; right: N-band. Solid lines: scattered light; dashed lines: thermal emission of the outer layer; dotted lines: thermal emission of the inner layer.

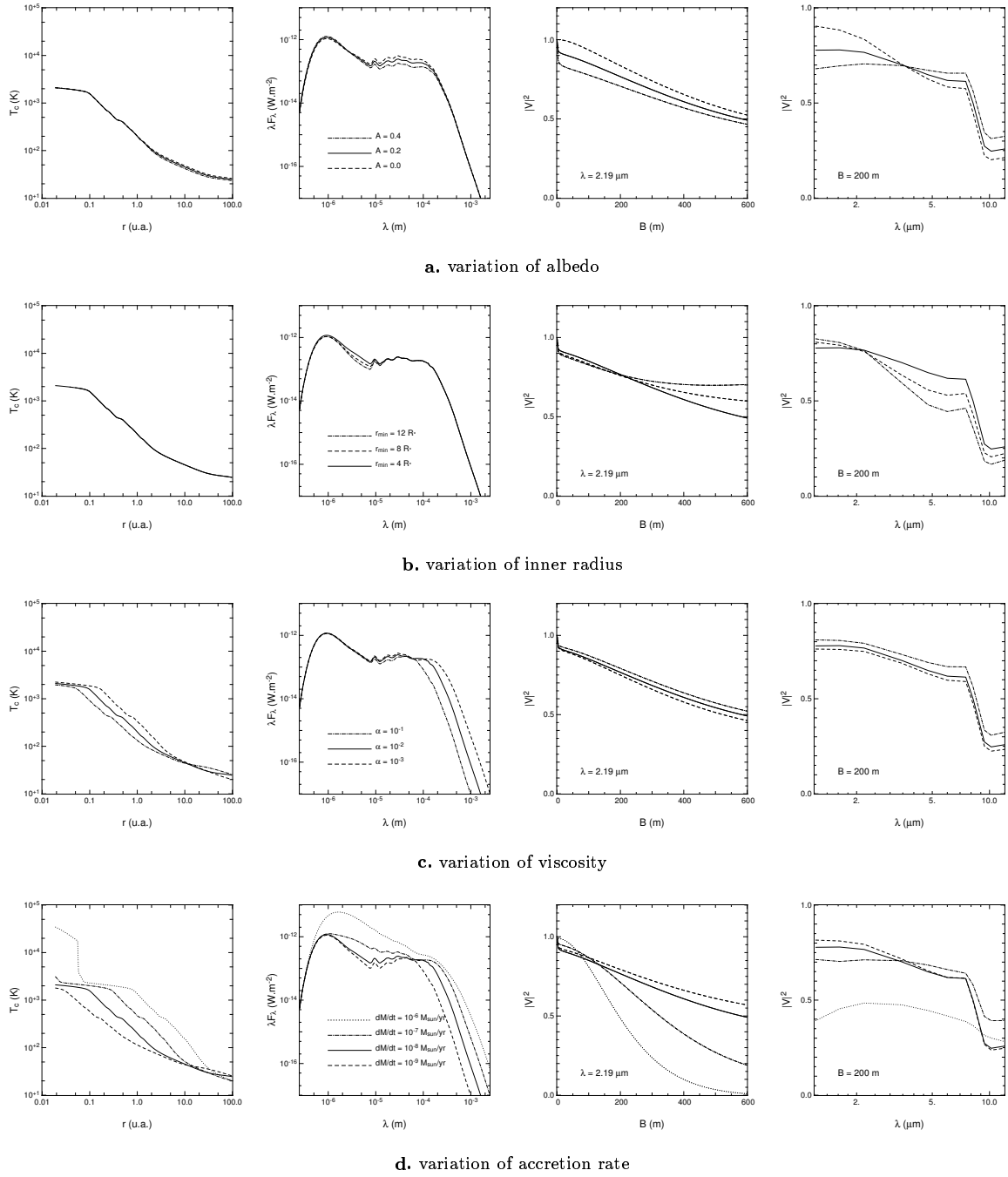


Fig. 8. Variation of the structure of a disc (first column), of its SED (second column), of its visibility curve (third column), and of its visibility as a function of the wavelength (fourth column) when one of its parameters varies.

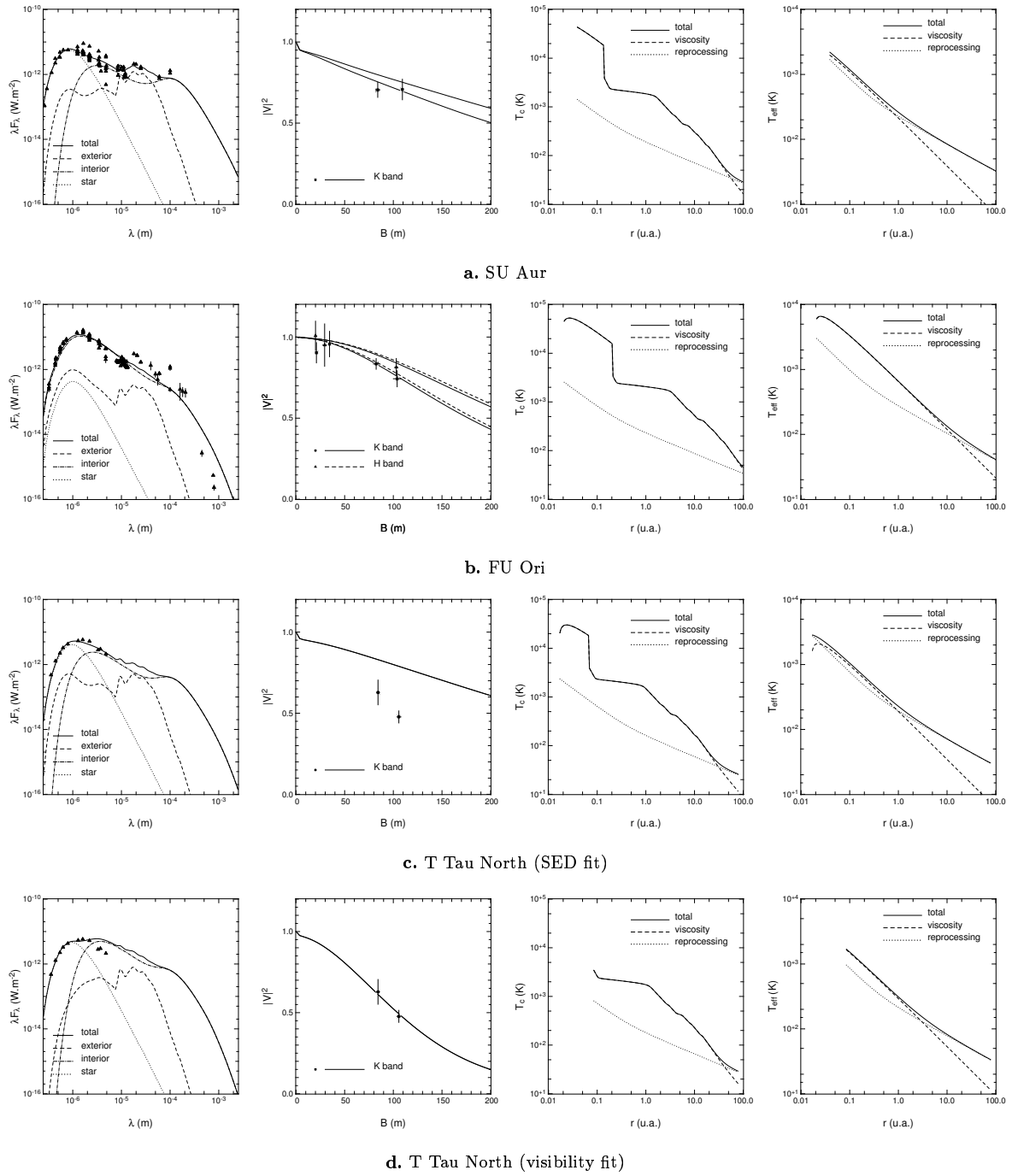


Fig. 9. Data and fits for YSOs (a: SU Aur, b: FU Ori, c,d: T Tau North's separate fits for SED and visibility). Left column: SED with contributions of the inner and outer layers and of the star; middle-left column: visibility amplitude vs. baseline, for the major and minor axes of the disc image; middle-right column: mid-plane temperature and contributions of reprocessing and viscous heating vs. radius; right column: effective temperature and contributions of reprocessing and viscous heating vs. radius.

Annexe C

Visibilités des objets marginalelement résolus

Cet article correspond à la section V.1 (Lachaume, 2003).

On marginally resolved objects in optical interferometry

Régis Lachaume

Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble

Received 13 November 2002 / Accepted 19 December 2002

Abstract. With the present and soon-to-be breakthrough of optical interferometry, countless objects shall be within reach of interferometers; yet, most of them are expected to remain only marginally resolved with hectometric baselines.

In this paper, we tackle the problem of deriving the properties of a marginally resolved object from its optical visibilities. We show that they depend on the moments of flux distribution of the object: centre, mean angular size, asymmetry, and kurtosis. We also point out that the visibility amplitude is a second-order phenomenon, whereas the phase is a combination of a first-order term, giving the location of the photocentre, and a third-order term, more difficult to detect than the visibility amplitude, giving an asymmetry coefficient of the object. We then demonstrate that optical visibilities are not a good model constraint while the object stays marginally resolved, unless observations are carried out at different wavelengths. Finally, we show an application of this formalism to circumstellar discs.

Key words. Methods: data analysis; techniques: interferometric

1. Introduction

Optical systems are fundamentally limited in angular resolution by their spatial extent because of diffraction. Very soon, the idea of combining light coming from two “distant” telescopes was investigated in order to overcome the limitation in size of single pupils. Michelson (1891, 1920); Michelson & Pease (1921) derived the angular diameters of some solar-system bodies and stars by measuring the contrast of the fringes (called visibility amplitude) obtained when interfering light comes from two apertures: this contrast is maximum when these apertures are closest and decreases with the distance between telescopes (called the baseline). The baseline at which the fringes disappear holds information on the angular extent of the source. After some time, the mid-seventies saw the comeback of optical interferometry with Hanbury Brown et al. (1974); Labeyrie (1975), but it long stayed confined to bright and simple objects, mostly stellar diameters and multiple systems. It is all the more frustrating as the theory of interferometry allows image reconstruction and as radio arrays achieved this goal within a few decades of existence: the atmospheric turbulence and the nature of light both lead to complex optical designs and have slowed the development of optical interferometry. Moreover, the shift of the fringes (called phase) is completely blurred by the atmosphere, so techniques to retrieve phase information

—necessary for imaging capacities— needed additional investigation.

Recently, the Palomar Testbed Interferometer (PTI, Colavita et al. 1999) and the Infrared Optical Telescope Array (IOTA, Carleton et al. 1994) allowed us to probe circumstellar matter in star-forming regions (Malbet et al. 1998; Akeson et al. 2000; Malbet & Berger 2002b; Akeson et al. 2002), giving some constraints on the geometry of these objects. With the advent of the Very Large Telescope Interferometer (VLTI, Glindemann et al. 2000) and the (KI, Colavita 2001) we are expecting a much higher accuracy with their large pupils (8–10 m), and good constraints on objects thanks to the number of baselines available and partial phase information; yet they will not allow direct image reconstruction very soon because recombination will be first performed with two or three telescopes. The Navy Prototype Optical Interferometer (NPOI, Armstrong et al. 1998), the CHARA array (ten Brummelaar et al. 2000), and the Cambridge Optical Aperture Synthesis Interferometer (COAST, Haniff et al. 2000) provide imaging capacities with a multi-telescope recombination, but with a lower sensitivity that renders faint object science difficult.

We are clearly entering a phase in which more than an apparent diameter is measured but no imaging is performed; in this context, observers and modellers use interferometric observations as a constraint on models (Malbet & Berger 2002b; Akeson et al. 2002; Lachaume et al. 2001, e.g.), but their link with the geometry of the ob-

Send offprint requests to: Régis Lachaume
e-mail: Regis.Lachaume@obs.ujf-grenoble.fr

ject remains unclear; it is still quite common to think in terms of diameter. For instance, Monnier & Millan-Gabet (2002) link the uniform disc equivalent diameter derived from the IR interferometric observations of young stellar objects with the physical radius of their supposed inner hole. The phase also raises problems of geometrical interpretation. Since it is blurred by the atmosphere, one uses the closure phase to retrieve partial information on it¹: the principle is to add the phases over a triplet of baselines provided by three telescopes, which allows one to cancel atmospheric terms. It is generally used either in image reconstruction, at NPOI for instance, or as a model constraint. Geometrically speaking, it is a diagnosis of asymmetry, but its accurate meaning is seldom made clear enough.

In this paper, we connect the visibility amplitude and phase with the geometry of the object, which allows us to retrieve information in a model-independent fashion. In Sect. 2, we establish a series development of these quantities involving the moments of the flux distribution, the first ones being the location of the photocentre, the spatial extent (diameter), and the asymmetry coefficient (skewness). It appears as a generalisation of the widespread diameter measurement. We then draw the consequences of the formalism in terms of observation and modelling. In Sect. 3 we apply this development to circumstellar discs with two examples: the case of an object characterised by more than one diameter (star, thermal flux and scattered light) and the measurement of the radial temperature law in these discs.

2. Visibility and object geometry

The Zernicke-van Cittert theorem links the complex visibility V to the normalised flux distribution I of the object:

$$V(\mathbf{u}) = \iint I(\boldsymbol{\alpha}) \exp(-2\pi i \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha}) d^2 \boldsymbol{\alpha}, \quad (1)$$

where \mathbf{u} is linked to the projected baseline \mathbf{B} and the wavelength λ by $\mathbf{u} = \lambda^{-1} \mathbf{B}$, and $\boldsymbol{\alpha}$ the angular location on the sky. Optical interferometry usually deals with the square amplitude $|V|^2$ and the phase ϕ , given by

$$|V|^2 = (\text{Re } V)^2 + (\text{Im } V)^2, \quad (2a)$$

$$\tan \phi = (\text{Im } V) / (\text{Re } V). \quad (2b)$$

In interferometry two extreme cases are usually dealt with: on the one hand, an object is fully resolved if its angular size is of the order of B/λ as it would be with a single dish telescope of size B . In that case, the visibility is arbitrary and highly depends on the shape of the target. On the other hand, a point-like source is not resolved and its visibility is $V = 1$. Between these two cases, the object is said to be marginally resolved and V is close to unity; its size is a fraction of B/λ . In such a case, most of the flux

¹ Other techniques are also the use of a close object as a phase reference or the differential phase with spectroscopy, but we shall not discuss them in this paper.

is located in a zone where $|\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha}| \ll 1$, so we carry out a series development to derive the real and imaginary parts of V :

$$\text{Re } V(\mathbf{u}) = \iint I(\boldsymbol{\alpha}) (1 - 2\pi^2 (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha})^2) d^2 \boldsymbol{\alpha}, \quad (3a)$$

$$\text{Im } V(\mathbf{u}) = \iint I(\boldsymbol{\alpha}) \left(2\pi (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha}) - \frac{4}{3} \pi^3 (\mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\alpha})^3 \right) d^2 \boldsymbol{\alpha}. \quad (3b)$$

These expressions drive us to define the n -th moment of the flux distribution as a symmetric tensor unambiguously defined by

$$\mathbf{M}_n \cdot \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_n = \iint I(\boldsymbol{\alpha}) (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{u}_1) \cdots (\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{u}_n) d^2 \boldsymbol{\alpha} \quad (4)$$

for any set of vectors $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n$. (The expressions for the first two moments are given in a Cartesian frame in Appendix A). With such a definition, the real and imaginary parts of V become

$$\text{Re } V(\mathbf{u}) = 1 - 2\pi^2 \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad (5a)$$

$$\text{Im } V(\mathbf{u}) = 2\pi \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u} - \frac{4}{3} \pi^3 \mathbf{M}_3 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}, \quad (5b)$$

which, after a few calculations, give

$$|V|^2 = 1 - 4\pi^2 [\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} - (\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u})^2], \quad (6a)$$

$$\phi = -2\pi (\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u}) + \frac{4}{3} \pi^3 [\mathbf{M}_3 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} - 3(\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u})(\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + 2(\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{u})^3]. \quad (6b)$$

These formulae are quite annoying because the visibility amplitude apparently depends on the location of the photocentre of the object, given by the first moment \mathbf{M}_1 (see Appendix A), and therefore on the pointing accuracy of the instrument. In order to cancel this apparent dependence, we define the moments in respect to the photocentre of angular location $\boldsymbol{\alpha}_0$ by

$$\mathbf{M}'_n \cdot \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_n = \iint I(\boldsymbol{\alpha}) (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0) \cdot \mathbf{u}_1 \cdots (\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha}_0) \cdot \mathbf{u}_n d^2 \boldsymbol{\alpha} \quad (7)$$

and perform a frame change on Eqs. (6a,6b) to obtain

$$|V|^2 = 1 - 4\pi^2 (\mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + \mathcal{O}(u^4), \quad (8a)$$

$$\phi = -2\pi (\mathbf{M}'_1 \cdot \mathbf{u}) + \frac{4}{3} \pi^3 (\mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + \mathcal{O}(u^5). \quad (8b)$$

In some applications, a higher-order development is needed; it is given in Appendix B.

Since the phase is not directly measured because of atmospheric turbulence, the closure phase is used instead. With three telescopes labelled 1, 2, and 3 simultaneously providing the baselines \mathbf{u}_{12} , \mathbf{u}_{23} , and \mathbf{u}_{31} , the closure phase reads

$$\bar{\phi} = \phi(\mathbf{u}_{12}) + \phi(\mathbf{u}_{23}) + \phi(\mathbf{u}_{31}). \quad (9)$$

Applying Eq. 8b, we derive a concise expression:

$$\bar{\phi} = \frac{4}{3} \pi^3 (\mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{u}_{23} \cdot \mathbf{u}_{31}) + \mathcal{O}(u^5). \quad (10)$$

2.1. Resolving an object: size, asymmetry and curtosis

We consider three aligned telescopes labelled from 1 to 3, providing the baselines \mathbf{u}_{12} , \mathbf{u}_{23} , and \mathbf{u}_{31} in a direction given by a normal vector \mathbf{i} , as represented in Fig. 2. The main characteristics of an object we shall consider are its mean diameter, its asymmetry and its curtosis defined along \mathbf{i} ; they **respectively** are

$$D = \sqrt{\mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}}, \quad (11)$$

$$S = \frac{\mathbf{M}'_3 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}}{(\mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i})^{3/2}}, \quad (12)$$

$$K = \frac{\mathbf{M}'_4 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}}{(\mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{i} \cdot \mathbf{i})^2} - 3. \quad (13)$$

They are of common use in statistics. Figure 1 displays their link with the shape of a one dimensional distribution: the diameter D is the square root of the variance, giving the mean spatial extent; the skewness S increases with the asymmetry of the distribution and is zero for a symmetrical one; K indicates whether the flux is concentrated in the peak of the distribution or in its wings and is zero for a normal distribution. With these notations,

$$|V(u)|^2 = 1 - 4\pi^2 (Du)^2 + \frac{4}{3}\pi^4 [(K+6)(Du)^4], \quad (14)$$

$$\bar{\phi} = \frac{4}{3}\pi^3 S(D\bar{u})^3, \quad (15)$$

where the mean baseline \bar{u} is given by the geometrical mean of the three baselines:

$$\bar{u} = \sqrt[3]{(\mathbf{u}_{12} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u}_{23} \cdot \mathbf{i})(\mathbf{u}_{31} \cdot \mathbf{i})}. \quad (16)$$

A summary of these results, in a less formal way, is given in Fig. 2.

The main implication of these results is that the visibility amplitude drop is a second-order phenomenon ($D^2 u^2$) while the closure phase is a third-order one ($S D^3 u^3$). As a consequence, closure phase is much harder to detect than the visibility amplitude in a marginally resolved object. Figure 3 displays the profile of the visibility amplitude and closure phase as a function of the baseline for a marginally resolved object with a high asymmetry $S = 0.5$, as well as the minima of detection for these quantities as a function of the measurement accuracy. It appears that the asymmetry is detected for angular sizes 3 to 6 times larger than the spatial extent or —which is equivalent— for 3 to 6 times larger baselines.

2.2. Validity of the approximation

The above development presents two limitations: on the one hand, it assumes that all moments are defined and, on the other hand, the first few terms of the series are no longer a good approximation when the object is resolved enough.

In the case of a power law distribution $I(\alpha) \propto \alpha^{-q}$, often encountered when scattered light dominates, the high-order moments are not defined. Therefore the above development is no longer valid. For instance, Lachaume et al. (2001) have shown that a disc with scattering presents a quick drop of the visibility amplitude near the origin $u = 0$, that definitely does not present the smooth profile $|V|^2 = 1 - 4(\pi Du)^2$. In Sect. 3.1, we shall see how to treat scattering at a large scale, while using the above formalism for other flux contributions.

Another important point is the range of validity. The left panel of Fig. 4 compares the exact visibility of different types of objects with the second-order estimate (first terms of Eq. 14) as a function of the baseline: as expected, the approximation is correct for under resolved objects with $V \approx 1$ but gets poorer with larger baselines. The validity of the approximation depends on whether a difference can be made between the estimate and the exact value, in other terms whether the accuracy of the measurement is better than the precision of the estimate. The right panel of the same figure displays the visibility at which the instrument accuracy allows us to measure the deviation from the estimate; it appears not to be much dependent on the geometry of the object. With a typical 2% accuracy on $|V|^2$, the estimate is valid for $|V|^2 \gtrsim 0.8$.

Figure 5 is similar to Fig. 4 but for the closure phase. For a typical binary with $\Delta.2$, it displays the exact closure phase and the third order estimate given in Eq. (15) as a function of the baseline. The right panel indicates the visibility at which a differentiation between them can be made as a function of the instrumental accuracy. With the typical 2% precision on $|V|^2$, the estimate of the phase is valid for $|V|^2 \gtrsim 0.45$.

When the accuracy allows us to see the deviation from the third-order estimates, some following orders can be measured and the subsequent moments of the distribution can be accessed. This can be a means to retrieve model-independent spatial information.

2.3. Model-fitting of observations

Theoretically speaking, the knowledge of visibility and closure phase at all baselines smaller than B would allow image reconstruction with an infinite resolution (by using the analyticity of the visibility); so, marginal resolution should not be a problem. This point presents a small but irretrievable flaw: it assumes that there is no noise in the data. When the finite precision of measurements is taken into account, the accuracy on the reconstructed image or model is impaired and also, the number of parameters constrained in a marginally resolved object. If the visibility amplitude alone is available, only the quadratic form $V^2 = 1 - 4\pi^2 \mathbf{M}'_2 \cdot \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ can be accessed, because the deviation from this law cannot be measured, as shown in Sect. 2.2.

We first consider an observation carried out at a single wavelength and use the coordinates (u, v) of \mathbf{u} in a

Cartesian frame. The visibility amplitude and phase then are

$$V = 1 - 4\pi^2(M_2^{'0}u^2 + 2M_2^{'1}uv + M_2^{'2}v^2), \quad (17)$$

$$\phi = 1 - \frac{4}{3}\pi^3(M_3^{'0}u^3 + 3M_3^{'1}u^2v + 3M_3^{'2}uv^2 + M_3^{'3}v^3), \quad (18)$$

where $M_n^{'k}$ is a component of the n -th moment \mathbf{M}_n' . Its expression in the Cartesian frame can be found in Appendix A. If visibility amplitude alone is considered, the system can be described with three parameters (the $M_2^{'k}$); a model able to fit any second-order moment will fit any data. As a consequence, a marginally resolved object observed in visibility amplitude, whatever the baseline coverage is, can be modelled by

- a ternary system of unresolved stars,
- a Gaussian elliptic disc,
- a uniform stellar photosphere and an unresolved star.

If closure phase information is available, then four additional parameters describe the object (the $M_3^{'k}$). A marginally resolved object observed in both visibility and closure phase can be modelled by a system able to reproduce the second- and third-order moments, that is

- a system of four unresolved stars,
- a Gaussian elliptic disc and an unresolved star,
- a uniform stellar photosphere and two unresolved stars.

It appears that interferometry does not allow us to disentangle quite different scenarios when the object is marginally resolved. This fact is well-known by observers: under resolved observations cannot distinguish between a uniform and a limb-darkened stellar disc; neither could the first observations of FU Ori by Malbet et al. (1998) exclude either the disc or the binary scenario. As a remedy, one can use the technique in combination with other types of observations, as another model constraint.

Nevertheless, a multi-wavelength interferometric approach can bring more constraints. We consider a N_p point-like source model to be fitted to visibility amplitudes at N_λ wavelengths. The fluxes and locations of the $N_p - 1$ first sources constrain the last one, because the flux distribution is normalised and centered; therefore there are $(N_p - 1)$ locations and $N_\lambda(N_p - 1)$ fluxes, that is $(N_\lambda + 2)(N_p - 1)$ free parameters. Observations provide $3N_\lambda$ moments of the flux distribution. The characteristic number of point-like sources constrained by the measurements is given by the equality between the number of free parameters and that of moments, so that

$$N_p = \left\lceil \frac{3N_\lambda}{N_\lambda + 2} + 1 \right\rceil. \quad (19)$$

The left panel of Fig. 6 displays the number of sources constrained as a function of the number of wavelengths accessed, either observing visibility amplitudes only or both

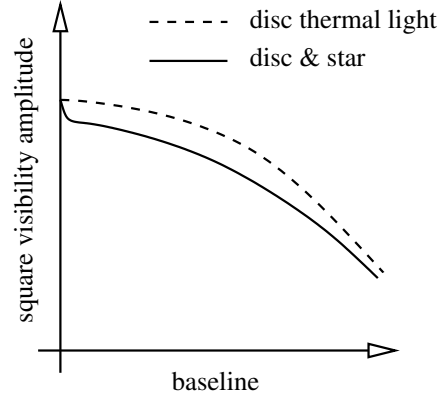


Fig. 7. Visibility curve of an accretion disc. Solid line: all contributions; dashed line: thermal emission of the disc only.

amplitudes and closure phases. It appears that amplitudes and phases can constrain up to 6 point-like sources with $N_\lambda \gtrsim 10$. If we now consider that the sources emit a black-body spectrum—or whatever spectrum determined by a temperature and a bolometric flux—there are only $2(N_p - 1)$ fluxes. The number of point-like sources constrained then becomes

$$N_p = \left\lceil \frac{3N_\lambda}{4} + 1 \right\rceil. \quad (20)$$

The right panel of Fig. 6 shows that the assumption of a black-body spectrum allows us to constrain as many point-like sources as wanted, provided that the number of wavelengths is large enough. For instance, $N_\lambda = 10$ allows us to constrain 9 sources with the visibility amplitudes and 14 if phases are also available.

In conclusion, a multi-wavelength approach allows us to fit more parameters and therefore to distinguish between different scenarios (disc, multiple system, etc.)

3. Application to circumstellar discs

Circumstellar discs are a good target for interferometers because they scale from a few tens of AU (where they mostly emit thermal light in the infrared) to a few hundreds of AU (where they present scattered light in the infrared) at a typical distance of 150 pc or more. Two issues of interest are: observing their thermal light, because it comes from the first AUs from the star where planets are supposed to form, and deriving their radial temperature law, because it appears as a good diagnosis of the phenomena involved (irradiation, flaring, viscous dissipation, etc.). In Sect. 3.1 we show how to take into account both the thermal and scattered light, which happen to present different interferometric signatures. In Sect. 3.2, we establish a connection between the temperature law and the wavelength dependence of the visibility.

3.1. Stellar, thermal and scattered light

Describing an accretion disc as a marginally resolved object is inaccurate because thermal light occurs at a large scale and accounts for up to 10% of the total flux. In order to keep the above formalism, we split the image into three components: stellar contribution, thermal emission of the disc, and scattered light. To each contribution, one can associate a corresponding visibility:

$$V_* = 1 - 2\pi^2 D_*^2 u^2, \quad (21)$$

$$V_{th} = (1 - 2\pi^2 D_{th}^2 u^2) \exp\left(i \frac{4}{3} S_{th} D_{th}^3 u^3\right), \quad (22)$$

$$V_s = \begin{cases} 1 & \text{if } u = 0 \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (23)$$

where D_* is the mean diameter of the star, D_{th} that of the thermal emission of the disc, and S_{th} the skewness of distribution of the thermal emission.

We assumed that both the star and the thermal emission of the disc are marginally resolved, that the scattering emission is fully resolved as soon as the baseline is non-zero, and that the star is too small and symmetric to present a phase. Within the approximation that all components have the same photocentre, we derive the total visibility

$$V_{tot} = \frac{F_* V_* + F_{th} V_{th} + F_s V_s}{F_{tot}}, \quad (24)$$

where F_{tot} is the total flux, F_* that of the star, F_{th} that of the thermal emission, and F_s that of scattered light. Fig. 7 presents a schematic view of the visibility curve for an accretion disc and compares it to that of the thermal light alone. It appears that one point of visibility is not enough to derive the diameter of the disc, as authors usually do, when either the star or scattered flux are present.

3.2. Temperature profile

From visibilities at different wavelengths, Malbet & Berger (2002a) showed that the temperature profile of an accretion disc can be derived. In the context of a massive disc, the flux is dominated by thermal light so that

$$1 - |V(\lambda)|^2 = (2\pi D(\lambda) B/\lambda)^2. \quad (25)$$

To solve this problem, we need a link between the disc extent $D(\lambda)$ and the temperature profile. The disc extent is given by the second-order moment M'_2 determined from the radial flux distribution of the disc

$$F(r) = B_\lambda(T(r)). \quad (26)$$

We chose a self-similar solution for the sake of simplicity

$$T(r) \propto r^{-q}. \quad (27)$$

For a disc presenting an inclination i , the components of the moments then write (see Appendix C for a demonstration):

$$M'_2{}^0 = M'_2{}^2 \cos^2 i, \quad (28a)$$

$$M'_2{}^1 = 0, \quad (28b)$$

$$M'_2{}^2 \propto \lambda^{2/q}, \quad (28c)$$

so that

$$D(\lambda) \propto \lambda^{2/q}, \quad (29)$$

$$1 - |V|^2 \propto \lambda^{2/q-2}. \quad (30)$$

Using two close enough wavelengths λ_1 and λ_2 , we deduce an estimate of q :

$$q = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{\log[(1 - |V_1|^2)/(1 - |V_2|^2)]}{\log[\lambda_2/\lambda_1]}}. \quad (31)$$

This result appears as a particular case of the multi-wavelength approach (see Sect. 2.3), that allows us to fit more parameters than one visibility at a single wavelength does. Malbet & Berger (2002a) obtained a similar result by a more empirical argument: they state that the apparent diameter of a disc is proportional to the radius at which $B_\lambda(T(r))$ is maximal. It actually conceals the self-similarity.

Note that the result no longer holds when the disc presents an inner hole. Figure 8 displays the value q_{app} deduced from Eq. (31) with the H and K bands for a typical FU Ori disc. The parameters of the disc model are given in Appendix D. When the inner gap becomes larger than a few stellar radii, the error on q , $|q_{app} - q|$ can be larger than 0.1. Malbet & Berger (2002a) find $q_{app} \approx 0.64$ for FU Ori; with a typical value $R_* = 6 R_\odot$ (Lachaume et al. 2001), we can estimate $q \approx 0.5$ from the curves.

The stellar radius has also an influence because of the unresolved stellar flux, yet, it remains small for FU Ori discs (see Fig. 8). In the case of a T Tauri star, the error could be much larger, because the contribution of the star to the total flux becomes important.

4. Conclusion

We have developed a formalism that connects the visibility amplitude and phase of a marginally resolved object with its geometry, namely the moments of the flux distribution. It can prove particularly useful when constraining models that present analytical moments and allows us to retrieve model-independent spatial information in all cases. It also establishes that the closure phase of a marginally resolved source is a third-order term and the visibility a second-order one; therefore, the phase is much harder to detect than the drop in visibility amplitude.

From the formalism, we were also able to estimate the number of parameters relevantly fitted to interferometric measurements. Unless observations are carried out

at several wavelengths and the model assumes a black-body-like emission, only a few parameters can be fitted to marginally resolved objects, whatever the number of visibility points taken: three point-like source with visibility amplitudes only, and a fourth one if closure phase is also measured. This limitation is removed when the object is more resolved, that is, if the baselines are longer or if the instrumental accuracy is increased, which allows us to measure the deviation of the visibility and phase from their low-order estimates. This work can therefore be seen as a plea for larger baselines than the CHARA array provides, or high accuracy with IOTA/IONIC or the forthcoming VLTI and Keck.

We then applied this theoretical work to circumstellar discs, by separating the star, the thermal emission of the disc, and the scattered light, the two first ones being well described by their moments. It also allows us to derive, with some hypotheses, information on the radial temperature law in these objects, even if they are under-resolved, but requires that measurements should be taken at two or more wavelengths. This can be applied to other field. For instance, limb-darkened stellar photospheres can be probed even with underresolved targets: the equivalent diameter is dependent on the wavelength and one could, with an appropriate model, measure this darkening.

With high precision measurements and/or multiple wavelengths one can access a large number of moments of the flux distribution, which theoretically allows image reconstruction. This is clearly a path that one should investigate in the near future. As a particular case, we believe it is possible to retrieve the radial temperature profile of supposedly symmetrical objects, as as been initiated with FU Ori. The method could also prove useful to constrain the location of stellar spots with high accuracy measurements: the link between the location of these spots and the first order moments of the flux is much clearer than the information given by image reconstruction techniques.

Acknowledgements. I thank Fabien Malbet, Jean-Philippe Berger, and Jean-Baptiste Lebouquin for helpful discussions; without their interest, this work would have stayed hidden under a heavy stack on my desk. Computations and graphics have mostly been carried out with the free software Yorick by D. Munro. Useful comments from Theo ten Brummelaar led to an improved presentation of these results.

Appendix A: Moments in Cartesian coordinates

We use a Cartesian frame in which α has coordinates (α, β) throughout this appendix.

The first moment is a vector

$$\mathbf{M}_1 = (M_1^0, M_1^1) \quad (\text{A.1})$$

giving the location of the photocentre in respect to the origin of the frame.

$$M_1^0 = \iint I(\alpha, \beta) \alpha \, d\alpha \, d\beta, \quad (\text{A.2a})$$

$$M_1^1 = \iint I(\alpha, \beta) \beta \, d\alpha \, d\beta. \quad (\text{A.2b})$$

The second-order moment is a matrix

$$\mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} M_2^0 & M_2^1 \\ M_2^1 & M_2^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

yielding information on the spatial extent of the object. Its components are

$$M_2^0 = \iint I(\alpha, \beta) \alpha^2 \, d\alpha \, d\beta, \quad (\text{A.4a})$$

$$M_2^1 = \iint I(\alpha, \beta) \alpha \beta \, d\alpha \, d\beta, \quad (\text{A.4b})$$

$$M_2^2 = \iint I(\alpha, \beta) \beta^2 \, d\alpha \, d\beta. \quad (\text{A.4c})$$

The n -th order moment is a tensor of order n containing 2^n elements. Since it is symmetrical it is given by only $n + 1$ terms, that we note M_n^k for $0 \leq k \leq n$:

$$M_n^k = \iint I(\alpha, \beta) \alpha^{n-k} \beta^k \, d\alpha \, d\beta. \quad (\text{A.5})$$

Appendix B: V and ϕ series development

We define

$$J_1 = \mathbf{M}_n \cdot \mathbf{u}, \quad (\text{B.1})$$

$$J_n = \mathbf{M}_n' \cdot \underbrace{\mathbf{u} \cdots \mathbf{u}}_{n \text{ times}}, \quad \text{for } n \geq 2. \quad (\text{B.2})$$

The visibility amplitude and phase are then expressed as:

$$V = 1 - 4\pi^2 J_2 + \frac{4\pi^4}{3} (J_4 + 3J_2^2) - \frac{8\pi^6}{45} (J_6 - 10J_3^2 + 15J_4J_2) + \frac{4\pi^8}{315} (J_8 + 35J_4^2 - 56J_3J_5 + 28J_6J_2) + \mathcal{O}(u^{10}), \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} \varphi = 2\pi J_1 - \frac{4\pi^3}{3} J_3 + \frac{4\pi^5}{15} (J_5 - 10J_3J_2) - \frac{8\pi^7}{315} (J_7 + 219J_3J_2^2 - 21J_2J_5 - 35J_3J_5) \\ + \frac{4\pi^9}{2835} (J_9 + 2520J_3J_2J_4 + 560J_3^3 - 36J_7J_2 - 84J_3J_6 - 126J_5J_4 + 756J_5J_2^2 - 7560J_3J_2^3) \\ + \mathcal{O}(u^{11}). \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Appendix C: Moments of a self-similar disc

We consider a face-on disc with a radial temperature law $T(r) \propto r^{-q}$, where r is the angular distance from the centre. The flux distribution then reads

$$F(r) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(\exp \frac{C_2}{\lambda r^{-q}} - 1 \right)}, \quad (\text{C.1})$$

where C_1 and C_2 are constants. The reduced moments are

$$M_2^0 = \frac{1}{F} \iint F(x, y) x^2 dx dy, \quad (C.2)$$

$$M_2^1 = \frac{1}{F} \iint F(x, y) xy dx dy, \quad (C.3)$$

$$M_2^2 = \frac{1}{F} \iint F(x, y) y^2 dx dy, \quad (C.4)$$

where F is the total flux given by

$$F = \iint F(r) 2\pi r dr. \quad (C.5)$$

For the sake of simplicity, we introduce the integral

$$I_s = \int F(r) 2\pi r^s dr. \quad (C.6)$$

By switching to polar coordinates in Eq. (C.2) + Eq. (C.4) and with the help of symmetry, we derive

$$M_2^0 = I_3 / (2I_1), \quad (C.7)$$

$$M_2^1 = 0, \quad (C.8)$$

$$M_2^2 = I_3 / (2I_1). \quad (C.9)$$

We perform the change of variables $u = C_2 / (\lambda r^{-q})$ in Eq. (C.6) to find

$$I_s \propto \lambda^{s/q-4}. \quad (C.10)$$

So,

$$M_2^0 = M_2^2 \propto \lambda^{2/q}. \quad (C.11)$$

Since $M_2^1 = 0$,

$$1 - |V|^2 = \frac{M_2^0 B_u^2 + M_2^2 B_v^2}{\lambda^2}, \quad (C.12)$$

where $(B_u, B_v) = \lambda \mathbf{u}$ is the projected baseline. Therefore

$$1 - |V|^2 \propto \lambda^{2/q-2}. \quad (C.13)$$

If the disc is not face-on, the second-order moment along the minor axis is shrunk by a factor $\cos^2 i$, where i is the inclination; but the above demonstration still holds.

Appendix D: Power-law accretion disc model

The FU Ori disc model has been determined with an effective temperature $T(r) = K r^{-q}$. The influence of the central gap or of the star highly depends on the constant K . In the standard viscous disc model ($q = 3/4$) by Shakura & Sunyaev (1973),

$$K = \sqrt[4]{\frac{3GM_*\dot{M}}{8\sigma\pi}}, \quad (D.1)$$

where M_* stands for the mass of the star and \dot{M} for the accretion rate. If a deviation from $q = 3/4$ is observed, we should carry out a proper modelling of the involved phenomena. For the sake of simplicity, we assumed that

K is always determined by the viscous temperature at 1 AU, so that

$$T(r) = \frac{K}{(1 \text{ AU})^{-q}} \left(\frac{r}{1 \text{ AU}} \right)^{-q}. \quad (D.2)$$

We took

$$M_* = 1 M_\odot, \quad (D.3a)$$

$$\dot{M} = 3 \times 10^{-5} M_\odot/\text{yr}. \quad (D.3b)$$

References

- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., & Creech-Eakman, M. J. 2002, *ApJ*, 566, 1124
- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., Creech-Eakman, M. J., & Lada, E. A. 2000, *ApJ*, 543, 313
- Armstrong, J. T., Mozurkewich, D., Rickard, L. J., et al. 1998, *ApJ*, 496, 550
- Carleton, N. P., Traub, W. A., Lacasse, M. G., et al. 1994, in *Proc. SPIE Vol. 2200*, p. 152-165, *Amplitude and Intensity Spatial Interferometry II*, James B. Breckinridge; Ed., Vol. 2200, 152-165
- Colavita, M. 2001, *American Astronomical Society Meeting*, 198
- Colavita, M. M., Wallace, J. K., Hines, B. E., et al. 1999, *ApJ*, 510, 505
- Glindemann, A., Abuter, R., Carbognani, F., et al. 2000, in *Proc. SPIE Vol. 4006*, p. 2-12, *Interferometry in Optical Astronomy*, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds., Vol. 4006, 2-12
- Hanbury Brown, R., Davis, J., & Allen, L. R. 1974, *MNRAS*, 167, 121
- Haniff, C. A., Baldwin, J. E., Boysen, R. C., et al. 2000, in *Proc. SPIE Vol. 4006*, p. 627-633, *Interferometry in Optical Astronomy*, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds., Vol. 4006, 627-633
- Labeyrie, A. 1975, *ApJ*, 196, 71
- Lachaume, R., Malbet, F., & Monin, J.-L. 2001, *A&A*, in press
- Malbet, F. & Berger, J.-P. 2002a, in *SPIE (TBC)*, Vol. 0, 0
- Malbet, F. & Berger, J.-P. 2002b, in *SF2A — Scientific Highlights 2001*, ed. F. Combes, D. Barret and F. Thvenin (EDP Sciences), 457-460
- Malbet, F., Berger, J.-P., Colavita, M. M., et al. 1998, *ApJ*, 507, 149
- Michelson, A. A. 1891, *PASP*, 3, 274
- . 1920, *ApJ*, 51, 257
- Michelson, A. A. & Pease, F. G. 1921, *ApJ*, 53, 249
- Monnier, J. D. & Millan-Gabet, R. 2002, *ApJ*, 579, 694
- Shakura, N. I. & Sunyaev, R. A. 1973, *A&A*, 24, 337
- ten Brummelaar, T. A., Bagnuolo, W. G., McAlister, H. A., et al. 2000, in *Proc. SPIE Vol. 4006*, p. 564-573, *Interferometry in Optical Astronomy*, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds., Vol. 4006, 564-573

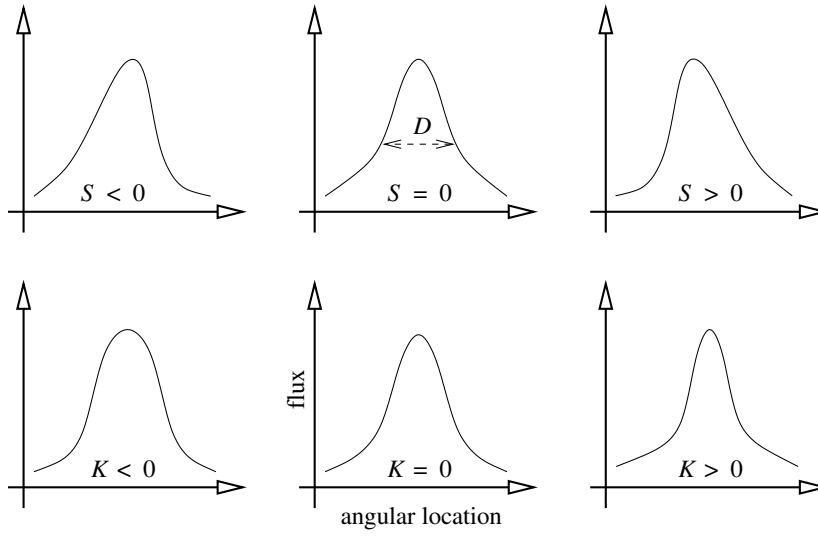
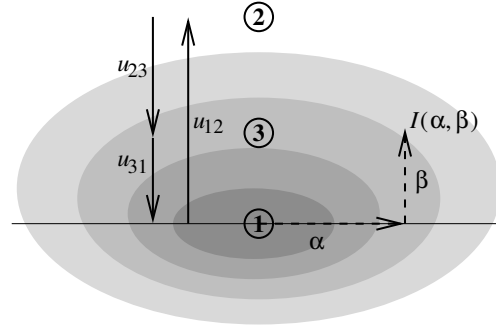


Fig. 1. Link between the shape of a flux distribution and its first moments: mean diameter D , asymmetry coefficient S (skewness), and kurtosis K .



$$|V_{ij}|^2 = 1 - 4\pi^2 u_{ij}^2 \underbrace{\iint I(\alpha, \beta) \beta^2 d\alpha d\beta}_{D^2}$$

$$\bar{\phi} = \frac{4}{3}\pi^3 \underbrace{u_{12}u_{21}u_{31}}_{\bar{u}^3} \underbrace{\iint I(\alpha, \beta) \beta^3 d\alpha d\beta}_{SD^3}$$

Fig. 2. Link between the flux distribution $I(\alpha, \beta)$, the visibility amplitude $|V|$, and the closure phase $\bar{\phi}$ for a marginally resolved object. The three aligned telescopes, numbered 1 to 3, and the baselines are projected onto the sky. Third-order terms and lower have been kept.

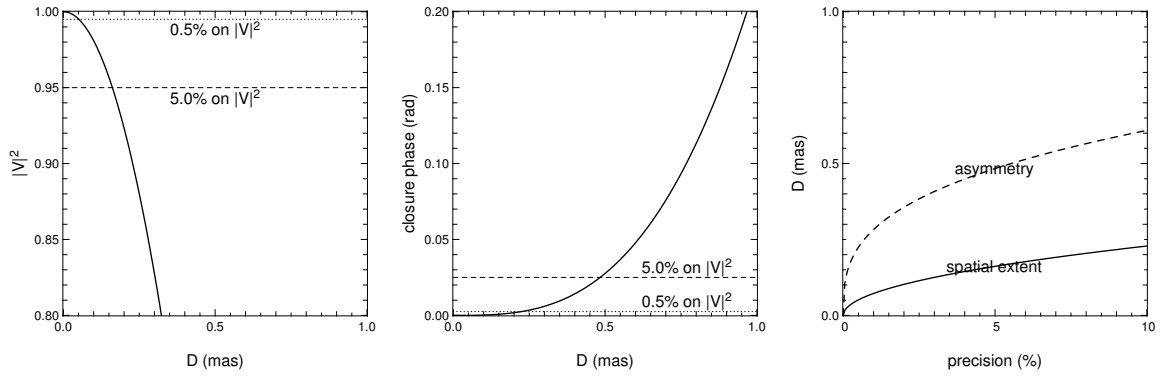


Fig. 3. Variation of the square visibility amplitude and closure phase with the angular size of a marginally resolved object for a 100 m baseline in K, and the detectability of these quantities. Left panel: square visibility amplitude vs. angular size; middle panel: closure phase vs. angular size; right panel: minimum object size needed to detect either the spatial extent or the asymmetry vs. the instrumental precision on $|V|^2$. On the first left two view graphs the detection levels for 0.5% and 5% accuracy on $|V|^2$ measurements are displayed. We assumed a fairly asymmetric object with $S = 0.5$, as well as $\Delta\phi = \Delta V$.

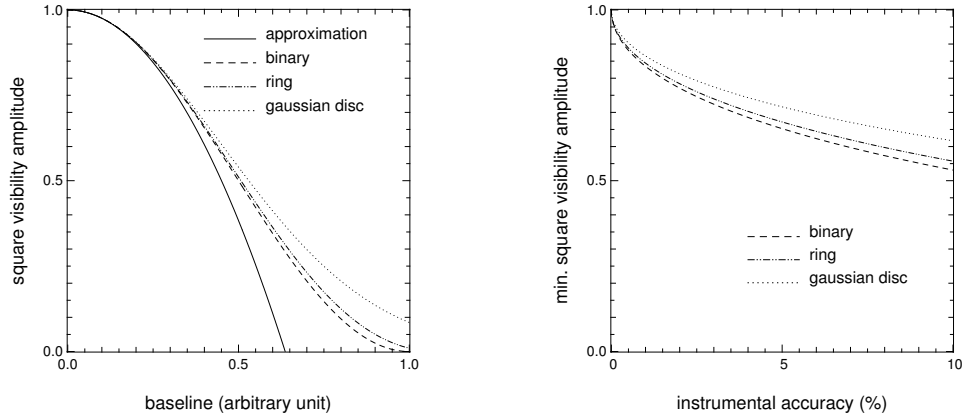


Fig. 4. Comparison between the exact visibility amplitude of an object and its second-order estimate. Different geometries have been assumed to show that little dependence is found: a symmetrical binary (dashes), a ring (dash-dot-dot), and a Gaussian disc (dots). The left panel displays the second-order estimate (solid line) and the exact visibilities of the different objects vs. the baseline. The right panel displays the visibility amplitude for which an observational difference can be made between the estimate and the exact value vs. the instrumental precision; it is the limit of validity for this estimate.

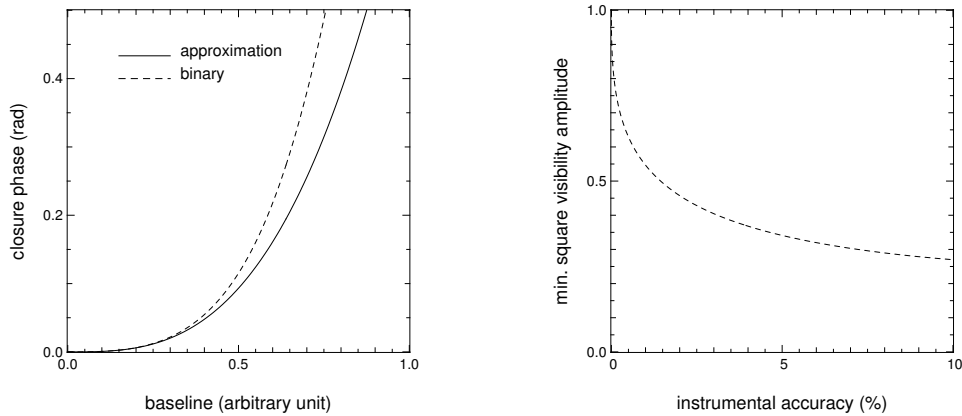


Fig. 5. Comparison between the exact closure phase of an asymmetrical binary ($\Delta\text{mag} = 1.2$) and its third-order estimate. Left panel: closure phase vs. mean baseline. Right panel: minimum visibility for which no observational difference can be made between the estimate and the exact phase vs. instrument accuracy.

10

Lachaume, R.: On marginally resolved objects in optical interferometry

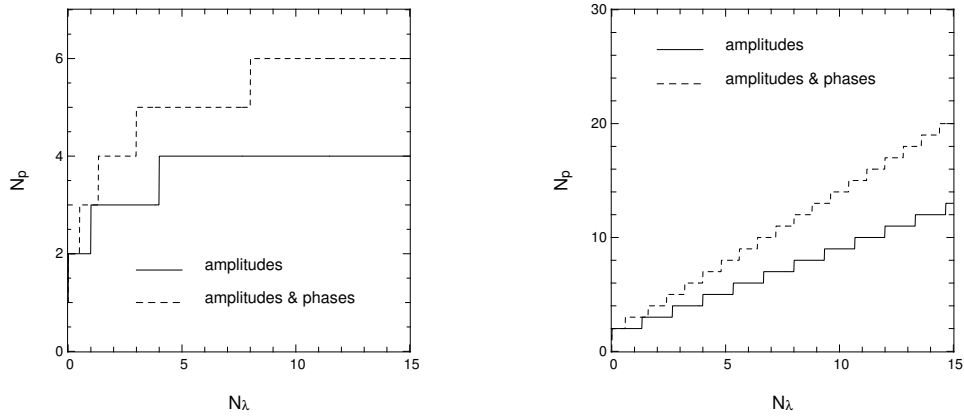


Fig. 6. Point-like source model fitting: number of sources constrained by interferometric observations of a marginally resolved object vs. number of wavelengths used. Left panel: the fluxes at different wavelengths are not correlated. Right panel: the sources are assumed to emit a black-body spectrum.

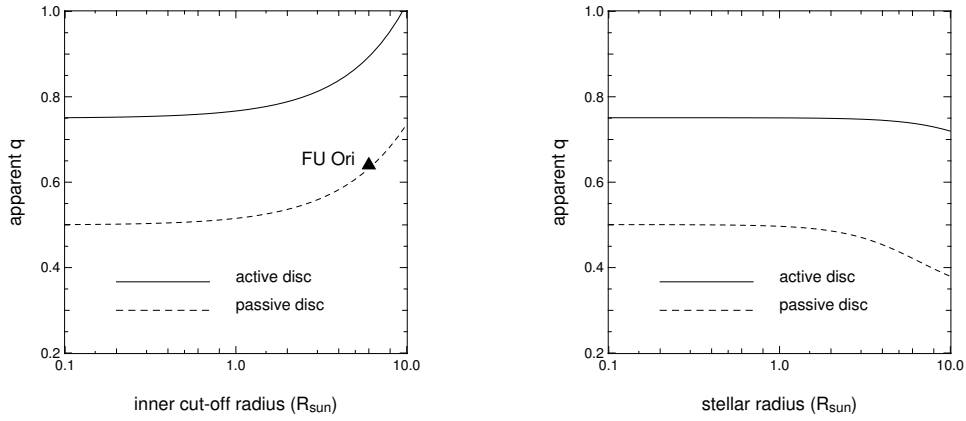


Fig. 8. Apparent temperature law, given by the exponent q_{app} as a function of the disc inner truncation (left) and the stellar radius (right). Solid line: active disc with $q = 0.75$ and an accretion rate of $3 \times 10^{-5} \dot{M}/\text{yr}$; dashed line: flared passive disc with $q = 0.5$ and the same effective temperature at 1 AU. The star is a black-body at temperature 5000 K. The two visibilities are taken in H and K.

Annexe D

Objets stellaires jeunes par interférométrie infrarouge

Ce compte-rendu de conférence expose quelques possibilités offertes par l'interférométrie infrarouge concernant les étoiles jeunes (Lachaume, 2002).

YOUNG STELLAR OBJECTS BY INFRARED INTERFEROMETRY

Régis Lachaume

Laboratoire d'Astrophysique de Grenoble (LAOG)

Université Joseph Fourier

BP 53

38041 Grenoble cedex 9

France

mailto:Regis.Lachaume@obs.ujf-grenoble.fr

ABSTRACT

Young Stellar Objects are fascinating because they conceal the answers to the question of the origins of our solar system and of the existence of other planetary systems similar to ours in other skies.

So far, these objects have been extensively observed in spectrometry, indirectly revealing their guts, however many questions still remain because spectral information cannot disentangle different geometrical phenomena. Young stellar objects have been recently imaged with a resolution of 100 AU, but this only probes them at a few Pluto's orbits from their center. The advent of long-baseline infrared interferometers will allow us to look for the first time at Young Stellar Objects within a few Earth's orbits from the central star, and reveal the geometry and the phenomena that may have occurred during the genesis of our solar system.

In this paper, we present the basic concepts of star formation (Sect. 1), the results in terms of model constraints already obtained with current interferometers (Sect. 2) and the breakthrough in terms of sensitivity, imaging capacities and model analysis that future instruments will produce (Sect. 3).

1 YOUNG STELLAR OBJECTS (YSOs)

One of the major drivers in astrophysical research is the “Origins Question”, part of which concerns star and planet formation: how did our sun and other stars form? Which are the processes that lead to the formation of our solar system and Earth? Is the formation of a planetary system around a star a widespread feature in the Universe?

Though it has long been believed that stars form by collapse of an interstellar gas cloud, star and planet formation is a quite new research topic; for observational evidence dates from the seventies. The reasons for so late a take off are twofold. On one hand, observations in the visible wavelengths are not suitable. In the early phases of star formation, the gas has condensed, so that protostars are deeply embedded and cannot be observed at visible wavelengths. In the late phases, the visible radiation of forming stars resembles much to that of a main sequence star, and the difference arises at ultraviolet (UV) and infrared (IR) wavelengths. On the other hand, the spatial extent of forming stars is small: at the distance of the closest star forming regions, a resolution below 1'' is needed in the IR to observe the structure of the late phases. Fig. 1 summarises the now accepted scenario of star formation with the scales and wavelengths involved. The stages of formation are usually divided in four classes

- class 0: a protostellar core, i.e. a deeply embedded source emitting at radio wavelengths.
- class I: a protostar presenting a massive accretion disc and a jet driving material away into a direction perpendicular to the plane of the disc. It is surrounded by a massive envelope, therefore the object is only visible in the far-IR, at radio wavelengths and in X-rays. (see Fig. 1, panel c)
- class II: a star surrounded by less massive disc, also presenting a jet, with a possible optically thin envelope. At this stage, the object emits at all wavelengths. (same figure, panel d)
- class III: a completely formed star surrounded by a thin debris disc in which planets are supposed to be forming. (same figure panel e)

In this paper we focus our attention on class II objects that are future targets of interest for IR interferometers; in these objects the first AUs of the disc and jet —where the most energetic phenomena occur and planets should form— are still indirectly and poorly known.

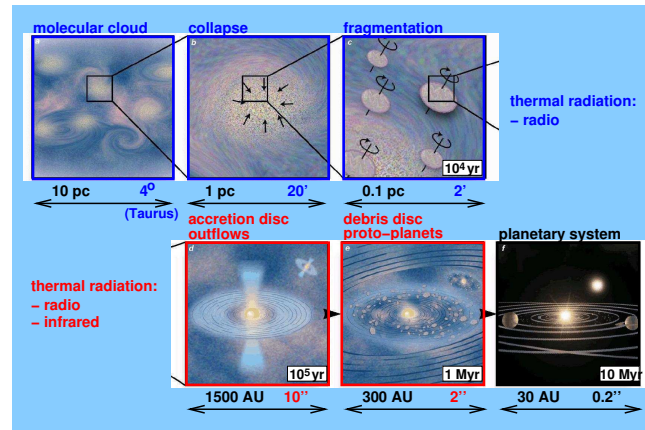
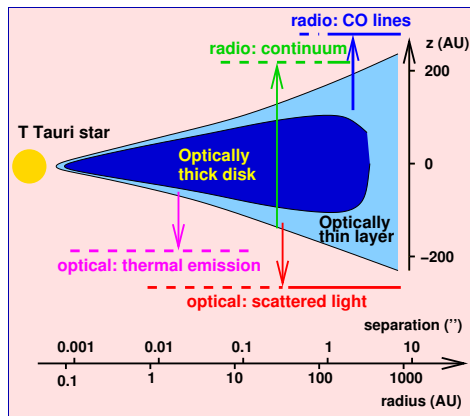
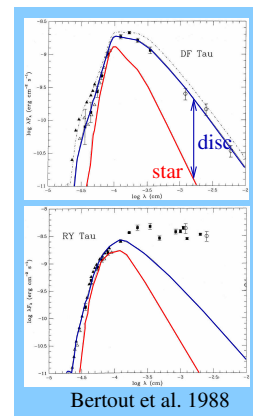
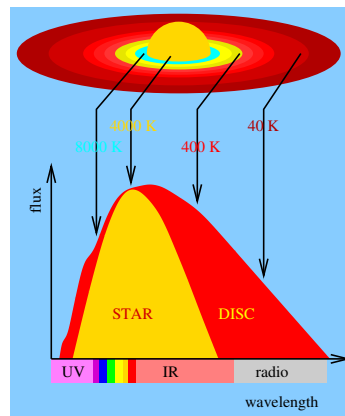


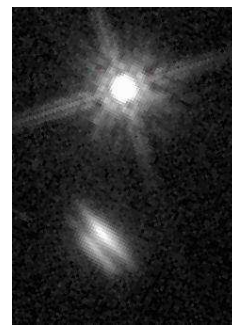
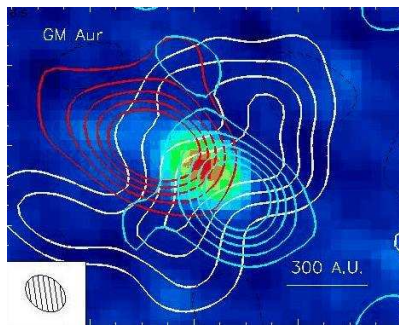
Figure 1: The scenario of star formation: from the gas cloud to the main sequence star with a planetary system. Scales involved are a few arcseconds in the late phases, where the thermal radiation can be observed in the near- and mid-IR.



(a) Schematic slide of an accretion disc



(b) SED. Left: explanation; right: observations vs. flat disc model



(c) Large-scale images. Left: radio map of GM Aur; right: IR image with AO of HK Tau (right)

Figure 2: Accretion discs around YSOs. Up: a disc scheme with the parts probed by each observational technique and whether it is resolved (solid) or not (dashes); middle: spectral energy distribution, with a brief explanation and the prediction of a flat disc model vs. observations; down: large-scale images in the IR and at radio wavelengths.

Table 1: Comparison between the different observational techniques: sensitivity to the disc conditions and imaging capacities.

	sensitivity				Imaging capacity
	mid-plane	temperature	first AUs	kinematics	
V/IR spectroscopy	no	yes	yes	yes	none
present radio interferometry	yes	yes	no	yes	> 100 AU
IR adaptive optics	no	no	no	no	> 100 AU
soon-to-be IR interferometry	no	yes	yes	yes	0.1–10 AU

1.1 Accretion discs

The history of accretion discs began with the observation of large IR and UV excesses and peculiar spectral features among a population of stars, that would be called YSOs later on. The IR excess was explained by the presence of cool to warm material (10–1000 K) orbiting around the star, heated by viscous dissipation and illumination by the central star. The UV excess was linked to the fall of material onto the star, liberating all its kinetic energy into radiation (see Frank et al. 1992, for a clear explanation of these phenomena.) Fig. 2b shows the influence of this material on the spectral energy distribution (SED) of these objects. Nevertheless, the standard disc model by Shakura & Sunyaev (1973) and Lynden-Bell & Pringle (1974) does not fully explain the SED: using this model Bertout et al. (1988) cannot explain the “flat” IR SEDs observed in an important number of YSOs like RY Tau, as shown on the right panel of Fig. 2b. More elaborate models were then used to better explain SEDs (Malbet & Bertout 1991; Chiang & Goldreich 1997; D’Alessio et al. 1998, etc.). For instance a flared disc, as shown Fig. 2a, catches more stellar light and reemits more IR radiation than a flat disc; thus it presents a flatter spectrum. However, spectral information is not sufficient to discriminate between all possible explanations.

Direct imaging of disc has been carried out more recently, probing larger scales. Radio interferometers resolve discs with a resolution of 100 AU (Guilloteau & Dutrey 1998, see right panel of Fig. 2c) and are sensitive to regions down to a few tens of AU. Since the disc is usually optically thin in the continuum, these observations probe the mid-plane of the disc; they also allow to study the kinematics —rotation mostly— thanks to their high spectral resolution. IR observations of the scattered light is also possible with the same spatial resolution, using adaptive optics (see an edge-on disc observed by Stapelfeldt et al. 1998, on the left panel of Fig. 2c). They only probe the disc surface and do not reveal the kinematics; moreover they are not sensitive to the temperature of the material.

Table 1 compares the different observational techniques discussed above in terms of sensitivity to the disc conditions and of imaging capacities. As a comparison, soon-to-be IR interferometry will have all the capacities of these methods except for probing the mid-plane of the disc.

1.2 Ejection structures

Ejection structures often accompany star formation and are believed to be linked to the magnetic field in the disc: models (e.g. Blandford & Payne 1982; Ferreira & Pelletier 1995) predict that the magnetic field can drive some of the disc’s material away into a collimated jet perpendicular to the equatorial plane of the disc, as shown Fig. 3. These models predict that the engine of such a jet is located within a few AUs from the star, where the disc material is partially ionised

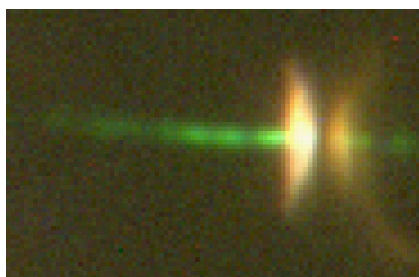


Figure 3: HH 30: Edge-on disc with a jet

Table 2: Class II YSOs observed in IR interferometry.

YSOs	type	instrument	band	reference
FU Ori	FU Ori	IOTA/PTI	H,K	Malbet et al. (1998)
15 YSOs	H Ae/Be	IOTA	K	Millan-Gabet et al. (1998, 2001)
T Tau, SU Aur, MWC 147	T Tau	PTI	K	Akeson et al. (2000, 2002)

and the magnetic field —either stellar or formed in the disc— is strong enough. High angular resolution is therefore needed to probe the region where the jet forms.

2 RECENT RESULTS BY INFRARED INTERFEROMETRY

So far, only a few objects have been observed in IR interferometry; they are listed in Table 2. Current interferometers, e.g. the Palomar Testbed Interferometer (PTI) and the Infrared-Optical Telescope Array (IOTA) are limited in sensitivity, so that only the brightest objects have been observed:

- some intermediate-mass objects (bright), called Herbig Ae/Be's
- few low-mass objects
 - with high accretion (bright and scarce): FU Ori type
 - with low accretion (less bright and widespread): T Tau type

These scarce measurements already allowed to put new constraints on accretion discs. For FU Ori, H Ae/Be and T Tau objects, these observations allow to discard some hypotheses, find new theoretical problems, or back previous hypotheses that needed confirmation.

2.1 FU Ori

FU Ori's SED is dominated by the thermal emission of its disc and follows the standard model by Shakura & Sunyaev (1973) with a radial temperature distribution $T(r) \propto r^{-3/4}$ until 20 microns (Malbet et al. 1998, see Fig. 4a). The visibility fit (same figure) is consistent with a different low $T(r) \propto r^{-0.4 \pm 0.1}$. This discrepancy might be explained by the fact that the SED and visibilities do not probe the same region of the disc, but some investigation is still to be carried out. Malbet & Berger (2002) established that the large scatter in visibility can be modelled by an additional point-like source located at 15 AU from the star. Fig. 4b shows the oscillation of the visibility with the hour angle, matched by the disc plus point-like source model. In the (u, v) plane (same figure), the visibility is a disc modulated by the response to a binary, explaining the oscillation: the (u, v) tracks of the measurements cross a few maxima and minima of the visibility function.

2.2 T Tau Objects

Fitting simultaneously a flat disc model to the SED and visibility of low-mass YSOs does not seem possible (Akeson et al. 2002). However, it is possible to carry out this task for SU Aur using a two-layer flared disc model, made of an outer layer heated by the central star and an inner layer heated by viscous dissipation, as shown Fig. 5 (Lachaume et al. 2002).

2.3 Intermediate-mass YSOs

Millan-Gabet et al. (1998, 2001) established that the visibility observations of Herbig Ae/Be stars cannot be modelled by a standard disc but are consistent with a circum-stellar ring. However, the SED presents mid- and far-IR excesses typical of an extended disc.

Dullemond et al. (2001) present a disc model fully consistent with the SED and explaining the unexpected interferometric observations. In this model, presented Fig. 6, the inner rim of the disc, directly heated by the bright central star, is puffed and shadows most of the disc. The shadowed regions are therefore cold and emit in the mid- and far-IR, while the ring-like inner rim dominates the near-IR emission.

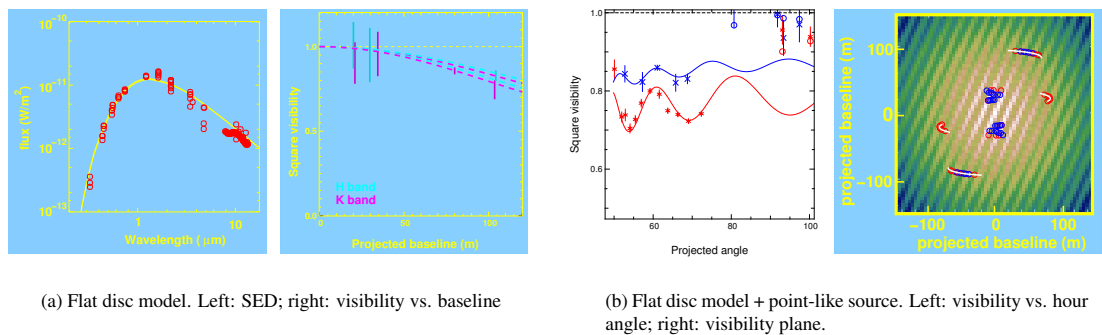


Figure 4: FU Ori: comparison between observations and a standard flat-disc model.

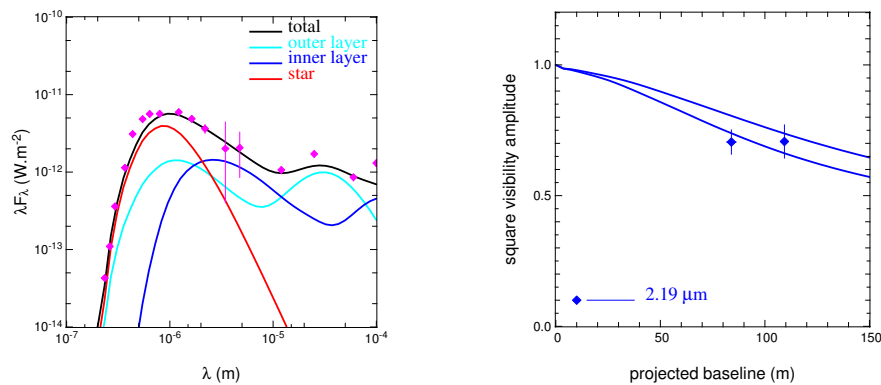


Figure 5: SU Aur: comparison between a two-layer flared disc model and observations. Left: SED; right: visibility vs. baseline.

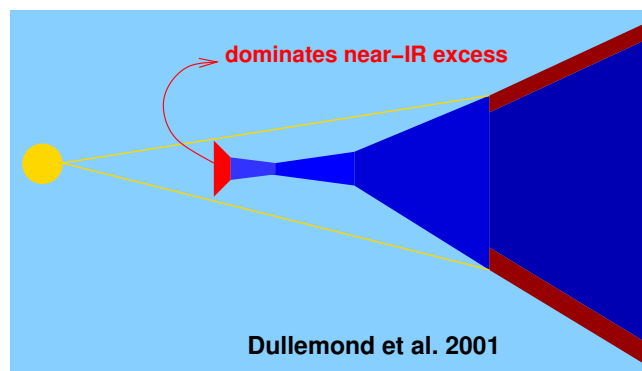


Figure 6: An intermediate-mass YSO model backed by spectroscopic and near-IR interferometric observations.

3 A PROMISING FUTURE

The breakthrough in IR interferometry capacities, summarised in Sect. 3.1, will open the path for a large variety of studies. In Sect. 3.2, we describe a few typical star formation problems and our expectations from future instruments.

3.1 More Objects and More Science

Future interferometers will feature a higher sensitivity and will be able to observe most nearby YSOs. Present instruments are limited to $K \lesssim 6$ while the new generation will provide at least $K \lesssim 10$ in the next few years. This allows us to go from a few dozens of objects to a few hundreds, as explained Fig. 7b. In other terms, present interferometers are at the limit of detection of nearby T Tau or FU Ori stars, whereas the Very Large Telescope Interferometer (VLTI) with AMBER (near-IR instrument) or MIDI (mid-IR instrument) will have a much lower detection limit (Fig. 7a). Surveys and statistical studies of YSOs will be rendered possible.

Another interesting forthcoming feature is the (u, v) coverage, as a consequence of the large number of baselines (Fig. 8a) and of the wavelength coverage (Fig. 7a). Observed at different wavelengths extended objects are probed at different scales depending on the temperature distribution. With such a (u, v) coverage one can constrain disc and jet models, and carry out parametric imaging.

3.2 Possible and Likely Studies

3.2.1 The Radial Temperature Distribution in Discs

The radial temperature distribution in a disc is important because it is strongly linked to the physical phenomena. For instance, a disc heated by viscous dissipation theoretically presents a surface temperature $T(r) \propto r^{-3/4}$ whereas a disc heated by the central star fulfils $T(r) \propto r^{-q}$ with $q = 0.5-0.75$ depending on its flaring.

Malbet & Berger (2002) expose the means to derive the temperature exponent law ($T \propto r^{-q}$) of a disc using the visibility amplitude at two different wavelengths for the same baseline. With n wavelengths, this exponent can be determined at $n - 1$ different locations in the disc: a wavelength λ probes a region at a distance r from the star where the Planck function $B_\lambda(T(r))$ is maximum; in other words larger wavelengths probe cooler, further zones.

As a consequence, it is possible to access the slope of the temperature distribution and, therefore, $T(r)$ itself.

3.2.2 The Thickness of Discs

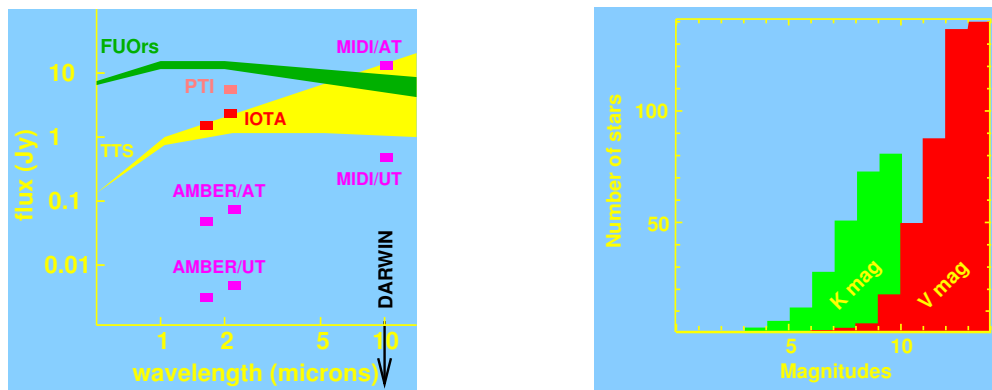
Two conditions, the mid-plane temperature and the column density, are critical for planet formation: the column density ensures the possibility to gather enough mass to form them. The temperature conditions the chemistry and the influence of the magnetic field (via the ionisation). With IR observations, only the surface of the disc is observed, and the means to measure temperature and column density are necessarily indirect.

The geometrical thickness of discs is linked to these quantities (e.g. Chiang & Goldreich 1997; D'Alessio et al. 1999) and cannot be measured with enough confidence from the SED, while radio interferometry and scattered light IR images may only give them in the outer parts.

Using closure phases, we will be able to get information on the disc asymmetry, directly linked to the thickness of the disc and its inclination (Malbet et al. 2000), as explained Fig. 9.

3.2.3 The Jet Engine

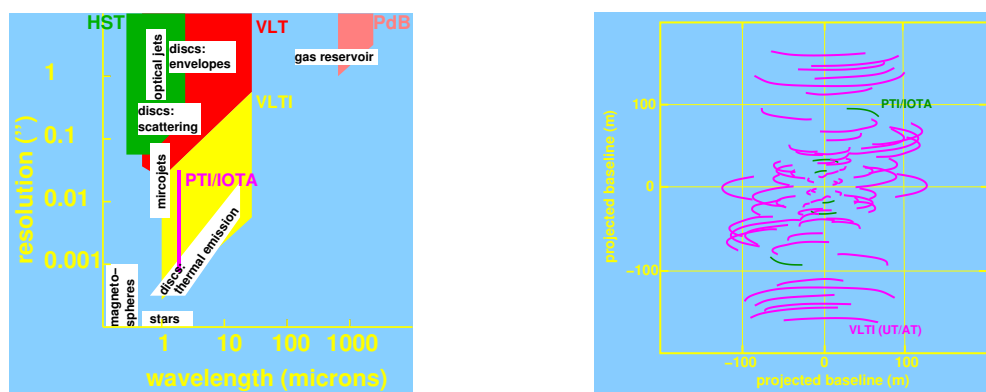
One constraint on disc-jet interaction models is the opening angle of the jets in their first AUs (Fig. 10a). Fortunately, this angle is directly obtained from the location of the local maxima of the visibility function in the (u, v) plane (Fig. 10b), as shown by Dougados et al. (in press). Since the direction of the jet is known, this angle can be retrieved from the visibility variations in one night (Fig. 10c) with a proper choice of telescopes. This simulation tends to prove that an accuracy better than 1% on the visibility is required.



(a) Sensitivity of interferometers compared with the mean brightness of nearby YSOs.

(b) Distribution in magnitude of Herbig & Bell catalogue YSOs

Figure 7: Observability of YSOs with new interferometers.



(a) Resolution and wavelength coverage of large instruments vs. the characteristic resolution and wavelength of main star formation issues.

(b) Coverage in projected baseline: PTI and VLTI

Figure 8: Gain in sensitivity and (u, v) coverage

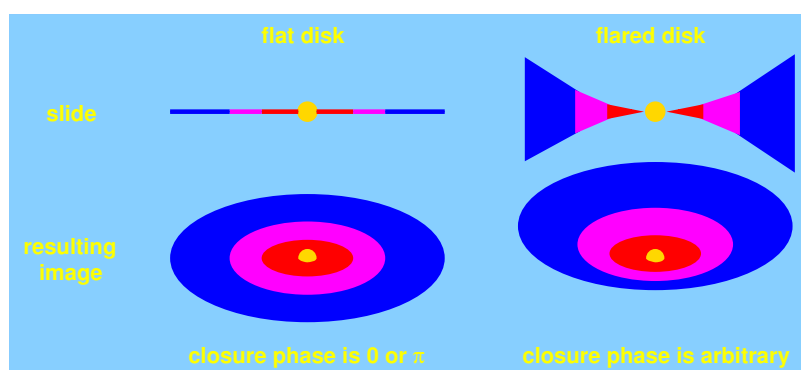


Figure 9: Asymmetry and closure phase in a flared disk

High spectral resolution in a forbidden line is needed so that the emission be not dominated by star's continuum. Fig. 10 ignores this continuum, yet preciser simulations (Dougados et al. in press) still support the feasibility of this study.

3.2.4 The Kinematics of Discs

The study of disc kinematics has been performed at a large scale with radio maps (for instance Guilloteau & Dutrey 1998, see red and blue contours of the velocity field on Fig. 2c) and at the AU scale using high resolution spectroscopy (Hartmann & Kenyon 1985, 1987). However, the latter technique has no spatial resolution and mostly relies on models.

It will be soon possible to combine high resolution both in wavelength and spatially, using for instance AMBER on the VLTI. The differential phase holds information on the velocity as explained Fig. 12 and, with a sufficient (u, v) coverage, we hope to derive a $v(r)$ law with a method similar to Sect. 3.2.1.

3.2.5 Disc-Planet Interactions

The possibility to detect gaps in discs due to a forming planet is far from being a new idea (Fig. 11a). However, soon-to-be interferometers do not have the (u, v) coverage and sensitivity to carry out this task: the discrepancy in visibility observed in disc-planet interaction models is not more than 5% in visibility amplitude at 10 microns (Wolf et al. 2002, Fig. 11b), which is close to MIDI's expected accuracy. Moreover, this discrepancy could be obtained with countless other phenomena: self-shadowing in the disc, asymmetries, etc.

With good imaging capacities and high accuracy in the mid-IR, DARWIN should suit such a purpose.

4 CONCLUSION

Future interferometers, with their sensitivity and (u, v) coverage, will allow us to probe disc conditions and jet formation at an Earth's distance from the star. The star formation community must be prepared to use these instruments, develop and improve models, and tackle new, surprising issues.

REFERENCES

- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., & Creech-Eakman, M. J. 2002, *ApJ*, 566, 1124
- Akeson, R. L., Ciardi, D. R., van Belle, G. T., Creech-Eakman, M. J., & Lada, E. A. 2000, *ApJ*, 543, 313
- Bertout, C., Basri, G., & Bouvier, J. 1988, *ApJ*, 330, 350
- Blandford, R. D. & Payne, D. G. 1982, *MNRAS*, 199, 883
- Chiang, E. I. & Goldreich, P. 1997, *ApJ*, 490, 368
- D'Alessio, P., Calvet, N., Hartmann, L., Lizano, S., & Cantó, J. 1999, *ApJ*, 527, 893
- D'Alessio, P., Canto, J., Calvet, N., & Lizano, S. 1998, *ApJ*, 500, 411
- Dougados, C., Cabrit, S., Garcia, P., Lopez-Martin, L., & Ferreira, J. in press, in SF2A-2002: Semaine de l'Astrophysique Francaise, meeting held in Paris, France, June 24-29, 2002, Eds.: F. Combes and D. Barret, *EdP-Sciences* (Editions de Physique), Conference Series
- Dullemond, C. P., Dominik, C., & Natta, A. 2001, *ApJ*, 560, 957
- Ferreira, J. & Pelletier, G. 1995, *A&A*, 295, 807
- Frank, J., King, A. R., & Raine, D. J. 1992, *Accretion power in astrophysics*, second edition (Cambridge University Press)
- Guilloteau, S. & Dutrey, A. 1998, *A&A*, 339, 467
- Hartmann, L. & Kenyon, S. J. 1985, *ApJ*, 299, 462
- . 1987, *ApJ*, 322, 393
- Lachaume, R., Malbet, F., & Monin, J.-L. 2002, *A&A*, in press
- Lynden-Bell, D. & Pringle, J. E. 1974, *MNRAS*, 168, 603

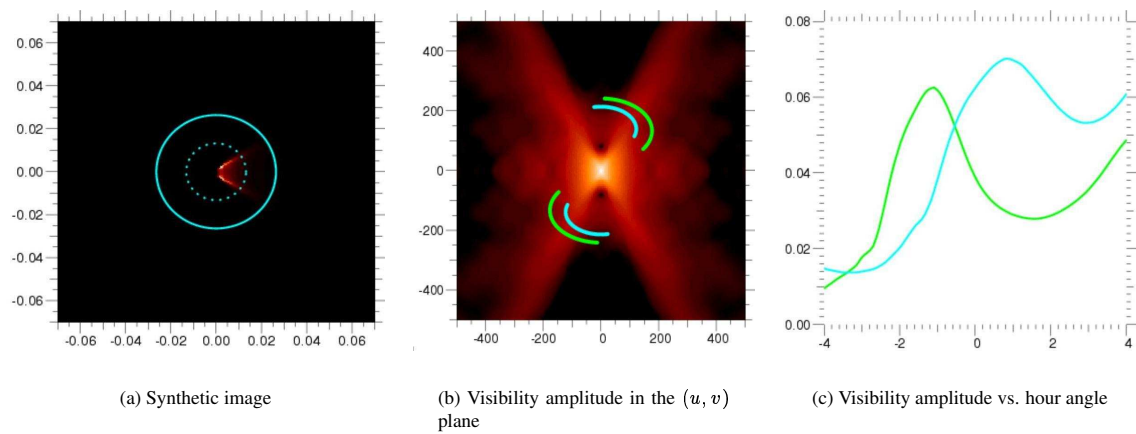


Figure 10: First AUs of a jet using the high spectral resolution mode of AMBER in a forbidden line.

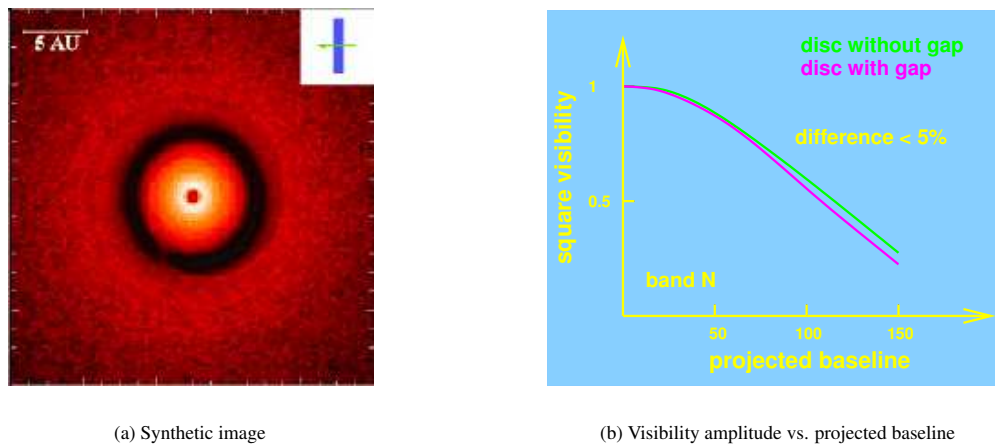


Figure 11: Gap in a disc produced by a forming planet.

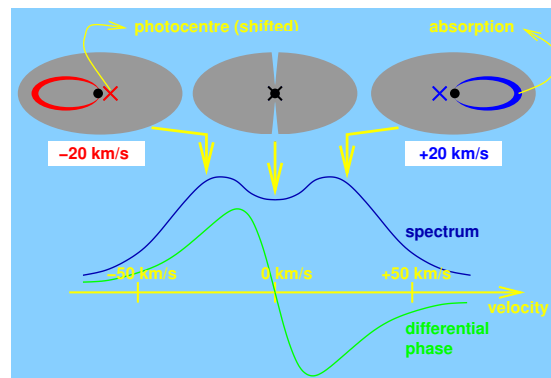


Figure 12: Measuring disc kinematics with the differential phase at high spectral resolution.

- Malbet, F. & Berger, J.-P. 2002, in SF2A – Scientific Highlights 2001, ed. F. Combes, D. Barret and F. Thvenin (EDP Sciences), 457–460
- Malbet, F., Berger, J.-P., Colavita, M. M., et al. 1998, ApJ, 507, L149
- Malbet, F. & Bertout, C. 1991, ApJ, 383, 814
- Malbet, F., Lachaume, R., Monin, J., & Berger, J. 2000, in Proc. SPIE, Interferometry in Optical Astronomy, Pierre J. Lena; Andreas Quirrenbach; Eds., Vol. 4006, 243–251
- Millan-Gabet, R., Schloerb, F. P., & Traub, W. A. 2001, ApJ, 546, 358
- Millan-Gabet, R. S., Schloerb, F. P., & Traub, W. A. 1998, AAS, 30, 1361
- Shakura, N. I. & Sunyaev, R. A. 1973, A&A, 24, 337
- Stapelfeldt, K. R., Krist, J. E., Menard, F., et al. 1998, ApJ, 502, 65
- Wolf, S., Gueth, F., Henning, T., & Kley, W. 2002, ApJ, 566, L97

Annexe E

Projet du groupe scientifique d'AMBER : cinématique de FU Ori

Ceci est un projet de temps garanti soumis au consortium AMBER, destiné à étudier la cinématique de FU Orionis à l'échelle de l'unité astronomique.

AMBER Consortium

CALL FOR PROPOSALS — PHASE B

LAOG - MPIfR - OAA - OCA - UNSA

1.	Title Unveiling the close surroundings of FU Orionis objects — II. Orbital motion	Category: C-4																																			
2.	Abstract (public information) <p>The circum-stellar material around young stellar objects is of high importance in understanding star and planet formation, particularly the hot, inner regions where these planets may form. Due to their small extent — a few AUs, that is a few tens of mas in the closest star forming regions— we only possess indirect knowledge of this close stellar environment. Among these YSOs lay the mysterious FU Orionis-type stars, standard T Tauri stars that underwent a sudden and large rise of their visual and infrared flux, usually explained by an outburst of the accretion rate.</p> <p>The first proposal in the series concentrates on the distribution of the matter around FU Orionis. It is the continuation of Malbet et al. (1998; 2001) interferometric observations that seem to refute the standard viscous accretion disc scenario: while probably dominated by viscosity in the first AUs from the central star, these observations seem to infer a radial effective temperature profile more characteristic of a passive disc. Some phenomena could account for the departure from the expected law, e.g. self-gravity or magnetic processes. If such phenomena do take place, we also expect the orbital motion of circum-stellar matter to depart from the Keplerian law, which implies a radial velocity distribution in $r^{-1/2}$.</p> <p>We propose to observe the CO vibrational lines in the K band using the high spectral resolution in differential phase. The spectral profile of the phase, resulting from Doppler broadening, yields both spatial and velocity information, that we will use to constrain the velocity distribution.</p>																																				
3.	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Run</th> <th>Telescope</th> <th># Tel.</th> <th>Spect. Config</th> <th>Diff.</th> <th>Time</th> <th>Fringe Tracker</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>UT</td> <td>3</td> <td>K-HR</td> <td>n</td> <td>3x1h</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>UT</td> <td>3</td> <td>K-HR</td> <td>n</td> <td>3x1h</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>AT</td> <td>3</td> <td>K-HR</td> <td>n</td> <td>1h</td> <td>y</td> </tr> <tr> <td>C/alt</td> <td>UT</td> <td>3</td> <td>K-HR</td> <td>n</td> <td>1h</td> <td>y</td> </tr> </tbody> </table>		Run	Telescope	# Tel.	Spect. Config	Diff.	Time	Fringe Tracker	A	UT	3	K-HR	n	3x1h	y	B	UT	3	K-HR	n	3x1h	y	C	AT	3	K-HR	n	1h	y	C/alt	UT	3	K-HR	n	1h	y
Run	Telescope	# Tel.	Spect. Config	Diff.	Time	Fringe Tracker																															
A	UT	3	K-HR	n	3x1h	y																															
B	UT	3	K-HR	n	3x1h	y																															
C	AT	3	K-HR	n	1h	y																															
C/alt	UT	3	K-HR	n	1h	y																															
4.	Special remarks																																				
5.	Principal Investigator: R. Lachaume (LAOG, F, Regis.Lachaume@obs.ujf-grenoble.fr) Col(s): F. Malbet (LAOG, F), J.-L. Monin (LAOG, F)																																				

6. Description of the proposed programme

A) Scientific Rationale:

The close environment of young stellar objects (YSOs) is one of the keys to the understanding of star and planet formation. Though it is now widely accepted that accretion discs accompany young stars, their characteristics are still poorly known and their inner parts are indirectly revealed by standard methods, as photometry or spectroscopy, because their extent of a few AUs, a few mas at the distance of star forming regions, is beyond reach of single pupil telescopes. FU Orionis-type stars are one of these fascinating and challenging YSOs, as former T Tauri stars that underwent a sudden and large raise of their visible and infrared flux by five magnitudes or more in a few years; it is usually explained by an outburst in the accretion rate. Nevertheless, the inner disc is mostly known by its spectral energy distribution only, that backs the common hypothesis of a standard viscous accretion disc with a radial effective temperature profile $T(r) \propto r^{-3/4}$. The few visibilities obtained (Malbet 1998; 2001) seem to refute this scenario and infer a temperature profile $T(r) \propto r^{-1/2}$. Countless phenomena can be invoked to explain this departure from the expected law, among those self-gravity or magnetic processes. These phenomena would then have an influence on the dynamics of the matter and would produce a non-Keplerian rotation, that is a radial velocity field different from the $v(r) \propto r^{-1/2}$ law.

The first proposal in the series concentrates on the distribution of the flux around FU Orionis; here we concentrate on the orbital motion of the matter. Kenyon & Hartmann (1987) observed a double-peaked feature in FU Ori's CO 2-0, 3-1, and 4-2 vibrational lines located in the K band, a feature explained by the Doppler broadening due to orbital motion. They found the observed profile consistent with Keplerian motion; yet, the spectrum does not yield spatial information, so their study does not necessarily imply a fully Keplerian disc.

High spectral resolution is nowadays used in radio interferometry to derive velocity maps for circum-stellar discs at a large scale. However, the 3T recombination available for the moment at optical wavelengths does not allow such an image reconstruction and we are bound to use interferometric observables as a constraint on models. Still, we can derive velocity information at the AU-scale from optical interferometry: in the wings of a spectral line, the absorption occurs at a specific location in the disc, given by the velocity of the material. This implies (see Fig. 1) a shift of the photocentre of the object that we plan to measure with the differential phase. Therefore, the spectral profile of the phase holds both spatial and velocity information that we will use to constrain the velocity field.

B) Immediate Objective:

We plan to constrain the velocity field around FU Ori by comparing the observed photometry and differential phase in the vibrational CO lines (K-band) with those produced by a standard disc model with a self-similar velocity radial law, as a first approach. The main purpose is to detect a possible departure from Keplerian motion. To achieve the goal of resolving these lines at typical velocities of 20 km/s, we need the AMBER high angular resolution mode and the UTs for sensitivity.

The ultimate step of the study is a parametric reconstruction of the velocity field, so we need for a correct (u, v) coverage with six measurements.

C) Configuration Justification:

We need high spectral resolution ($\mathcal{R} = 10\,000$, i.e. 30 km/s) from 1.27 to 1.37 microns to resolve CO line profiles. We actually expect a higher resolution after correlation if we obtain a high SNR signal. (e.g. KH87 obtain 3 km/s from a 12 km/s spectrograph.) A typical ± 40 km/s from the centre of the lines corresponds to a typical distance of 1 AU from the star; considering that the CO lines represent 20% of the continuum flux, we derive a typical differential phase of 100 mrad for a 100 m baseline at Orion's distance. To obtain a SNR of a few hundreds on the spectrum, we need a long exposure with the UTs with fringe-tracking (10×100 , see fig. 2). We need a 3T configuration to ensure that at least one baseline will detect the shift of the photocentre. We ask for three measurements with UT1, UT2 and UT3 (run A), and three other ones with UT1, UT2 and UT4 (run B). Such a choice ensures a correct (u, v) coverage provided that all measurement be carried at different hour angles.

The spectral reference is bright enough to be observed with a high SNR with a 100 s exposure, either on UTs or ATs, despite of its high declination.

D) Strategy for Data Reduction and Analysis:

The derived photometry and differential phase will be corrected from the telluric lines using the lineless early-type calibrators: since we are not directly interested in an absolute calibration of the visibility, the choice are possibly large stars with spectral types quite different from those of the targets should not be a problem. The derived photometry and differential phase of FU Ori will be correlated to the photometry of the reference HR 4267, in order to take advantage of the large number of lines and to ease interpretation.

Previous observations (Malbet & Berger 2001) show that the temperature distribution is not necessarily that of a standard viscous disc and that a hot spot might be located at 15 AU from the centre; we will need the results of the first proposal in the series (Malbet et al.) to derive an effective temperature law and the location of this hot spot. As a first approach we shall try to fit a self-similar model with a velocity radial distribution $v(r) \propto r^{-p}$ to the correlated photometric and differential phase spectra; for this we need the temperature profile

6. Description of the proposed programme (continued)

$T(r) \propto r^{-q}$ derived from the first proposal by Malbet et al. It will give us an estimate of the possible deviation to Keplerian motion.

The next step —if possible— is to parametrically reconstruct the velocity field $v(r)$ assuming a flared disc model with $h \propto r^\gamma$.

6. Attachments (Figures)

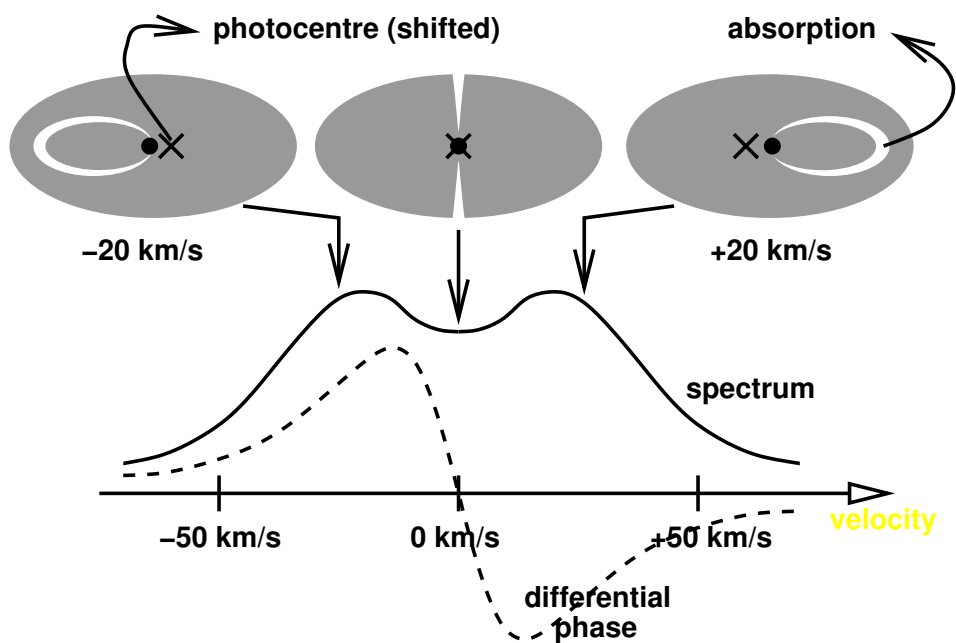


Fig. 1 — High spectral resolution spectroscopy of a disc: signature of rotation for the photometric flux and the differential phase

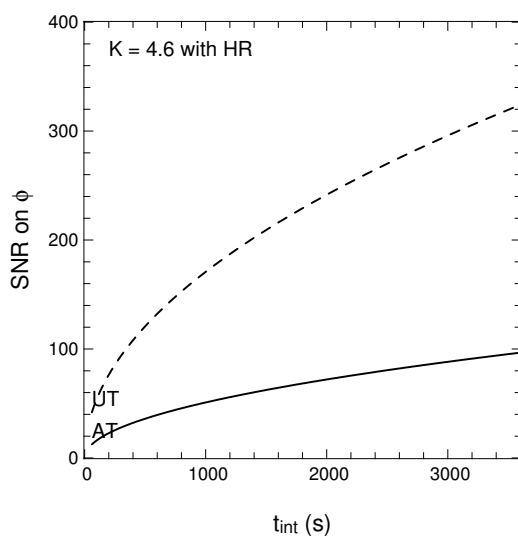


Fig. 2 — SNR on a 100 mrad differential phase using ATs or UTs in high spectral resolution mode as a function of exposure time, for a $K = 4.7$ object.

7. Justification of requested observing time

Time Justification (Public information):

We ask for for six hours with three UTs dedicated to FU Ori in order to have a correct (u, v) coverage; it includes the integration time (6 times 1000 s). One additional hour is required for the spectral reference, HR 4267, either with ATs or UTs. The time has been estimated assuming that the early-type calibrators are bright enough to allow a short integration time.

Calibration Request: Use A or B nearby stars with airmasses similar to those of the targets as primary calibrators. The absolute calibration of the visibility is not mandatory.

8. Applicant's publications related to the subject of this application during the past two years

Malbet F., Lachaume R., Monin J.-L. 2001, A&A 379, 515

Lachaume R., Malbet F., Monin J.-L. 2001, Société Française d'Astronomie et d'Astrophysique, Scientific Highlights 2001 Eds.: F. Combes, D. Barret, F. Thévenin, EdP-Sciences, Conference Series, p. 211

Lachaume R., Malbet F., Monin J.-L. 2002, A&A (accepted)

Malbet F., Berger J.-P. 2001, Société Française d'Astronomie et d'Astrophysique, Scientific Highlights 2001 Eds.: F. Combes, D. Barret, F. Thévenin, EdP-Sciences, Conference Series, p. 457

Lachaume R. 2002, Ph.D. dissertation (submitted)

9. List of targets proposed in this programme

Run	Target/Field	$\alpha(2000)$	$\delta(2000)$	V	J	H	K	Additional info
AB	FU Ori	05 45 23	+09 04 12	8.9	5.9	5.2	4.6	FU Orionis star
C	HR 4267	10 56 01	+06 11 07	5.8	0.5	-0.4	-0.7	M6III star, spectral reference

RÉSUMÉ: la formation des étoiles passe par une phase où une partie de la matière circumstellaire orbite autour de l'objet central sous forme de disque. L'étude de ce disque est importante pour la compréhension de la formation des systèmes planétaires. Mon objectif est l'étude de ces disques sur la base d'une comparaison entre les prédictions des modèles de transfert de rayonnement et les observables. J'ai fondé la modélisation sur une description analytique aussi poussée que possible du transfert pour pointer du doigt les processus dominants. Malgré les approximations pour permettre la description formelle, je montre que le modèle reproduit bien les prédictions des simulations numériques correspondantes. Le diagnostic observationnel novateur s'appuie sur la combinaison des distributions spectrales d'énergie et des données interférométriques optiques. J'établis que cette combinaison apporte de bien meilleures contraintes que les ajustements de données photométriques en l'appliquant aux quelques étoiles jeunes de faible masses pour lesquelles les visibilités optiques commencent à arriver : FU Ori, T Tau et SU Aur. Le modèle et le diagnostic développés seront un outil puissant pour l'interprétation des données pléthoriques que nous attendons des instruments de nouvelles génération, notamment des interféromètres du *Very Large Telescope* et du *Keck*.

ABSTRACT: forming stars undergo a phase characterised by circumstellar, disc-shaped orbiting material. It is important that we should study this disc to understand the formation of planetary systems. My main objective is a comparison between radiative transfer model predictions and observables and I base my modelling on a detailed analytical description of this transfer, so that one can point out dominant phenomena. Despite of the approximations made to obtain an analytical formalism, I show that this model compares satisfactorily with corresponding full numerical simulations. The observational diagnosis is quite new and combines spectral energy distributions and optical interferometric data. Such combination appears to bring much better constraints than model fits based on spectral energy distributions only, as I show with the few low-mass young stars already observed by optical interferometers: FU Ori, T Tau, and SU Aur. The model and diagnosis will be a powerful tool to interpret the massive optical visibility data expected from the new generation of instruments, among those the Very Large Telescope Interferometer and the Keck Interferometer.